

مدلسازی تعقیب خودرو با استفاده از روش رگرسیون اسپیلاین تطبیقی چندگانه در حوزه بزرگراهی

محسن پورعرب مقدم، دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی نقشه برداری و اطلاعات مکانی، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه
تهران، تهران، ایران

پرهام پهلوانی (مسئول مکاتبات)، استادیار، دانشکده مهندسی نقشه برداری و اطلاعات مکانی، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران،
ایران

E-mail: pahlevani@ut.ac.ir

دریافت ۱۳۹۴ / ۰۳ / ۱۳ پذیرش: ۱۳۹۴ / ۱۰ / ۱۹

چکیده

اخیراً استفاده از ابزار شبیه سازی جریان ترافیک به عنوان یکی از روشهای کارآمد مدیریت ترافیک، کنترل ترافیک، تصمیم گیری و انتخاب راهبرد بهینه، روز به روز در حال افزایش می باشد. این در حالی است که تمامی مدل‌های شبیه سازی ترافیکی میکروسکوپی^۱ نیازمند یک مدل تعقیب خودرو مناسب اند تا بتوانند شرایط واقعی را به بهترین صورت ممکن نمایش دهند. تاکنون مدل‌های تعقیب خودرو بسیار زیادی مطرح شده‌اند. تمامی مدل‌های سنتی که تاکنون ارائه شده‌اند به علت ماهیت چندتخصصی^۲ در حوزه مطالعه دارای پارامترهای بسیار زیادی هستند، به گونه‌ای که کالیبره نمودن این پارامترها بسیار دشوار است و هرگونه تغییر در این پارامترها حتی اگر بسیار کم باشد، در خروجی مدل اختلالات شدیدی ایجاد می کند. در این تحقیق، برای اولین بار، با استفاده از روش رگرسیون اسپیلاین تطبیقی چندگانه^۳ یک مدل تعقیب خودرو با خطای میانگین مربعات^۴ به مقدار ۰/۰۰۴ و ضریب همبستگی^۵ (بین داده های مدلسازی شده و داده های واقعی) به مقدار ۰/۹۸ ارائه شده است. از ویژگی‌های مدل پیشنهادی، توانایی تعیین بهترین تابع برازش داده‌های آموزشی با حجم بسیار بالا و بدون نیاز به عملیات کالیبراسیون است. خروجی این مدل، تغییرات شتاب خودروی پیرو است. برای ارزیابی عملکرد مدل پیشنهادی، خروجی آن با خروجی مدل‌های سنتی مطرح شامل مدل‌های GHR، Helly و Gipps مقایسه شد که نتایج حاصل از شبیه سازی میکروسکوپی صورت گرفته نشان دهنده دقت مطلوب مدل پیشنهاد شده در این تحقیق، نسبت به این مدل‌ها است.

واژه‌های کلیدی: مدل تعقیب خودرو، مدل رگرسیون اسپیلاین تطبیقی چندگانه، شبیه سازی ترافیکی میکروسکوپی

۱. مقدمه

شبیه‌سازی اثر می‌گذارد. مدل‌های جریان تعقیب خودرو همچون زیربنای رفتار رانندگی بوده که به مدل‌سازی فضایی-زمانی خودروها و تعاملات آن‌ها به صورت جداگانه در یک مسیر تک لاینه می‌پردازد [Cho and Wu, 2008]. در سالهای اخیر، مدل‌سازی جریان تعقیب خودرو در مهندسی ترافیک و تحقیقات ایمنی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار شده است. مدل‌های رانندگی در مدل‌سازی رفتار ترافیکی، برای شبیه‌سازی تعامل بین خودروها با در نظر گرفتن زیرساخت‌هایی چون جاده‌ها، تقاطعات و تونل‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند که در شبیه‌سازی ترافیکی میکروسکوپی نقش عمده‌ای را ایفا می‌نمایند. در مدل‌سازی‌های جریان تعقیب خودرو که تاکنون انجام شده است پیروی از رفتار حرکتی راننده‌ها در جریان‌های آزاد و مواجهه با تغییر مسیر در نظر گرفته شده است. [Suzuki et al., 2005]. پیشگامان در زمینه مدل‌سازی جریان تعقیب خودرو Pipes (1953) و Reuschel (1950) هستند که در حدود نیم قرن پیش اولین مدل‌ها را در این زمینه ارائه کردند. این مقاله به صورت زیر تقسیم بندی شده است: در بخش ۲، مروری بر روی مهم‌ترین مدل‌های تعقیب خودرو را مشاهده خواهید کرد. در بخش ۳ تئوری رگرسیون اسپیلاین تطبیقی چندگانه معرفی می‌شود. سپس در بخش ۴، به پیاده‌سازی مدل با داده‌های واقعی ترافیک و بررسی عملکرد مدل پرداخته شده است. در نهایت در بخش ۵، نتایج به همراه پیشنهادات آتی ارائه شده است.

۲. پیشینه تحقیق

در این بخش خلاصه‌ای از مدل‌های جریان تعقیب خودرو که تاکنون مطرح شده‌اند ارائه می‌گردد. شکل ۱ فرآیند تصمیم‌گیری جریان تعقیب خودرو به صورت کلی را نشان می‌دهد. با توجه به شکل راننده خودروی پیرو، سرعت و شتاب خودروی پیشرو را توسط ادراکات خود کسب کرده و با در نظر گرفتن سرعت و فاصله تا خودرو پیشرو بعد از یک وقفه کوتاه در عکس العمل، تغییرات شتاب متناسب با آن را ایجاد خواهد کرد. با توجه به فلش‌ها نقطه میانی محل درک راننده خودرو پیرو از سرعت خودرو پیشرو و فاصله تا آن می‌باشد و فلش نشانگر به سمت خودرو پیرو تغییرات شتاب متناسب با ادراکات است.

شبیه‌سازی ترافیک یک ابزار مهم و قدرتمند برای تجزیه و تحلیل و حل بسیاری از موضوعات مرتبط با حمل و نقل از شناسایی تاثیر ایجاد یک راه یا سازه جدید (پل یا تونل) تا بهبود روند حرکت وسایط نقلیه و حل معضلات ترافیکی است. تاکنون در زمینه شبیه‌سازی ترافیک کارهای متنوعی صورت گرفته و مدل‌های بسیار گوناگونی برای رفتار ترافیکی ارائه شده است. یک دسته‌بندی کلی، این مدل‌ها را به سه دسته میکروسکوپی، مزوسکوپی^۶ و ماکروسکوپی^۷ تقسیم می‌کند. در مدل‌سازی میکروسکوپی حرکت هر وسیله نقلیه تنها با رفتار راننده آن به عنوان خودرو پیرو و همچنین حرکت وسیله نقلیه جلویی که به عنوان خودروی پیشرو است مدل می‌گردد [Li and Sun, 2012, Aghabayk, 2014, Saifuzzaman and Zheng, 2014]. مدل‌های ماکروسکوپی، جریان ترافیک را در یک روش همغزون و به عنوان یک جریان سیال در نظر می‌گیرند. این مدل‌ها از پارامترهایی چون چگالی ترافیک، حجم ترافیک و متوسط سرعت، برای توصیف حالت‌های جریان ترافیک استفاده می‌کنند [Helbing et al. 2001]. مشخصات مدل‌های ترافیکی مزوسکوپی مابین مدل‌های ماکروسکوپی و میکروسکوپی است. این مدل‌ها نه تنها خصوصیات مربوط به تک تک خودروها را در نظر می‌گیرند، بلکه تعاملات خودروها را در یک روش همغزون نیز پیش بینی می‌کنند. شبیه‌سازی ترافیکی میکروسکوپی یکی از مهم‌ترین و چالش برانگیزترین موضوعات در سیستم‌های هوشمند حمل و نقل^۸ است که شرایط واقعی ترافیکی را با در نظر گرفتن سرعت، تغییرات شتاب، موقعیت و انتخاب مسیر حرکت هر واحد خودرو-راننده^۹ نمایش می‌دهد [Wei et al. 2010]. سیستم‌های شبیه‌سازی ترافیکی میکروسکوپی یک بستر موثر برای ارزیابی تاثیر کنترل‌های ترافیکی مختلف و استراتژی‌های مدیریت تحت شبکه‌های جاده‌ای مجازی را مهیا می‌کند. این در حالی است که تمامی مدل‌های شبیه‌سازی میکروسکوپی ترافیکی نیازمند یک مدل تعقیب خودرو^{۱۰} هستند تا بر مبنای آن شبیه‌سازی صورت پذیرد. رفتار رانندگی هسته شبیه‌سازی ترافیکی میکروسکوپی است و کیفیت مدل‌های رفتار رانندگی مستقیماً بر دقت و اعتمادپذیری نتایج

مدلسازی تعقیب خودرو با استفاده از روش رگرسیون اسپیلاین تطبیقی چندگانه در حوزه بزرگراهی

پیشرو، T زمان عکس العمل راننده و $\Delta X(t)$ فاصله بین دو خودرو است.

۲-۲ مدل فاصله ایمن (CA)

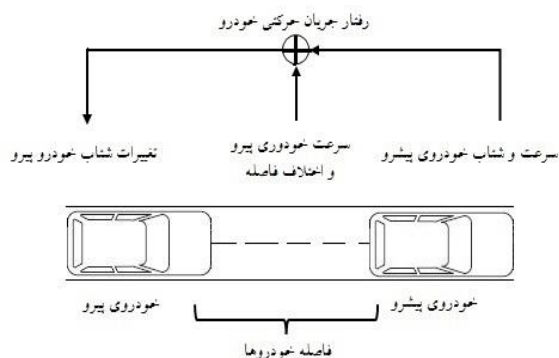
مدل CA که به مدل فاصله ایمن نیز معروف است در سال ۱۹۵۹ توسط محققان Kometani و Sasaki معرفی گشته است [Brackstone and McDonald, 1999]. در این مدل اگر راننده خودروی پیشرو به صورت غیر قابل پیش-بینی فعالیتی انجام دهد؛ تصادف، غیر قابل اجتناب خواهد شد. مبنای محاسبات در این مدل فاصله مطلوب برای جلوگیری از برخورد با خودروی پیشرو است. رابطه این مدل به صورت زیر می باشد:

$$\Delta X(t - T) = \alpha V_{Lead}^2(t - T) + \beta_1 V_{Follow}^2(t) + \beta_2 V_{Follow}(t) + b_0 \quad (2)$$

که مقادیر V_{Lead} و V_{Follow} به ترتیب سرعت خودور تعقیب کننده (پیرو) و سرعت خودور پیشرو می باشد و مقادیر $\alpha, \beta_1, \beta_2, b_0$ پارامترهای ثابت هستند که بسته به شرایط مختلف تعیین می شوند. این شرایط شامل حداکثر سرعت و حداکثر فاصله بین دو خودرو در حوزه مطالعه می باشد [Yang et al. 2013].

۳-۲ مدل Gipps

یکی از مهم ترین توسعه هایی که بر روی مدل CA انجام شد در سال ۱۹۸۱ توسط Gipps بود [Wilson, 2001]. او در مدل پیشنهادی خود چندین فاکتور رفتاری رانندگان را که در مدل های قبلی از آنها چشم پوشی شده بود، در نظر گرفت تا بتواند واقعیت را بهتر مدل کند. از جمله معایبی که می توان برای این مدل نام برد هزینه بسیار بالای محاسباتی برای کالیبراسیون پارامترهای آن است [Brackstone and McDonald, 1999]. مدل Gipps استفاده شده در این مقاله بر اساس سرعت خودروها به صورت رابطه (۳) در نظر گرفته شد [Wei et al., 2010].



شکل ۱. فرآیند تصمیم گیری رفتاری جریان تعقیب خودرو

مدل های شناخته شده تعقیب خودرو را می توان به ۵ گروه عمومی تقسیم بندی کرد [Brackstone and McDonald, 1999]:

- مدل GHR^{۱۱}
- مدل فاصله ایمن^{۱۲} (CA)
- مدل Gipps
- مدل خطی Helly
- مدل بر پایه منطق فازی و شبکه عصبی مصنوعی

۱-۲ مدل GHR

مدل GHR از شناخته شده ترین مدل های تعقیب خودرو است که که در اواخر دهه ۱۹۵۰ و اوایل دهه ۱۹۶۰ توسط Gazis و همکاران معرفی شد [Brackstone and McDonald, 1999]. این مدل بر اساس واکنش محرک که تغییرات شتاب را همچون تابعی از سرعت خودروی پیشرو، اختلاف سرعت و فاصله بین خودروی پیرو و پیشرو در نظر می گیرد، عمل می کند. البته تغییراتی برای بهینه کردن عملکرد این مدل در سال های متمادی نیز اعمال شده است. رابطه اولیه این مدل به شرح زیر است [Brackstone and McDonald, 1999]:

$$a(t + T) = \alpha \times \frac{\Delta V(t)}{\Delta X(t)} \quad (1)$$

که $a(t+T)$ افزایش یا کاهش شتاب در زمان t ، α ضریب حساسیت، $\Delta V(t)$ اختلاف سرعت خودروی پیرو و

منطبق بر منطق فازی از درجه عضویت برای فاصله، سرعت و شتاب استفاده می‌شود و به جای استفاده از مجموعه‌های قطعی از تعاریف فازی استفاده می‌گردد. در زمینه تحقیقات داخلی انجام شده بر روی مدل‌سازی تعقیب خودرو می‌توان به "تخمین رفتار تعقیب خودرو با استفاده از مبانی معادلات دیفرانسیل" [سید صابر ناصرعلوی وهمکاران، ۱۳۸۹] که بر مبنای استفاده از معادلات دیفرانسیل برای پیش‌بینی و تخمین رفتار خودروی تعقیب کننده با توجه به فرض معلوم بودن رفتار حرکتی خودروی جلویی پیشنهاد شده اشاره نمود. همچنین در این تحقیق، برای شناخت بیشتر ویژگی‌های مدل، از داده‌های سری زمانی فرآیند تعقیب خودروی واقعی استفاده شده است. تحقیق دیگری به "شبیه‌سازی و کاربرد آن در مطالعات ترافیک؛ مدل تعقیب خودرو" [Naserlavi et al. 2011] پرداخته است که در آن خصوصیات مدل‌های تعقیب خودرو، تشریح شده و به صورت کلی، به مبانی توسعه مدل‌های تعقیب خودرو اشاره شده است.

در جدول ۱ تفاوت بین مدل‌های سنتی با روش پیشنهادی را مشاهده می‌نمایید که نکته حائز اهمیت روش پیشنهادی عدم نیاز به کالیبراسیون می‌باشد.

۳. روش پیشنهادی

مدل‌های جریان تعقیب خودرو با بررسی رفتار راننده پیروی کننده از خودرو پیشرو در جریان ترافیکی ایجاد می‌شوند. زمانی که خودروی پیشرو نباشد وظایف رانندگی به نسبت ساده است و راننده فقط نیاز دارد سرعت مطلوب خود را حفظ کند، ولی زمانی که خودروی پیشرو وجود دارد راننده با در نظر گرفتن سرعت خودروی پیشرو (V_{Lead})، اختلاف سرعت با خودروی پیشرو (ΔV) و فاصله تا خودروی پیشرو با استفاده از افزایش شتاب یا ترمز نمودن، تلاش به کنترل رفتار رانندگی خویش می‌کند.

$$V_{Follow}(t+T) = \min\left\{\left(V_{Follow} + 2.5A_f T\left(1 - \frac{V_{Follow}}{\max V_{Follow}}\right)\right)^{\frac{1}{2}}\left(0.025 + \frac{V_{Follow}}{\max V_{Follow}}\right)^{\frac{1}{2}}\right\}, \{-B_f T + B_f\{2(d-S) - TV_{Follow} + \frac{V_{Lead}^2}{B_f}\}\} \quad (۳)$$

که پارامتر d فاصله بین خودرو تعقیب کننده و پیشرو است و پارامتر S مقدار فاصله ایمن بر اساس بیشینه سرعت خودورها است. پارامترهای این مدل با در نظر گرفتن سرعت خودورها در زمان برداشت بر اساس [Wei et al., 2010] به ترتیب برابر با $A_f = 1.7$, $B_f = 3$, $B_f^{\wedge} = 3.5$, $S = 6.5$ در نظر گرفته شد. خروجی این مدل، سرعت مطلوب برای خودرو تعقیب کننده بر اساس سرعت خودرو پیشرو است [Wilson, 2001].

۲-۴ مدل خطی Helly

مدل خطی Helly در سال ۱۹۵۹ تعریف شد که شامل پارامترهای اضافی برای تطبیق و تنظیم نمودن شتاب خودرو در مواجهه با ترمز خودروی پیشرو و دو خودروی جلوتر است. این مدل شامل فاکتور فاصله پیروی مطلوب می‌باشد [Helly, 1959]. رابطه این مدل به صورت زیر است [Brackstone and McDonald, 1999]:

$$a_n(t) = C_1 \Delta V(t-T) + C_2 (\Delta X(t-T) - D_n(t)), \quad (۴)$$

$$D_n(t) = \alpha + \beta V(t-T) + \gamma a_n(t-T) \quad (۵)$$

که $D_n(t)$ فاصله پیروی مطلوب در زمان t می‌باشد.

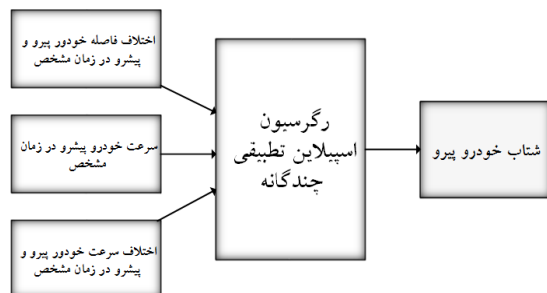
۲-۵ مدل بر پایه منطق فازی و شبکه عصبی مصنوعی

مدلسازی بر اساس منطق فازی نقش برجسته‌ای در جریان تعقیب خودرو ایفا نمود. کاربرد منطق فازی در جریان تعقیب خودرو در سال ۱۹۹۲ آغاز گشت. اولین تلاش برای استفاده از قوانین فازی در مدل GHR توسط Kikuchi و Chakroborty در سال ۱۹۹۲ انجام شد [Chakroborty and Kikuchi, 1999]. در مدل‌های

مدلسازی تعقیب خودرو با استفاده از روش رگرسیون اسپیلاین تطبیقی چندگانه در حوزه بزرگراهی

جدول ۱. مقایسه مدل های سنتی با مدل رگرسیون اسپیلاین تطبیقی چندگانه

نام مدل	تعداد پارامترهای مدل	نیاز به کالیبراسیون
GHR	۲	دارد
فاصله ایمن CA	۵	دارد
Gipps	۵	دارد
Helly	۶	دارد
MARS	۱	ندارد



شکل ۲. مدل جریان تعقیب خودرو با استفاده از رگرسیون اسپیلاین تطبیقی چندگانه

۳-۱ مدل رگرسیون اسپیلاین تطبیقی چندگانه (MARS)

رگرسیون اسپیلاین تطبیقی چندگانه یکی از مدل های غیر پارامتریک منطقه ای است [Friedman, 1991]. در قیاس با سایر مدل ها که فقط یک مجموعه از ضرایب را به داده ها اعمال می کنند، این مدل با برازش دادن توابع چندجمله ای منطقه ای جداگانه برای هر یک از زیرمجموعه از داده ها اقدام به تشخیص الگوهای پیچیده می کند [Elith and Leathwick, 2007, Samui, 2013]. به بیان دیگر، این مدل داده ها را به زیر مجموعه هایی تقسیم کرده و متناسب با پیچیدگی داده ها در هر ناحیه اقدام به برازش توابعی بنام توابع پایه می کند. این مدل می تواند با یک فرآیند دو مرحله ای اقدام به مدلسازی تغییرات شتاب کند [Kalnins et al. 2009]. شکل ۳ مراحل کلی مدل رگرسیون اسپیلاین تطبیقی چندگانه را نشان می دهد. مرحله اول، مرحله حرکت به سمت جلو است. در این مرحله مدل

بنابراین مدل جریان تعقیب خودرو می تواند به صورت زیر بیان شود [Wei et al. 2010]:

$$\frac{dv}{dt} = f(V_{Lead}, \Delta X, \Delta V) \quad (11)$$

با توجه به وجود پارامترهای بسیار زیاد در مدل های سنتی مطرح شده و پیچیدگی عملیات کالیبراسیون [Punzo et al., 2012] در این تحقیق، یک روش بسیار موثر و کارآمد بر پایه ی بهترین برازش رگرسیونی مطرح شده است که نه تنها دقت بالاتری دارد بلکه عملیات کالیبراسیون پارامترها نیز حذف می گردد. در این مقاله با استفاده از تئوری رگرسیون اسپیلاین تطبیقی چندگانه و داده های تعقیب خودرو یک روش جهت مدلسازی تعقیب خودرو ها ارائه شده است. در این راستا با در نظر گرفتن ۷۰ درصد از داده ها به عنوان داده های آموزشی مدل ارائه شده آموزش داده شد و سپس برای تعیین دقت مدل از ۳۰ درصد باقیمانده اطلاعات استفاده شد. علاوه بر آن، در این تحقیق، مروری بر معروفترین مدل های تعقیب خودرو انجام شده است و در پایان خروجی مدل پیشنهاد شده در این تحقیق با خروجی مدل های سنتی Helly, Gipps و GHR که از پرکاربردترین مدل ها در این زمینه به حساب می آیند [Li and Sun, 2012, Wei et al. 2010, Brackstone and McDonald, 1999] مقایسه گشت. در شکل ۲ شمای کلی عملکرد روش ارائه شده در این مقاله قابل مشاهده است. در ادامه این بخش، رگرسیون اسپیلاین تطبیقی چندگانه معرفی می گردد.

در این رابطه، a_0 یک مقدار ثابت می باشد، M تعداد ترم-های غیر صفر یا همان گره‌ها که توابع پایه در آنها تقسیم می شوند است، a_m ضرایب مربوط به m امین تابع پایه و $BF_m(X)$ ، m امین تابع پایه مدل بوده که طبق رابطه زیر محاسبه می شود:

$$BF_m(X) = \prod_{i=1}^{K_m} [S_{i,m}(X_{v(i,m)} - t_{i,m})]_+^q \quad (13)$$

که K_m درجه تعامل بین متغیرها در m امین تابع پایه است. به عنوان مثال، اگر $m=2$ و $K_m = 2$ باشد این بدان معنی است که در دومین تابع پایه یک سهمی (شامل دو متغیر مستقل) برای متغیرهای مستقل ورودی برازش داده می شود. i تعداد متغیرهای مستقل ورودی برای مدل است. $S_{i,m} = \pm 1$ می باشد، $X_{v(i,m)}$ متغیر v امی است که در آن $1 \leq v(i,m) \leq k$ و k تعداد کل متغیرهای ورودی است. $t_{i,m}$ مکان گره در هر یک از متغیرهای پیش بینی کننده متغیر وابسته است به عبارت دیگر مقداری است که در آن متغیرهای مستقل به دو قسمت تقسیم می شوند. q توان توابع پایه است به عنوان مثال برای $q=1$ یک اسپلاین خطی ساده به داده‌ها اعمال می شود. اندیس $+$ در رابطه (14) به معنی اخذ بخش مثبت عبارت $[S_{i,m}(X_{v(i,m)} - t_{i,m})]^q$ است:

$$[S_{i,m}(X_{v(i,m)} - t_{i,m})]_+^q = \begin{cases} [S_{i,m}(X_{v(i,m)} - t_{i,m})]^q & \forall S_{i,m}(X_{v(i,m)} - t_{i,m}) > 0 \\ 0 & otherwise \end{cases} \quad (14)$$

اعتبارسنجی متقاطع تعمیم یافته (GCV) که بهترین مدل رگرسیون اسپلاین تطبیقی چندگانه بر اساس آن انتخاب می گردد نیز طبق رابطه زیر می باشد، [Hastie, 2009, Milborrow, 2014]

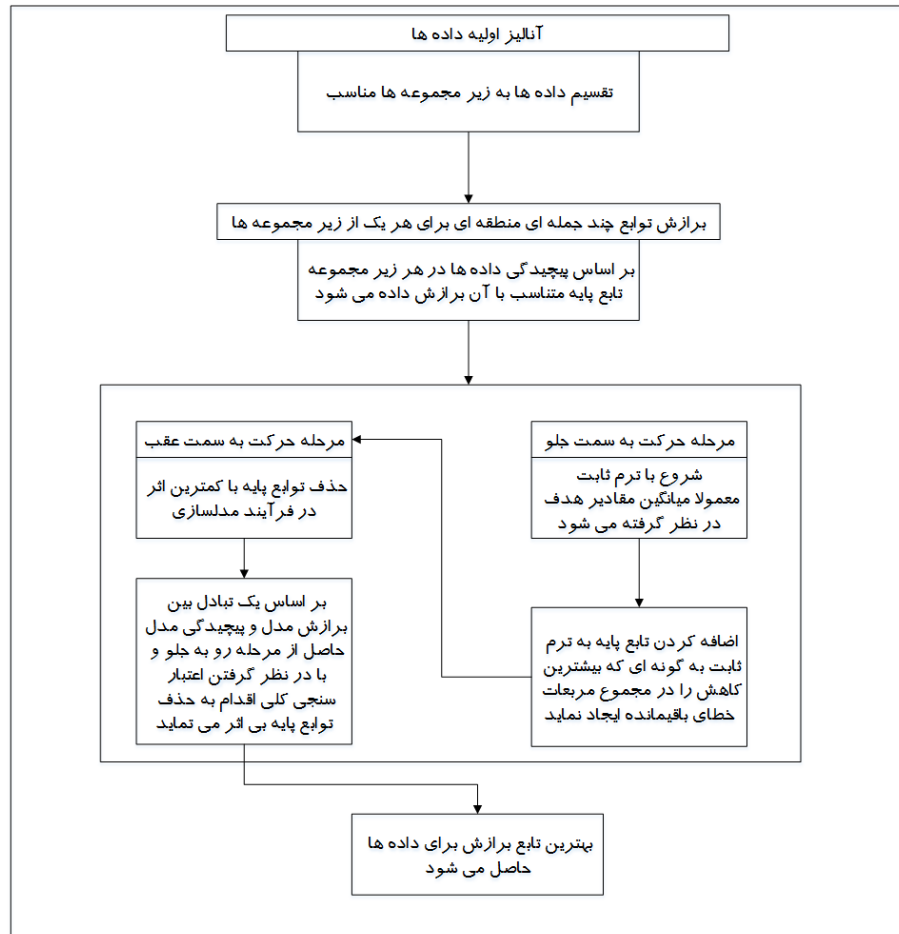
$$GCV(M) = \frac{(1/n) \sum_{i=1}^n [y_i - \hat{f}(X_i)]^2}{[1 - (C(M)/n)]^2} \quad (15)$$

ابتدا فقط با استفاده از یک ترم ثابت شروع می شود (که در واقع میانگین مقادیر پارامتر هدف یا همان تغییرات شتاب خودرو پیرو است) و بعد به صورت مکرر توابع پایه را برای مدل کردن داده‌ها به ترم ثابت اضافه می کند. در مرحله اضافه نمودن توابع پایه، مدل توابع پایه‌ای را اضافه می کند که بیشترین کاهش را در مجموع مربعات خطاهای باقی مانده ایجاد کنند. حرکت رو به سمت جلو اغلب باعث ایجاد بیش برآزش به داده‌ها می شود. در حقیقت، مدلی ایجاد می شود که دارای بیشترین برآزش به داده‌هایی است که در فرآیند مدلسازی دخیل بوده‌اند اما برای داده‌هایی که در فرآیند مدلسازی شرکت نکرده باشند برآزش خوبی ندارد. برای ساختن مدلی که قابلیت انعطاف بیشتری برای تمامی داده‌ها داشته باشد نیاز به مرحله دوم یعنی مرحله حرکت به سمت عقب است. در واقع مرحله حرکت به سمت عقب برای هرس کردن مدل و حذف کردن توابع پایه‌ای که کمترین اثر را در فرآیند مدلسازی دارند است. برای مشخص نمودن زیر مدل‌هایی که کمترین اثر را در مدلسازی دارند از اعتبارسنجی کلی^{۱۳} استفاده می شود. این اعتبارسنجی یک تبادل بین برآزش مدل و پیچیدگی مدل می باشد به این صورت که در مرحله حرکت به سمت جلو با اضافه شدن توابع پایه برآزش مدل به داده‌ها افزایش پیدا کرده و به تبع آن پیچیدگی مدل نیز بیشتر می شود. ولی در مرحله حرکت به سمت عقب، با حذف توابع پایه‌ای که کمترین سهم را در مدلسازی دارند میزان برآزش کمتر شده و پیچیدگی مدل کاهش پیدا می کند. در شکل ۳ مراحل کلی مدل رگرسیون اسپلاین تطبیقی چندگانه و نحوه توسعه مدل نهایی نشان داده شده است.

رابطه (12) رگرسیون اسپلاین تطبیقی چندگانه را نشان می دهد [Kalnins et al., 2009]:

$$\hat{y} = \hat{f}(X) = a_0 + \sum_{m=1}^M a_m BF_m(X) \quad (12)$$

مدلسازی تعقیب خودرو با استفاده از روش رگرسیون اسپیلاین تطبیقی چندگانه در حوزه بزرگراهی



شکل ۳. مراحل کلی عملکرد روش رگرسیون اسپیلاین تطبیقی چندگانه

عدم برازش در M تابع برازش داده شده به داده‌ها را نشان می‌دهد و مخرج کسر میزان هزینه برای پیچیدگی مدل را نشان می‌دهد.

۴. نتایج عملی

در این بخش، نتایج حاصل شده از مدلسازی تعقیب خودرو بر اساس رگرسیون اسپیلاین تطبیقی چندگانه معرفی شده با سه مدل مطرح Helly, GHR و Gipps مقایسه می‌گردند. داده‌های مورد نیاز برای استفاده از مدلسازی تعقیب خودرو دارای ویژگی‌های خاصی می‌باشند: خودروهای پیشرو و پیرو هر دو از یک نوع باشند، هیچ یک از دو خودرو در طول مدت تعقیب

که y_i مقادیر واقعی مورد نظر، $f(X_i)$ یا \hat{y}_i مقدار تخمین زده شده برای مقادیر واقعی مورد نظر، n تعداد کل مشاهدات و $C(M)$ معیار هزینه مدل بوده که شامل M تابع پایه است. به عبارت دیگر، $C(M)$ تعداد موثر درجه آزادی می‌باشد که به موجب آن GCV یک هزینه را برای اضافه کردن متغیرهای ورودی بیشتر به مدل اضافه می‌کند. $C(M)$ از رابطه (۱۶) محاسبه می‌شود [Friedman, 1991]:

$$C(M) = M \times d \quad (16)$$

که d هزینه برای هر کدام از توابع است که در عمل بین ۲ و ۴ انتخاب می‌شود. در واقع صورت کسر در معادله GCV میزان

نیز وجود داشت و داده‌های اختلاف مکان دو خودرو و سرعت خودروی پیشرو فقط در بازه مثبت تغییر می‌کردند با استفاده از روش مقیاس بندی مقادیر اعداد کلیه ورودی‌ها به بازه [۱ -۱] تغییر مقیاس داده شده و به عنوان ورودی وارد مدل گشت. تغییرات سرعت خودرو پیشرو در بازه [۰/۱ ۱۳/۹۸]، اختلاف سرعت در بازه [۲/۸۰ - ۳/۳۸] و میزان فاصله خودرو در هر لحظه در بازه [۴/۸۵ ۲۱/۰۵۳] بود که پس از مقیاس بندی هر کدام به بازه [۱ -۱] تبدیل شده است. در شکل ۷ میزان همبستگی بین پارامترهای ورودی مدل را مشاهده می‌نمایید که بیشترین همبستگی مربوط به داده‌های مربوط به اختلاف فاصله و سرعت خودروی پیشرو با ضریب همبستگی ۰/۹ است و کمترین همبستگی میان داده‌های اختلاف سرعت و اختلاف فاصله است. هیستوگرام های نمایش داده شده در عناصر قطری شکل ۷، میزان پراکندگی داده ها بعد از اعمال مقیاس بندی را مشخص می‌نمایند. از تعداد کل ۱۱۱۹۱ داده مورد نظر، ۷۰ درصد داده برای آموزش وارد مدل گشت و ۳۰ درصد باقیمانده برای تست دقت این مدل مورد استفاده قرار گرفت. برای تعیین دقت این مدل از روش میانگین خطای مربعات استفاده شد که رابطه (۱۷) نشان دهنده نحوه محاسبه این معیار دقت است.

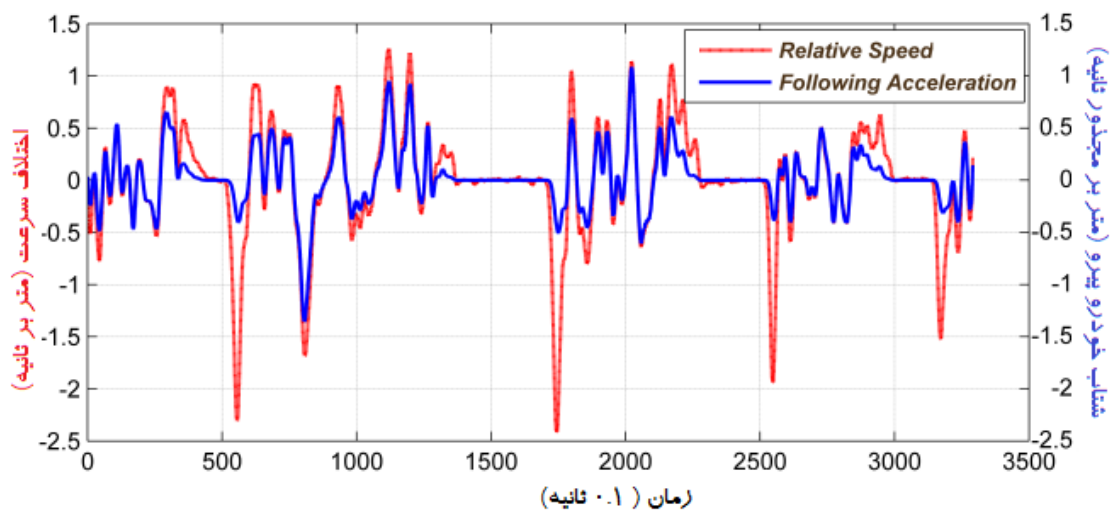
$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n} \quad (17)$$

که y_i مقادیر پیش بینی شده توسط مدل و \hat{y}_i مقادیر واقعی داده‌های تست است. این پارامتر که میانگین مربعات اختلافات مقادیر واقعی و مقادیر برآورد شده است باید دارای کمترین مقدار باشد. بدین ترتیب، هر برآوردی که کمترین مقدار MSE را حاصل نمود بهترین برازش انجام شده است. پارامتر دیگری که برای تعیین بهترین برازش مورد استفاده قرار می‌گیرد ضریب همبستگی است. ضریب همبستگی ابزاری آماری برای تعیین نوع و درجه رابطه یک متغیر کمی با متغیر کمی دیگر است..

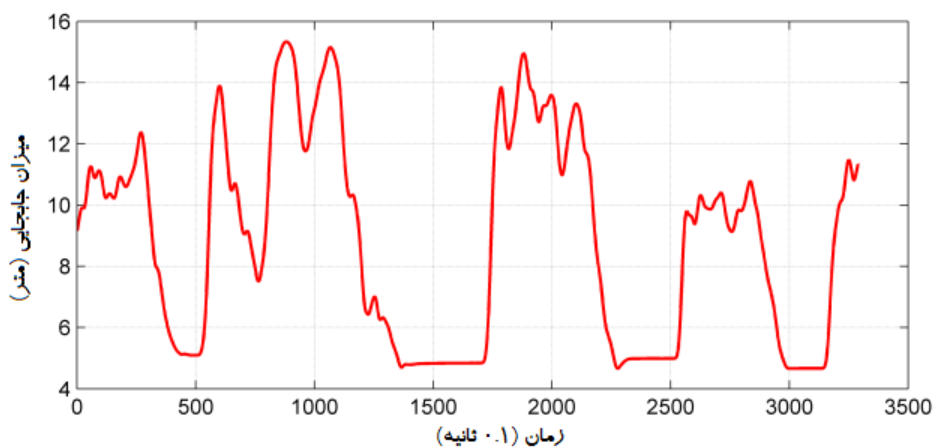
نباید تغییر خط دهند و نباید هیچ خودروی دیگری بین آنها قرار گیرد و در نهایت طول مدت تعقیب خودرو حداقل ۳۰ ثانیه باشد. با توجه به این شرایط، داده‌های مورد استفاده در این مطالعه با توجه به روش ارائه شده در [Zhang et al., 2002] با استفاده از نصب دستگاه‌های گیرنده GPS بر روی خودروها برداشت شد که در چند تحقیق [Zhang and Yi, Huang, 2011, Wei et al. 2010] این مجموعه از داده های جمع آوری شده مورد استفاده قرار گرفته است. پس از بررسی اولیه نویز در داده‌های برداشت شده مشاهده شد که برای کاهش آن از روش میانگین متحرک^{۱۴} استفاده شد. این داده ها در یک آزاد راه در شهر پکن برداشت شده‌اند که شامل پارامترهای زمان، موقعیت سه بعدی و بردار سرعت در سه جهت است. نمونه داده مورد استفاده شامل ۱۸/۵ دقیقه از جریان تعقیب خودرو است که با بازه زمانی ۰/۱ ثانیه این اطلاعات برداشت شده است. در شکل ۴ منحنی تغییرات اختلاف سرعت دو خودرو که دارای شرایط مناسب تعقیب ذکر شده می باشند نسبت به زمان و تغییرات شتاب خودروی پیرو نسبت به آن را مشاهده می‌کنید. همانطور که از شکل مشخص است خودروی پیرو به درستی متناسب با تغییرات سرعت شتاب خود را تغییر داده است. شکل ۵ نمایانگر تغییرات مکانی خودروها نسبت به زمان است. همانطور که در شکل مشاهده می‌شود خودروی پیرو حداقل فاصله ۵ متر را برای جلوگیری از تصادف حفظ کرده است. با توجه به شکل ۶ می‌توان مشاهده نمود که دو خودرو پیرو و پیشرو به صورت مستمر یکدیگر را تعقیب کرده‌اند.

داده‌های مورد استفاده در روش رگرسیون اسپلاین تطبیقی چندگانه مطرح شده شامل اختلاف مکان دو خودروی پیرو و پیشرو، اختلاف سرعت این دو خودرو و سرعت خودروی پیشرو است که به ترتیب به عنوان ورودی‌های مدل وارد گشتند. از آنجایی که اطلاعات مربوط به اختلاف سرعت در بازه‌های منفی

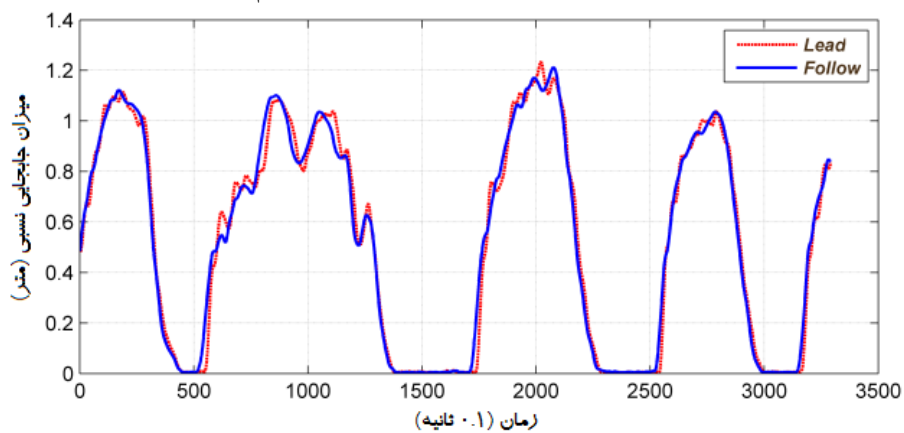
مدلسازی تعقیب خودرو با استفاده از روش رگرسیون اسپلاین تطبیقی چندگانه در حوزه بزرگراهی



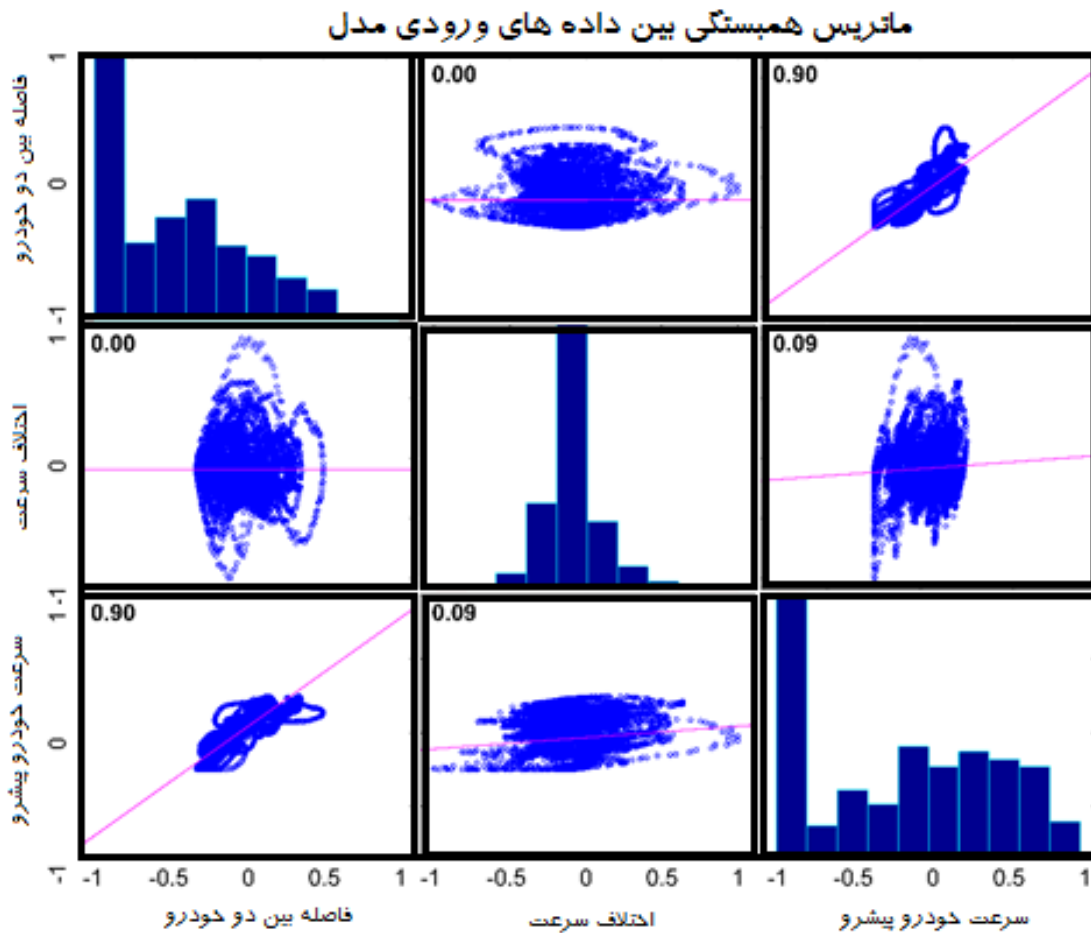
شکل ۴. تغییرات اختلاف سرعت دو خودرو و تغییرات شتاب خودروی پیرو



شکل ۵. تغییرات مکان دو خودرو نسبت به هم



شکل ۶. جابجایی خودرو پیشرو و پیرو نسبت به زمان

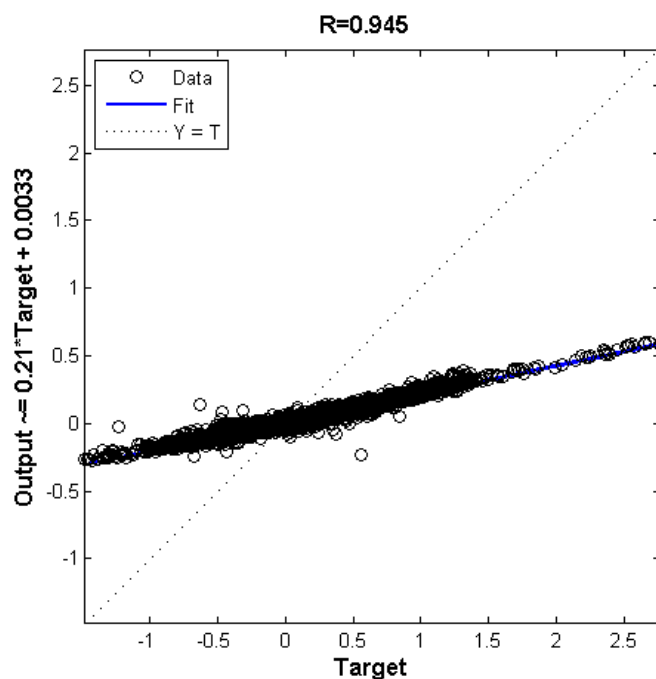


شکل ۷. همبستگی بین پارامترهای ورودی مدل

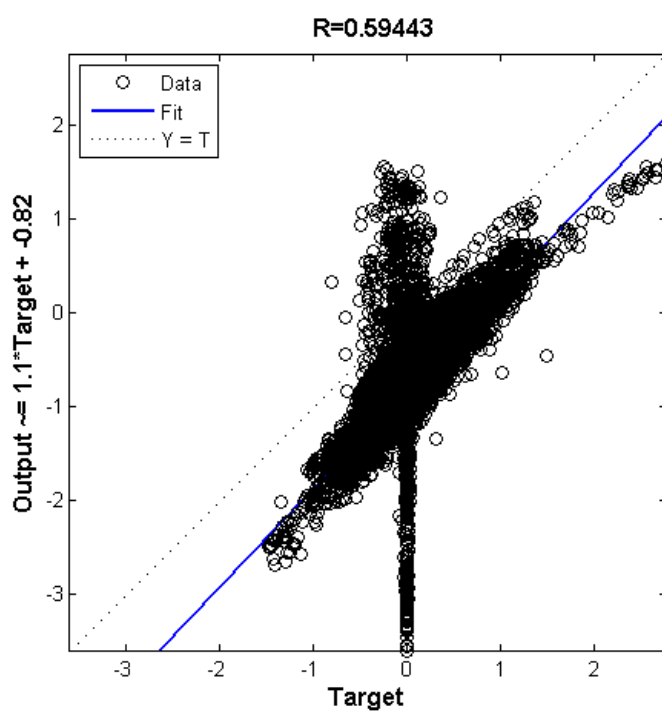
ضریب همبستگی، یکی از معیارهای مورد استفاده در تعیین همبستگی دو متغیر است که شدت رابطه و همچنین نوع رابطه (مستقیم یا معکوس) را نشان می‌دهد. این ضریب بین ۱ تا -۱ است و در عدم وجود رابطه بین دو متغیر، برابر صفر است برای تعیین مربع ضریب همبستگی از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$R^2 = \frac{(n \sum_{i=1}^n y_i \hat{y}_i - \sum_{i=1}^n \hat{y}_i \sum_{i=1}^n y_i)^2}{(n \sum_{i=1}^n \hat{y}_i^2 - (\sum_{i=1}^n \hat{y}_i)^2)(n \sum_{i=1}^n y_i^2 - (\sum_{i=1}^n y_i)^2)} \quad (18)$$

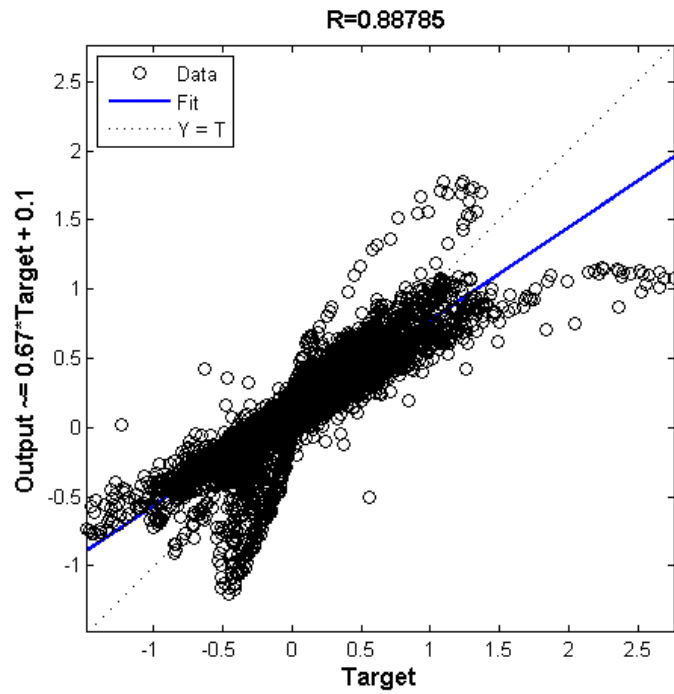
مدلسازی تعقیب خودرو با استفاده از روش رگرسیون اسپیلاین تطبیقی چندگانه در حوزه بزرگراهی



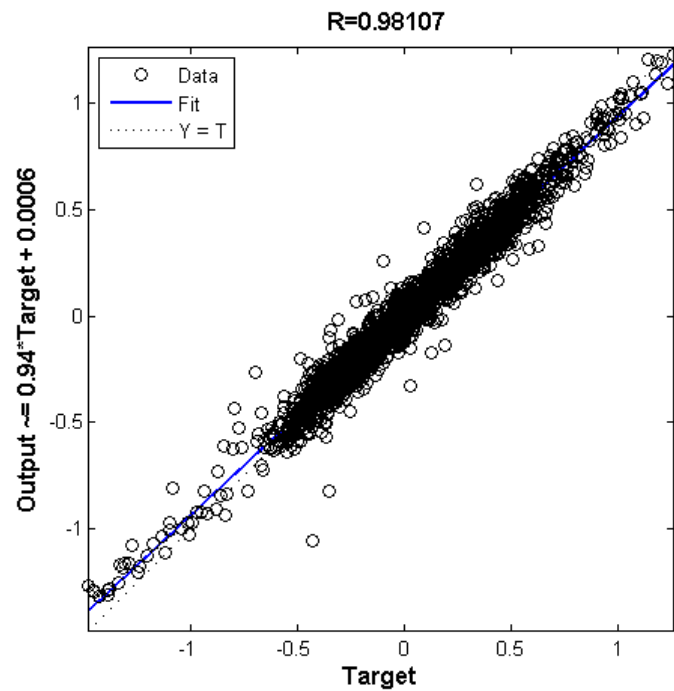
شکل ۸. ضریب همبستگی مدل GHR



شکل ۹. ضریب همبستگی مدل Gipps



شکل ۱۰. ضریب همبستگی مدل Helly



شکل ۱۱. ضریب همبستگی مدل MARS

مدلسازی تعقیب خودرو با استفاده از روش رگرسیون اسپیلاین تطبیقی چندگانه در حوزه بزرگراهی

جدول ۲. تحلیل‌های آماری خروجی مدل‌های مطرح شده نسبت به داده‌های واقعی شامل واریانس (δ^2)، انحراف معیار (δ)، کوواریانس بین خروجی مدلها و داده‌های واقعی و ضریب همبستگی (R) بین آنها

$$BF_{19} = \max(0, -0.3981 - \Delta V) * \max(0, V_{Lead} - 0.5614)$$

$$* \max(0, 0.02962 - \Delta X)$$

$$BF_{20} = \max(0, \Delta V + 0.1745) * \max(0, V_{Lead} + 0.2906)$$

$$BF_{21} = \max(0, 0.238 - \Delta V) * \max(0, V_{Lead} + 0.6075)$$

$$BF_{22} = \max(0, 0.238 - \Delta V) * \max(0, -0.6075 - V_{Lead})$$

	δ^2	δ	Cov	R
Real Data	۰/۰۹۳۵	۰/۳۰۵۸	-	-
MARS Output	۰/۰۸۵۱	۰/۲۹۱۷	۰/۰۸۷۵	۰/۹۸۱
GHR Output	۰/۰۰۴	۰/۰۶۳۲	۰/۰۱۸۸	۰/۹۴۵
Helly Output	۰/۰۷۰۳	۰/۲۶۵۱	۰/۰۶۸۷	۰/۸۸۷
Gipps Output	۰/۵۷۰۳	۰/۷۵۵۲	۰/۱۰۳۲	۰/۵۹۴

$$\text{Acceleration} = -1.101 + 5.086 * BF_1 - 2.989 * BF_2$$

$$+ 0.4716 * BF_3 - 0.7489 * BF_4 + 1.579 * BF_5$$

$$+ 0.2495 * BF_6 - 0.4603 * BF_7 - 4.591 * BF_8$$

$$+ 0.5402 * BF_9 + 5.899 * BF_{10} - 5.933 * BF_{11} -$$

$$4.922 * BF_{12} + 5.699 * BF_{13} + 0.5108 * BF_{14} -$$

$$20.7 * BF_{15} - 0.4587 * BF_{16} + 3.723 * BF_{17} -$$

$$0.3834 * BF_{18} + 1382 * BF_{19} - 0.8179 * BF_{20}$$

$$+ 0.1352 * BF_{21} + 0.3677 * BF_{22}$$

(۱۹)

در ادامه پارامترهای مدل خطی Helly توسط سرشکنی به روش مدل‌های پارامتریک تعیین و پیاده‌سازی شد و مدل غیرخطی GHR که با رابطه (۱) بیان شده بود، همراه با مدل معروف Gipps نیز که خروجی آن سرعت مناسب برای خودر پیرو است پیاده‌سازی گردید. در پایان نیز مقایسه‌ای بین خروجی این مدل‌ها و خروجی روش مطرح شده انجام گشت که نتایج به شرح زیر اند.

جدول ۳. مقایسه خروجی مدل‌های سنتی با مدل رگرسیون اسپیلاین تطبیقی

	MSE	R
MARS model	۰/۰۰۴	۰/۹۸
Helly model	۰/۰۳۴	۰/۸۹
GHR model	۰/۰۷	۰/۹۵
Gipps model	۱/۴۵۳	۰/۵۹

همان‌طور که از جدول ۳ برمی‌آید، بالاترین ضریب همبستگی برای مدل رگرسیون اسپیلاین تطبیقی چندگانه (MARS) حاصل شده است که نشان دهنده پایین بودن پراکندگی خروجی مدل و بالا بودن وابستگی خروجی این مدل با مقادیر واقعی است. با اینکه مدل GHR

مدلی که از اجرای رگرسیون اسپیلاین تطبیقی چندگانه به دست آمد چگونگی محاسبه تغییرات شتاب را برای خودرو پیرو نشان می‌دهد که به صورت تابع زیر است که از ۲۲ تابع مبنا (BF) حاصل شده است:

$$BF_1 = \max(0, \Delta V + 0.3981)$$

$$BF_2 = BF_1 * \max(0, V_{Lead} + 0.9465)$$

$$BF_3 = \max(0, \Delta X + 0.946)$$

$$BF_4 = BF_1 * \max(0, \Delta X - 0.01121)$$

$$BF_5 = BF_1 * \max(0, 0.01121 - \Delta X)$$

$$BF_6 = \max(0, \Delta X + 0.01327)$$

$$BF_7 = \max(0, -0.01327 - \Delta X)$$

$$BF_8 = \max(0, -0.3981 - \Delta V) * \max(0, 0.5614 - V_{Lead})$$

$$BF_9 = \max(0, -0.1745 - \Delta V)$$

$$BF_{10} = \max(0, \Delta V + 0.1745) * \max(0, V_{Lead} - 0.1096)$$

$$BF_{11} = \max(0, \Delta V + 0.1745) * \max(0, 0.1096 - V_{Lead})$$

$$BF_{12} = BF_9 * \max(0, V_{Lead} + 0.0181)$$

$$BF_{13} = BF_9 * \max(0, -0.0181 - V_{Lead})$$

$$BF_{14} = BF_{12} * \max(0, \Delta X + 0.4152)$$

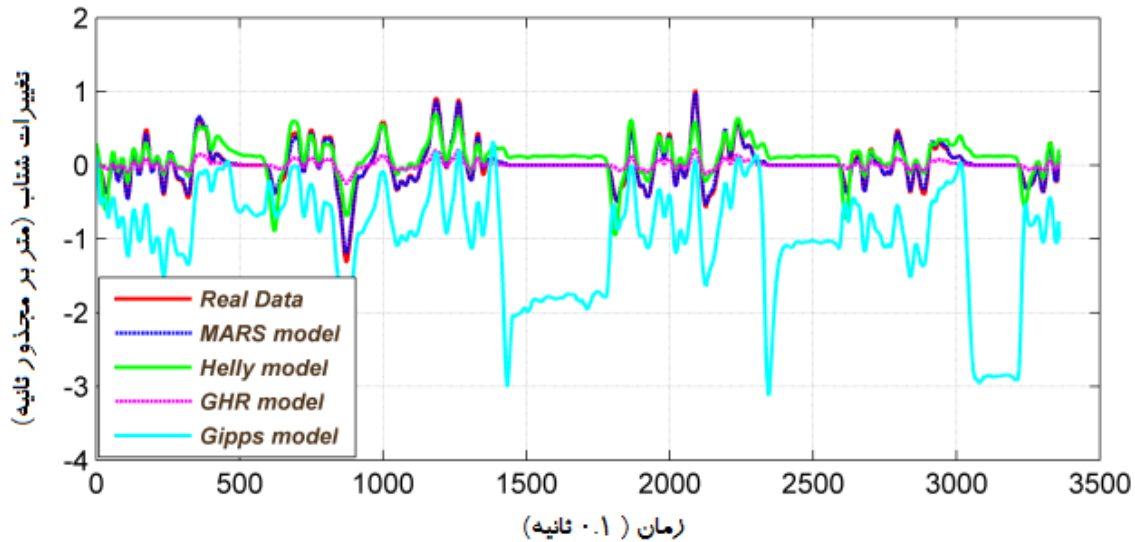
$$BF_{15} = BF_{12} * \max(0, -0.4152 - \Delta X)$$

$$BF_{16} = BF_{10} * \max(0, \Delta X + 0.3794)$$

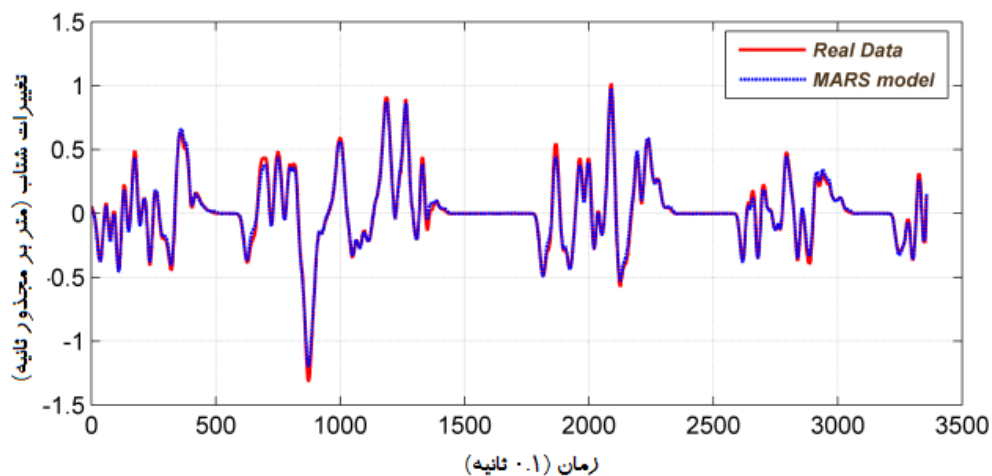
$$BF_{17} = BF_{10} * \max(0, -0.3794 - \Delta X)$$

$$BF_{18} = \max(0, \Delta V - 0.238)$$

دارای MSE بالاتری نسبت به مدل Helly است ولی دارای ضریب همبستگی بسیار بالاتری است که دلیل آن با توجه به جدول شماره ۱ پایین بودن پراکندگی داده‌ها به نسبت مدل Helly است. این نسبت به مقدار ۰/۰۰۴ در مقابل ۰/۰۰۷ تعیین شده است و وابستگی خطی هر کدام از این مدلها نسبت به داده های واقعی به ترتیب ۰/۰۱۹ و ۰/۰۶۹ می باشد که دلیل محکمی برای بالا بودن ضریب همبستگی در مدل GHR نسبت به مدل Helly است. اشکال ۱۲ و ۱۳ به ترتیب مقایسه مدل MARS با سایر مدلها و خروجی داده‌های واقعی نشان می‌دهند.



شکل ۱۲. مقایسه مدل‌های سنتی با مدل مطرح شده



شکل ۱۳. مقایسه مقادیر واقعی با خروجی مدل MARS

مربعات و نشان دادن میزان همبستگی خروجی مدل با داده‌های واقعی در بخش قبل، در ادامه، با استفاده از شبیه‌سازی میکروسکوپی، اعتبار مدل ارائه شده نشان داده می‌شود. برای

نتایج نشان می‌دهد مدل MARS دارای دقت بالاتری نسبت به مدل‌های معروف Helly، Gipps و GHR است. پس از تعیین دقت مدل با استفاده از ارزیابی خطاها با روش خطای کمترین

مدلسازی تعقیب خودرو با استفاده از روش رگرسیون اسپلاین تطبیقی چندگانه در حوزه بزرگراهی

حرکت نمود و خودروی پیرو با درک سرعت خودروی پیشرو، فاصله و اختلاف سرعت با آن، شتاب را براساس مدل پیشنهاد شده در این مقاله به صورت لحظه‌ای محاسبه نموده و بر اساس این شتاب، میزان جابجایی برای لحظه بعدی محاسبه شد و به همین ترتیب، شبیه‌سازی به مدت ۵۰ ثانیه با گام‌های ۰,۱ ثانیه‌ای انجام گردید. در شکل ۱۵، مقایسه بین شبیه‌سازی‌های انجام شده با مدل‌های سنتی و مدل ارائه شده در این تحقیق قابل مشاهده است. در این راستا، تصویر پنج لحظه از چگونگی تعقیب خودرو نمایش شده است تا عملکرد مدل‌های سنتی در مقایسه با مدل ارائه شده در این تحقیق روشن شود. همانگونه که در شکل ۱۵ مشخص شده است مدل ارائه شده از اعتبار مناسبی براساس نزدیکی نتایج به حالت واقعی تعقیب خودرو در شبیه‌سازی برخوردار است. شکل ۱۶ نتیجه حاصل از شبیه‌سازی میکروسکوپی بر روی خروجی مدل ارائه شده از این تحقیق در مدت ۵۰ ثانیه را نشان می‌دهد.

این منظور، شکل ۱۴ بخشی از بزرگراه مورد نظر در پکن را که داده‌های این تحقیق مرتبط با آن است، نشان می‌دهد.



شکل ۱۴. بزرگراه منطقه مورد مطالعه

به منظور شبیه‌سازی، یک خودرو به عنوان خودروی پیشرو و دیگری به عنوان خودروی پیرو در نظر گرفته شد. خودروی پیشرو با سرعتی که در داده‌های واقعی ثبت شده بود شروع به



(الف)



(ب)



(ج)



(د)



(ه)

- Lead Vehicle
- Real Following
- MARS
- Helly model
- GHR model
- Gipps model

شکل ۱۵. نمایش شبیه‌سازی در ۵ لحظه (الف) ثانیه ۱۰، (ب) ثانیه ۲۰، (ج) ثانیه ۳۰، (د) ثانیه ۴۰، و (ه) ثانیه ۵۰ برای مقایسه نتایج شبیه‌سازی تمام مدل‌های مطرح شده سنتی با مدل ارائه شده در این مقاله



شکل ۱۶. شبیه‌سازی مدل MARS در مدت ۵۰ ثانیه

۵. نتیجه گیری

تاکنون مدل‌های بسیاری برای تعقیب خودرو مطرح شده اند. تمامی مدل‌های سنتی که تاکنون ارائه شده اند دارای پارامترهای بسیار زیادی هستند که به علت ماهیت چند تخصصی در حوزه مطالعه این مدل‌هاست و کالیبره کردن این پارامترها بسیار دشوار است و هرگونه تغییر در این پارامترها حتی اگر بسیار کم هم باشد، در خروجی مدل اختلالات شدیدی ایجاد می‌کند. در این تحقیق، با استفاده از روش برازش بهترین تابع توسط مدل رگرسیون اسپیلاین تطبیقی چندگانه یک مدل جریان تعقیب خودرو با میانگین خطای مربعات $MSE = 0/004$ و مربع ضریب همبستگی (بین خروجی مدل و داده های واقعی شتاب) $R^2 = 0/98$ ارائه شد که دقت بالای این مدل و همبستگی بالای خروجی این مدل با واقعیت را نشان می‌دهد. با توجه به اینکه تغییرات شتاب خودرو پیرو به صورت غیرخطی عمل می‌کند، این مدل توانسته است بدون در نظر گرفتن هیچ فرض آماری بین متغیرهای پیش بینی شتاب (محرکان تغییرات شامل تغییرات سرعت، اختلاف فاصله و سرعت خودروی پیشرو) و متغیر هدف (تغییرات شتاب برای خودروی پیرو) اقدام به مدلسازی روابط غیر خطی بین این متغیرها کند. در پایان خروجی مدل پیشنهاد شده در این تحقیق با خروجی مدل‌های Helly, Gipps و GHR مقایسه گشت و نتایج نشان داد که مدل پیشنهاد شده در این تحقیق، دارای دقت بالاتری نسبت به مدل های سنتی دارد.

برای کارهای آینده می توان زمان عکس العمل‌های مختلفی را به عنوان یکی دیگر از ورودی‌های این مدل وارد تحلیل‌ها نمود تا تاثیر این پارامتر نیز بر روی مدلسازی تعقیب خودرو با استفاده از تئوری رگرسیون اسپیلاین تطبیقی چندگانه مشخص شود. از آنجایی که این مدل در قیاس با سایر مدل‌های سنتی بی نیاز از مرحله

کالیبراسیون است می‌توان از آن در نرم افزارهای شبیه‌سازی ترافیکی میکروسکوپی استفاده نمود.

۶. سپاسگزاری

نویسندگان بر خود لازم می‌دانند از جناب آقای دکتر Zhiyong Zhang از دانشگاه تکنولوژی پکن که طی مکاتباتی، داده‌های این تحقیق را که پیش‌تر در تحقیقات مشابه دیگر نیز استفاده شده‌اند در اختیار نویسندگان

گذاشتند، سپاسگزاری کنند. ۷. پی‌نوشت‌ها

۱. Micro Simulation
۲. Multi-disciplinary
۳. Multi-Variate Adaptive Regression Spline (MARS)
۴. Mean Square Error(MSE)
۵. Correlation Coefficient(R)
۶. Mesoscopic Simulation
۷. Macro Simulation
۸. Intelligent Transport System (ITS)
۹. Driver-Vehicle-Unit (DVU)
۱۰. Car Following
۱۱. Gazis-Herman_Rothery (GHR)
۱۲. Collision Avoidance(CA)
۱۳. Generalized Cross Validation (GCV)
۱۴. Moving Average

۸. مراجع

- ناصرعلوی، س. ص.، صفارزاده، م.، ممدوحی، ا.ر.، ندیمی، ن. (۱۳۹۰) "شبیه سازی و کاربرد آن در مطالعات ترافیک؛ مدل تعقیب خودرو"، فصلنامه علمی ترویجی راهور، سال، هشتم شماره ۱۵، مرداد ۱۳۹۰، ص ۵۹-۷۴.
- ناصرعلوی، س. ص.، صفارزاده، م.، ندیمی، ن. (۱۳۸۹) "تخمین رفتار تعقیب خودرو با استفاده از مبانی معادلات دیفرانسیل"، پژوهشنامه حمل و نقل سال هفتم، پاییز ۱۳۸۹ شماره ۳، ص ۲۶۱-۲۷۴.

-Aghabayk, K., Sarvi, M., Forouzideh, N. and Young, W. (2014) "Modelling heavy vehicle car-following behaviour in congested traffic conditions", Journal of

- Milborrow, S. (2014) "Notes on the earth package", URL <http://cran.r-project.org/package=earth>.
- Punzo, V., Ciuffo, B. and Montanino, M. (2012) "Can results of car-following model calibration based on trajectory data be trusted?" *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, Vol. 2315, No. 1, pp. 11-24.
- Saifuzzaman, M. and Zheng, Z. (2014) "Incorporating human-factors in car-following models: a review of recent developments and research needs", *Transportation research part C: Emerging Technologies*, Vol. 48: pp. 379-403.
- Samui, P. (2013) "Multivariate adaptive regression spline (Mars) for prediction of elastic modulus of jointed rock mass". *Geotechnical and Geological Engineering*, Vol. 31, No. 1, pp.249-253.
- Suzuki, H., Ranjitkar, P., Nakatsuji, T. and Takeichi, Y. (2005) "An extended car-following model combined with a driver model", *Journal of the Eastern Asia Society for Transportation Studies*, Vol. 6, pp.1545-1556.
- Wei, D., Chen, F. and Zhang, T. editors (2010) "Least square-support vector regression based car-following model with sparse sample selection", *Intelligent Control and Automation (WCICA)*, 8th World Congress on IEEE.
- Wilson, R. E. (2001) "An analysis of Gipps's car-following model of highway traffic", *IMA Journal Of Applied Mathematics*, Vol. 66, No. 5, pp. 509-537.
- Yang, D., Jin, P., Pu, Y. and Ran, B. (2013) "Safe distance car-following model including backward-looking and its stability analysis". *The European Physical Journal B*, Vol. 86, No. 3, pp. 1-11.
- Zhang, Zhi-yong. and Yi, Huang (2011) "A regression car-following model based on time delay differential equation on expressway", 11th International Conference of Chinese Transportation Professionals (ICCTP).
- Zhang, Z. Y., Rong, J. and Ren, F. T. (2002) "Dynamic car-following behavioral data collection using the instrumented GPS vehicles", *Journal of Beijing University of Technology*, Vol. 2, pp.189-193. (In Chinese)
- Advanced Transportation, Vol. 48, No. 8: pp. 1017-1029.
- Brackstone, M. and McDonald, M. (1999) "Car-following: a historical review", *Transportation Research Part F: Traffic Psychology and Behaviour*, Vol. 2, No. 4, pp. 181-96.
- Chakroborty, P. and Kikuchi, S. (1999) "Evaluation of the General Motors based car-following models and a proposed fuzzy inference model", *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol. 7, No. 4, pp. 209-235.
- Cho, H-J. and Wu, Y-T. (2008) "Microscopic analysis of desired-speed car-following stability", *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 196, No. 2, pp. 638-645.
- Elith, J. and Leathwick, J. (2007) "Predicting species distributions from museum and herbarium records using multiresponse models fitted with multivariate adaptive regression splines", *Diversity and Distributions*, Vol. 13, No. 3, pp.265-275.
- Friedman, J. H. (1991) "Multivariate adaptive regression splines", *The Annals of Statistics*, 1-67.
- Hastie, T., Tibshirani, R. and Friedman, J. (2009) "The elements of statistical learning", Springer.
- Helbing, D., Hennecke, A., Shvetsov, V. and Treiber, M. (2001) MASTER: macroscopic traffic simulation based on a gas-kinetic, non-local traffic model. *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 35, No. 2, pp. 183-211.
- Helbing, D. and Tilch, B. (1998) "Generalized force model of traffic dynamics", *Physical Review E*, Vol. 58, No. 1: pp. 133-138.
- Helly, W. (1959) "Simulation of bottlenecks in single-lane traffic flow", *Proceedings of the Symposium on Theory of Traffic Flow*, pp. 207-238.
- Kalnins, K., Jekabsons, G. and Rikards, R. (2009) "Metamodels for optimisation of post-buckling responses in full-scale composite structures", *Proceedings of 8th World Congress on Structural and multidisciplinary optimisation*, Lisbon, Portugal.
- Li, Y. and Sun, D. (2012) "Microscopic car-following model for the traffic flow: the state of the art". *Journal of Control Theory and Applications*, Vol. 10, No. 2, pp.133-43.