ارایه طبقه بندی از انواع گراف دوگان و بکارگیری آنها در بهبود آنالیزهای مسیریابی

جواد صابریان(مسئول مکاتبات)، دانشجوی دکتری، دانشکده نقشه برداری، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران
محمد رضا ملک، استادیار، دانشکده نقشه برداری، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران
مجید همراه، استادیار، دانشکده نقشه برداری، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران
E-mail: javadsaberian@yahoo.com

دریافت: ۹۱/۰۸/۰۷ پذیرش: ۹۱/۱۲/۱۵

چکیده

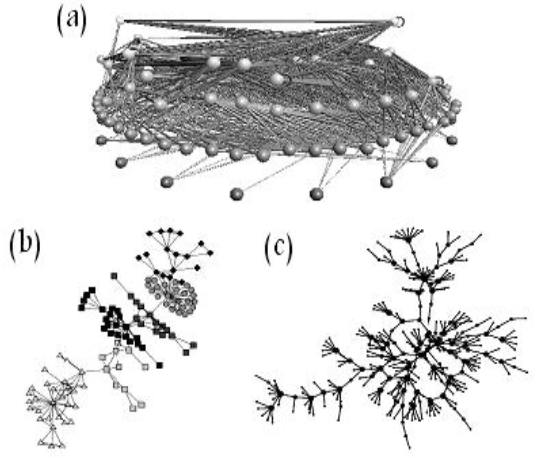
یکی از مهم ترین کاربردهای سیستمهای اطلاعات مکانی، در مبحث مدیریت حمل و نقل است. در این زمینه قابلیتهای تجزیه و تحلیل شبکه در سیستمهای اطلاعات مکانی از جمله محاسبه کوتاه ترین مسیر می‌تواند بسیار مفید واقع شود. گراف و تئوریهای آن نقش مهمی در انجام آنالیزهای شبکه GIS دارند. تاکنون نظریه های متعدد و بسیار کاربردی از جمله الگوریتمهای محاسبه کوتاه ترین مسیر برای حل مسائل گوناگون در گرافها ارایه و استفاده شده اند. اما برای بعضی از مسائل مهم و کاربردی راه حل و تئوری مناسبی بر مبنای گراف ارایه نشده است. به همین علت، همانند بسیاری از نظریه های دیگر که در آنها راه حلهایی بر مبنای فضاهای دوگان[1] ارایه شده، در گرافها نیز چنین فضاهایی تعریف و استفاده شده اند. به این صورت که ابتدا مساله موجود در گراف اولیه را به یک فضای دوگان مناسب برده و پس از حل، نتایج به فضای اولیه برگردانده می شود. در این مقاله به معرفی انواع دوگانهای گراف که تاکنون در علوم مختلف از جمله GIS استفاده شده، پرداخته شده و دسته بندی مناسبی بر روی آنها صورت گرفته است. سپس برای هر نوع دوگان گراف موارد کاربردی آن نیز آورده شده است.

مطالعه موردی انجام شده بخوبی تاثیر مثبت روش پیشنهادی این مقاله را در فرآیند اجرا و در خروجی آنالیزهای مسیریابی نشان داد.

واژه‌های کلیدی: گراف، دوگان گراف، بهترین مسیر، شبکه حمل ونقل، GIS

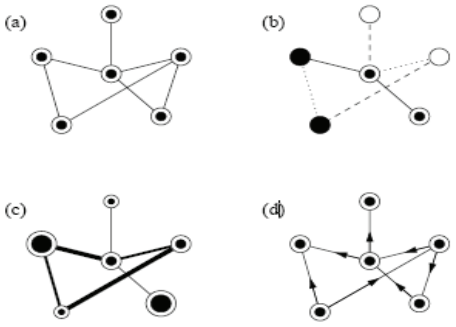
۱. مقدمه

سیستمهای اطلاعات مکانی در زمینه مدیریت و طراحی بهینه تسهیلاتی چون حمل و نقل، دارای قابلیتهای فراوانی هستند. قابلیتهای تجزیه و تحلیل شبکه در سیستمهای اطلاعات مکانی از جمله محاسبه کوتاه ترین مسیر یکی از مهم ترین این قابلیتهاست. تاکنون در زمینه استفاده از آنالیزهای شبکه در طراحی سیستمهای حمل و نقل، تحقیقات بسیاری انجام گرفته است [Afandizadeh et al. 2010, Saberian and Mesgari 2010, Saberian et al. 2010]. مبنای انجام آنالیزهای شبکه در GIS، تئوری گراف است. مفهوم گراف در سال ۱۷۳۶ توسط اویلر و با طرح راه‌حلی برای مساله پلهای کونیگسبرگ ارایه شد و به تدریج توسعه یافت [Barnett, 2008 and Harary, 1994]. در دنیای اطراف ما، وضعیتها و حالتهای فراوانی وجود دارند که می توان آنها را توسط نموداری متشکل از مجموعه نقاط و خطوط، توصیف کرد. یک گراف مجموعه ای متشکل از رئوس یا گرهها و ارتباطات بین آنهاست. فرمهای مختلفی از گراف تعریف و استفاده شده اند. به عنوان مثال شبکه اینترنت، شبکه ارتباطات اجتماعی، شبکه های سازمانی، شبکه های عصبی و شبکه خیابانهای شهری. شکل ۱ تعدادی از گرافهای تعریف شده را نشان می دهد.



شکل۱. سه مثال از گرافهای مختلف تعریف شده در علوم گوناگون
a) گراف ارتباطات غذایی میان انواع گونه های جانوری در دریاچه های آب شیرین[Martinez, 1991]
b) گراف چگونگی همکاری دانشمندان در یک مرکز تحقیقاتی [Girvan and Newman, 2002]
c) شبکه ای از ارتباطات خویشاوندی میان افراد یک جامعه [Potterat et al. 2002].

مجموعه ای از گرهها که توسط تعدادی خطوط به هم متصل شده اند ساده ترین نوع یک گراف است. در بسیاری موارد با گرافهای پیچیده تری مواجه هستیم. به عنوان مثال ممکن است بیشتر از یک نوع گره یا بیشتر از یک نوع یال در گراف موجود باشد. ویژگیها و وزنهای مختلفی ممکن است به گرهها و یالهای یک گراف اختصاص یافته باشد. شکل ۲ نمونه هایی از این گرافهای پیچیده را که در GIS کاربرد دارند نشان می دهد.



شکل۲. مثالهایی از انواع گراف
a) یک گراف ساده بدون جهت با یک نوع یال و گره ثابت
b) یک گراف با گره ها و یالهای متفاوت c) یک گراف با وزنهای متفاوت برای گره ها ویالهای آن
d) یک گراف با یالهای جهت دار[Newman 2003]

با وجود ارایه نظریه های متعدد و بسیار کاربردی از جمله الگوریتمهای محاسبه کوتاه ترین مسیر در گرافها، برای بعضی از مسائل مهم و کاربردی، راه حل و تئوری مناسبی ارایه نشده است. بسیاری از الگوریتمهای گراف با مشکل پیچیدگی محاسباتی بسیار روبرو هستند. به عنوان مثال الگوریتمها و راه حلهایی که برای مسائل فروشنده دوره گرد، یافتن دور همیلتونی، طراحی سفر و ... بر اساس تئوری گراف ارایه شده، همگی با مشکل پیچیدگی بسیار زیاد محاسباتی مواجه هستند. در بعضی موارد به این گونه مسایل با استفاده از روشهای ابتکاری مانند ژنتیک که جوابی نسبتا خوب را ارایه می دهند پرداخته می شود و در بعضی موارد همانند بسیاری از نظریه های دیگر که در آنها راه حلهایی بر مبنای فضای دوگان[1] ارایه شده در گرافها نیز از چنین فضاهایی استفاده می شود. به این صورت که ابتدا مساله موجود در گراف اولیه به یک فضای دوگان مناسب برده شده و پس

از حل، نتایج به فضای اولیه برگردانده می شوند. در این مقاله، انواع دوگانهای گرافی که تاکنون در علوم مختلف مرتبط با گراف تعریف و استفاده شده اند معرفی و دسته بندی می شوند. در ادامه برای نمایش قابلیت دوگان گراف و مفاهیم آن به دو مورد از مسائلی که تاکنون در مسایل مسیریابی حمل و نقل به آنها توجه چندانی نشده یعنی چپگردی و یا راستگردی در چهارراهها و مسیریابی بین مبدا و مقصد غیر نقطه ای پرداخته می شود. برای این منظور نشان داده می شود که می توان مسایل با راه حلهای پیچیده و زمانبر را در گراف اولیه، با تغییر شکل و تغییر ساختار گراف به مسایلی بسیار ساده تر تبدیل کرد.

روشهای موجود و قابل استفاده برای یافتن کوتاه ترین مسیر، تنها قادرند مسیریابی بین یک مبدا نقطه ای و یک مقصد نقطه‌ای دیگر را انجام دهند. اما کاربر در موارد بسیاری ممکن است به حالتی غیر از این نیاز داشته باشد. به عنوان مثال حالتی را در نظر بگیرید که کاربر برای خرید یک کالای خاص بخواهد از منزل خود (مبدا نقطه ای) به یک خیابان خاص (مقصد خطی) که بازار فروش آن کالا است برود. در این حالت مقصد کاربر خطی است. در این مقاله راهکاری عملی برای غلبه بر این مشکل ارایه شده است که در آن با استفاده از مفاهیم دوگان گراف و با تغییر ساختار گراف می توان به مقصود مورد نظر رسید.

در ادامه، مقاله برای رسیدن به اهداف تحقیق به این صورت تنظیم شده است. فصل دوم به طبقه بندی انواع دوگان گراف تعریف شده و بیان کاربردهای آنها اختصاص دارد. در فصل سوم برای مدلسازی مساله چپگرد و راستگرد بودن مسیر در تقاطعها و همچنین مسیریابی بین مبدا و مقصد غیر نقطه ای، راه حلی با استفاده از مفاهیم دوگان گراف ارایه می شود که در آنها به جای تغییر الگوریتمهای مسیریابی و پیچیده تر کردن آنها ، در ساختار و شکل گراف اولیه تغییرات لازم ایجاد می شوند و بعد الگوریتمهای مسیریابی رایج بر روی گراف تغییر یافته اجرا می‌شود تا به اهداف مورد نظر دستیابی شود. در فصل چهارم، یک نمونه عملی که در آن از روش ارایه شده در فصل ۳ برای حل مساله چپگرد و راستگرد بودن چهارراه ها و همچنین مسیریابی بین مبدا و مقصد غیر نقطه ای استفاده شده ، توضیح داده شده است. در نهایت فصل پنجم به نتیجه گیری تحقیق اختصاص دارد.

۲. طبقه بندی انواع دوگان گراف

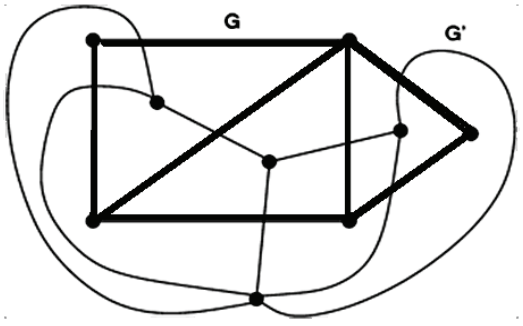
دوگان گرافهایی که تا کنون در علوم مختلف تعریف و استفاده شده اند، بر اساس نحوه استخراج به دو گروه بر مبنای گراف اولیه و مفهومی تقسیم بندی شده اند. در ادامه وجه تسمیه و مشخصات آنها شرح داده شده اند.

۲-۱ دوگان گراف بر مبنای گراف اولیه

این نوع دوگان گراف از گراف اولیه[۲] استخراج می شود. به عبارت دیگر بعد از اینکه گراف اولیه بر اساس دیدگاههای رایج آن استخراج شد، سپس دوگان گراف آن بر اساس قوانین خاصی استخراج می شود. در این طبقه دو نوع دوگان یعنی دوگان گراف ورونی و دوگان گراف خطی را می توان گنجاند.

• دوگان گراف ورونی[۳]

تعریف: دوگان گراف ورونی یک گراف مسطح، گرافی است که گرههای آن نماهای گراف اولیه بوده و یالهای آن بیانگر ارتباطات همجواری در گراف اولیه باشد [Harary, 1994]. شکل۳ نحوه استخراج دوگان گراف ورونی را نشان می دهد.



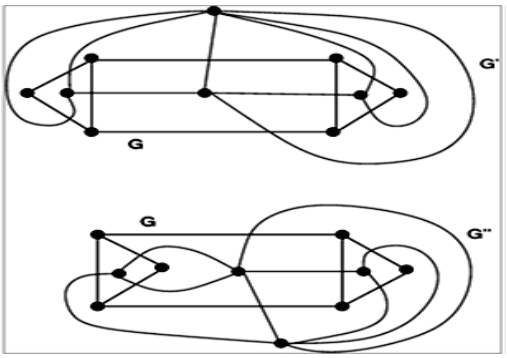
شکل۳. گراف دوگان گراف ورونی است.

این نوع دوگان دارای ویژگیهای زیر است:

۱- دوگان گراف ورونی یک گراف مسطح یک گراف مسطح است (که ممکن است یال موازی و حلقه نیز داشته باشد).

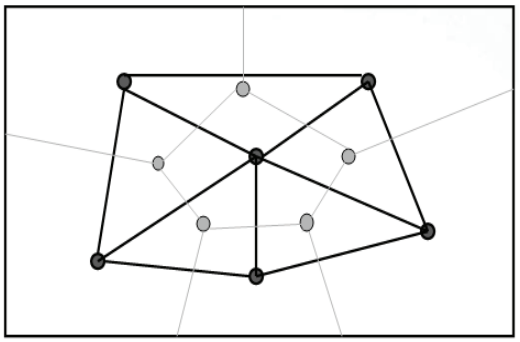
۲- اگر G یک گراف همبند وG' ، دوگان گراف ورونی آن باشد، آنگاه G نیز، دوگان گراف ورونیG' خواهد بود.

۳- دوگانهای گراف ورونی یک گراف منحصر به فرد نیستند و یک گراف می‌تواند چندین دوگان گراف ورونی غیر یک ریخت[۴] داشته باشد. زیرا با تغییر نمایش گراف اولیه دوگان گراف ورونی آن نیز تغییر می‌کند. شکل ٤ این مساله را به خوبی نشان می دهد.



شکل٤. و هر دو دوگان گراف ورونی می‌باشند و یکریخت نیستند.

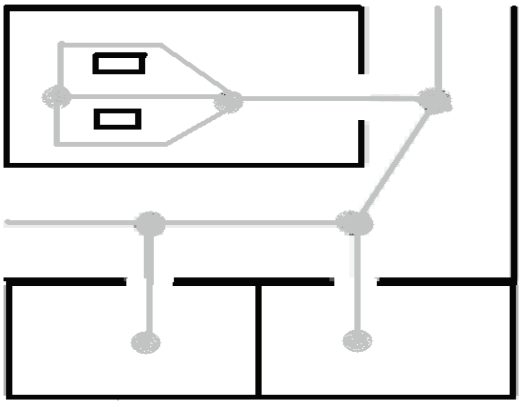
این نوع دوگان گراف بیشتر در مسائلی که در آنها نیاز به تقسیم بندی فضا است استفاده شده است. به عنوان مثال الگوریتم تولید پلیگونهای تیسن از روی تعدادی نقطه، یکی از موارد کاربرد این نوع دوگان گراف است. همان طور که می‌دانیم در الگوریتم تولید پلیگونهای تیسن ابتدا مثلث بندی بین نقاط انجام می‌شود و سپس دوگان مثلث بندی انجام گرفته به عنوان پلیگونهای تیسن استخراج می‌شود (شکل۵).



شکل۵. پلیگونهای تیسن به عنوان دوگان ورونی مثلثها

Sommer و همکاران [2008] از دوگان ورونی گراف برای تقریب الگوریتمهای کوتاه ترین مسیر بر مبنای معیار فاصله استفاده کرده اند. چون تعداد گرهها در دوگان ورونی گراف به مراتب کمتر از گراف اولیه است، به همین دلیل آنها نشان داده اند که جواب تقریبی مساله کوتاه ترین مسیر بر مبنای فاصله را می‌توان در دوگان ورونی گراف اولیه محاسبه کرد.

Wallgrun [2008] نشان داده است که از دوگان ورونی گراف می توان در مسائل طراحی حرکت رباتها استفاده برد. طراحی حرکت یک ربات در یک محدوده بسته باید بر اساس مشاهدات لحظه ای ربات انجام شود به نحوی که بدون برخورد با موانع و دیوارها با پیمودن کوتاه ترین مسیر به مقصد مورد نظر برسد. وی نشان داده است که ربات مورد نظر باید بر روی دوگان ورونی گراف مشاهداتش حرکت کند. وی همچنین چگونگی استخراج این دوگان ورونی گراف را بر اساس مشاهدات ربات بیان کرده است. شکل ٦ نمونه ای از دوگان ورونی استخراج شده از مشاهدات یک ربات در یک محدوده بسته را نشان می دهد. همان طور که در شکل٦ نشان داده شده است ربات برای یافتن مسیر خود پس از مشاهده اطراف خود (خطوط سیاه رنگ) بر روی دوگان ورونی مشاهدات خود (خطوط خاکستری) حرکت می کند.



شکل٦. دوگان ورونی گراف مشاهدات یک ربات در یک محدوده بسته[Wallgrün 2008]. خطوط سیاه مشاهدات ربات و خطوط خاکستری (دوگان ورونی) به عنوان مسیر حرکت رباط

• دوگان گراف خطی[۵]

اگرگراف G به صورت مجموعه ای شامل دو مولفه (N, E) تعریف شود که در آن N مجموعه‌ای متناهی و ناتهی از گرهها و E مجموعه‌ای از ارتباطات دودویی بین گرهها باشد [Boundy

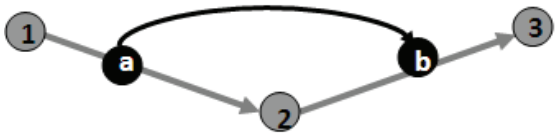
and Murty, 1999]، دوگان گراف خطی گراف G به صورت زیر تعریف می شود:

۱. به ازای هر یال در گراف اولیه، یک گره در دوگان خطی(LD) آن وجود دارد. ($|N_{LD}| = |E_G|$) (شکل -۷ ب)

۲. به ازای تمامی مسیرهای به طول ۲ در گراف اولیه یک یال در دوگان خطی آن وجود دارد. یعنی (مسیرهای به طول۲ در گراف اولیه = $|E_{LD}|$) (شکل-۷ ج)

۳. وزن یالها در دوگان خطی گراف توسط تابعی از روی وزن یالها در گراف اولیه محاسبه می‌شود.

دوگان خطی گرافهای جهت دار یک گراف جهت دار است که جهت یالها در آن در جهت مسیرهای به طول ۲ در گراف اولیه است. شکل ۸ دوگان خطی را در گرافهای جهت دار نشان می دهد



شکل۸. گراف اولیه(رنگ خاکستری) به همراه دوگان خطی آن(رنگ مشکی)

تعداد مسیرهای به طول ۲ در گراف اولیه را می‌توان از مجموع درایه های توان دوم ماتریس مجاورت آن استخراج کرد. ماتریس مجاورت A، ماتریسی nxn (n تعداد گره) است که درایه A_{ij} آن برابر است با تعداد یالهایی که از گره v_i به گره v_j رفته است. اگر A^2 محاسبه شود، مجموع درایه های آن ($\sum A_{ij}^2$)، تعداد یالهای دوگان خطی را نشان می دهد.

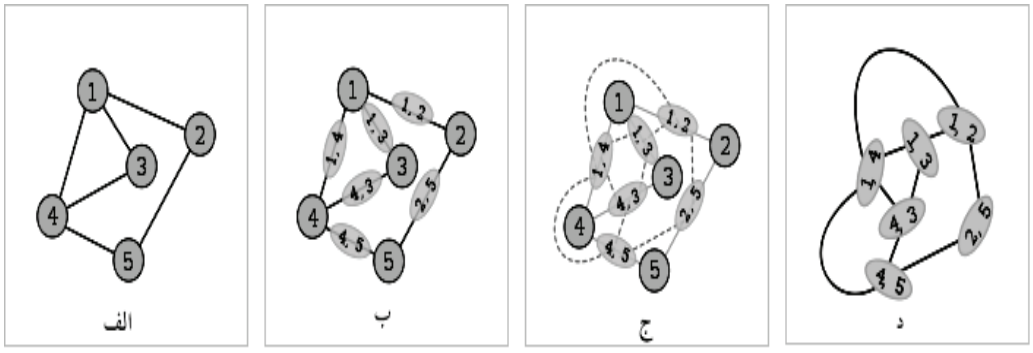
دوگان گراف خطی دارای ویژگیهای زیر است:

– دوگان گراف خطی یک گراف متصل گرافی متصل است.

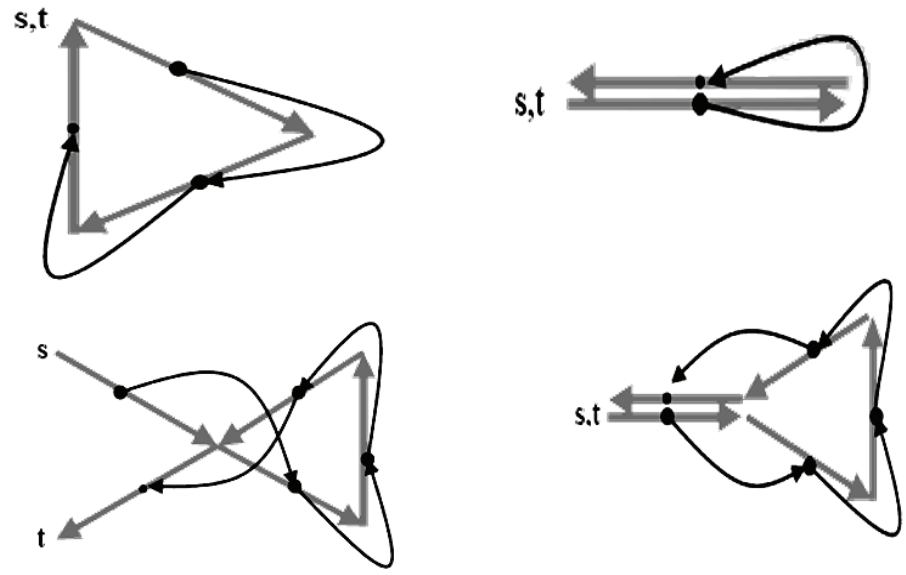
– اگر G یک گراف اویلری باشد (یعنی گرافی که دارای دور اویلری است) آنگاه دوگان خطی G یک گراف همیلتونی (یعنی گرافی که دارای دور همیلتونی است) خواهد بود.

– به ازای هر مسیر به طول k>=۲، یک مسیر متناظر به طول k-۱ در دوگان خطی آن وجود دارد [Winter 2002b].

مفهوم دوگان خطی گراف ابتدا برای استفاده در گرافهای وزندار پیشنهاد و توسعه یافت [Anez et al. 1996; Caldwell 1961; Knodel 1969]. Winter [2002b] ایده دوگان گراف خطی را برای فائق آمدن بر بعضی مشکلات گراف در مسیریابیها ارایه کرده است، زیرا الگوریتمهای مسیریابی مانند دایجسترا نمی‌توانند بر روی گرافهایی که دارای طوقه و یال موازی هستند، اجرا شوند. علاوه بر این، ممکن است مساله مسیریابی، یکی از مسائل طراحی سفر باشد که در آنها فقط طول مسیر بین دو نقطه مدنظر نباشد. به عنوان مثال یک نفر گردشگر را در نظر بگیرید که قصد دارد از یک نقطه، مسافرت خود را شروع کند و بعد از بازدید از چند نقطه دیگر به نقطه اول باز گردد. مسیریابی چنین مسائلی را نمی توان با استفاده از الگوریتم دایجسترا در گراف اولیه انجام داد. اما به نظر Winter [2002b]. دوگان گراف خطی می تواند راه‌حلی برای این مشکل باشد. راه‌حل دوگان گراف خطی برای بعضی از این مسائل در شکل ۹ نشان داده شده است[Winter, 2002b]. همان طور که در شکل ۹ نشان داده شده است به نظر وی مسیریابیهایی را که در آنها گرههای تکراری در گراف اولیه طی می شوند، می توان به مسیریابیهای بدون گره تکراری در



شکل۷. نحوه استخراج دوگان خطی گراف



شکل۹. مشکلات مسیریابی (رنگ خاکستری) برای الگوریتم دایجسترا و راه‌حل دوگان خطی آن (رنگ مشکی). s نشان دهنده نقطه شروع و t نشان دهنده نقطه پایان سفر است[Winter, 2002b]. به این ترتیب گرههای تکراری مسیر در دوگان خطی از بین می روند.

دوگان خطی تبدیل کرد و به این ترتیب می توان با استفاده از الگوریتمهای رایج مسیریابی مثل دایجسترا آنها را استخراج کرد. در صورتی که این مسیریابی در گراف اولیه قابل انجام نیست.

[Winter, ۲۰۰۲a] همچنین از دوگان گراف خطی برای مدلسازی هزینه چرخشها در طراحی مسیر استفاده کرده است. Potterat و همکاران [۲۰۰۲] نشان داده اند که در بعضی موارد با دوبار پی در پی دوگان خطی گرفتن از گراف اولیه می توان به ساختار مناسب تری برای ذخیره سازی شبکه راه های شهری به منظور استفاده در مسائل مسیریابی دست یافت.

۲-۲ دوگان گراف مفهومی[۶]

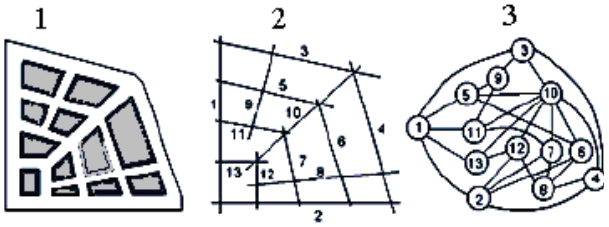
این نوع دوگان گراف بر خلاف دوگان قبل از گراف اولیه استخراج نشده و از ابتدا بر اساس نگرشی متفاوت تولید می‌شود. در نگرش رایج برای تبدیل شبکه های شهری به گراف، تقاطعها به عنوان گرههای گراف و مسیرهای بین تقاطعها به عنوان یالهای گراف در نظر گرفته می‌شوند. در دوگان گراف مفهومی خیابانها به عنوان گره و تقاطعها به عنوان یالهای گراف تصویر می شوند. روشهای متفاوتی برای تولید دوگان گراف مفهومی در شبکه راههای شهری بر اساس نیاز و کاربرد تعریف و استفاده شده اند که در زیر به چند مورد از آنها اشاره می شود:

• دوگان مفهومی بر اساس خط دید

در این نوع دوگان، راهها بر اساس شکستگیها و تغییر جهت آنها تبدیل به گره می شوند. به عبارت دیگر تا زمانی که یک راه شکسته نشده است گره جدیدی تشکیل نمی شود. کل مسیر بین دو شکستگی به عنوان یک گره تصویر می شود. بین گرههای مربوط به مسیرهایی که با هم متقاطع هستند در دوگان گراف یک یال رسم خواهد شد [Porta et al. 2006]. شکل ۱۰ چگونگی تشکیل این نوع دوگان گراف را نشان می دهد. به عنوان مثال همان طور که در شکل ۱۰ مشاهده می شود تمامی راه بدون شکستگی که با نام ۲ علامت گذاری شده است به یک گره در دوگان مفهومی تبدیل شده است که این گره چون با راههای بدون شکستگی ۱، ٤، ٦، ۷، ۱۲ متقاطع است پس در دوگان بین آنها یال وجود دارد.

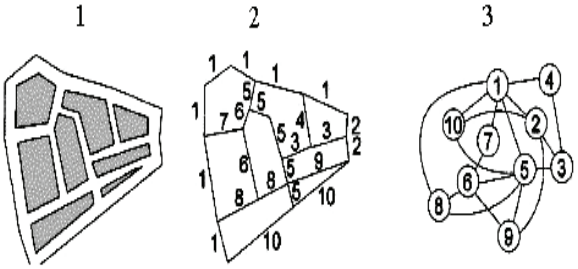
• دوگان مفهومی بر اساس نام خیابان

در این نوع دوگان راهها بر اساس نام آنها تبدیل به گره می شوند.



شکل ۱۰. نحوه تشکیل دوگان گراف بر اساس خط دید.
۱)یک شبکه شهری به همراه
۲) کد گذاری مسیرها بر اساس مستقیم بودن آنها (بدون شکستگی)
۳) دوگان گراف حاصل از آن (مسیرها به عنوان گره و تقاطعها به عنوان یال)
[Hu et al. 2008].

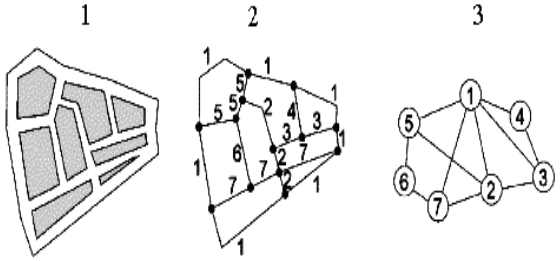
به عبارت دیگر کل یک راه با یک نام واحد به عنوان یک گره تصویر می شود. راههای غیر همنامی که با هم متقاطع هستند بین گرههای متناظر آنها یک یال در دوگان گراف رسم خواهد شد[Jiang and Claramunt, 2004]. شکل ۱۱ چگونگی تشکیل این نوع دوگان گراف را نشان می دهد.



شکل ۱۱. نحوه تشکیل دوگان گراف بر اساس نام خیابان.
۱)یک شبکه شهری به همراه
۲) کد گذاری مسیرها بر اساس نام آنها
۳) گراف حاصل از آن (مسیرها به عنوان گره و تقاطعها به عنوان یال)
[Jiang and Claramunt 2004].

• دوگان مفهومی بر اساس عرض راه

در این نوع دوگان راهها بر اساس عرض آنها تبدیل به گره می شوند. به عبارت دیگر کل یک مسیر با یک عرض واحد به عنوان یک گره تصویر می شود. مسیرهای غیرهم عرضی که با هم متقاطع هستند، بین گرههای متناظر آنها یک یال دردوگان گراف رسم خواهد شد [Thomson, 2004]. شکل ۱۲ چگونگی تشکیل این نوع دوگان گراف را نشان می دهد.



شکل ۱۲. نحوه تشکیل دوگان گراف بر اساس عرض راه.
۱)یک شبکه شهری به همراه
۲) کد گذاری مسیرها بر اساس عرض آنها
۳) گراف حاصل از آن (مسیرها به عنوان گره و تقاطعها به عنوان یال)
[Thomson 2004].

دوگان مفهومی گراف به طور گسترده موضوع مباحث نحو فضا[۷] بوده است. نحو فضا مجموعه ای از روشها و نظریه هایی است که به مطالعه پیکربندی فضا در مقیاس معماری و شهری می‌پردازد تا چگونگی اثر متقابل پیکربندی فضا، سازمان اجتماعی و رفتارهای اجتماعی را تشریح کند[Hiller and Hanson, 1984].

Hu و همکاران [2008] به مدلسازی ترافیک شهری با استفاده از دوگان گراف مفهومی بر اساس خط دید پرداخته اند. آنها دلایل اصلی انتخاب دوگان گراف مفهومی برای مدلسازی ترافیک را چنین بیان کرده اند:

۱- خیابانهای اصلی و بزرگراهها که شاهراههای انتقال وسایل نقلیه در شهر هستند و در بحث ترافیک از اهمیت بسیاری برخوردارند، در این روش بهتر و مناسب تر مدل می شوند، زیرا اگر تمامی یک بزرگراه به صورت یک گره واحد مدلسازی نشود، نمی توان حرکت وسایل نقلیه در آن را بخوبی نشان داد.

۲- در حالتی که از دوگان مفهومی گراف استفاده نشود، تمامی تقاطعها به جای اینکه محل تقاطع دو خیابان مدلسازی شوند، محل شروع و یا پایان یک خیابان قلمداد می شوند که در مدلسازی ترافیک درست نیست.

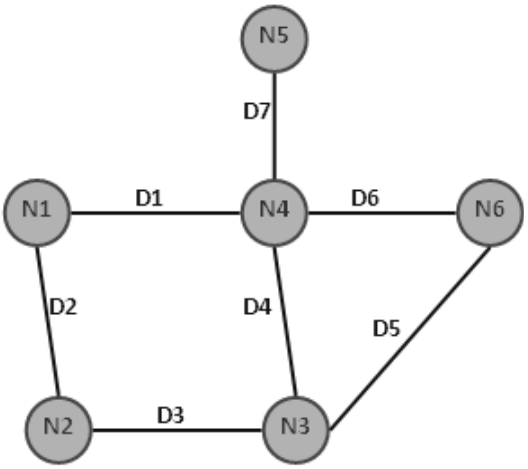
۳. توسعه الگوریتمهای مسیریابی با استفاده از دوگان گراف

در این بخش، راه حل دوگان گراف برای دو مورد از مسایلی که در مسیریابی شبکه های حمل و نقل به آنها توجه چندانی

نشده است ارایه می شود. نشان خواهیم داد که به جای تغییر در الگوریتمهای موجود و پیچیده تر کردن آنها، می توان با استفاده از تغییر در ساختار گراف اولیه مسایل پیچیده در گراف اولیه را به مسایل ساده رایج تبدیل کرد.

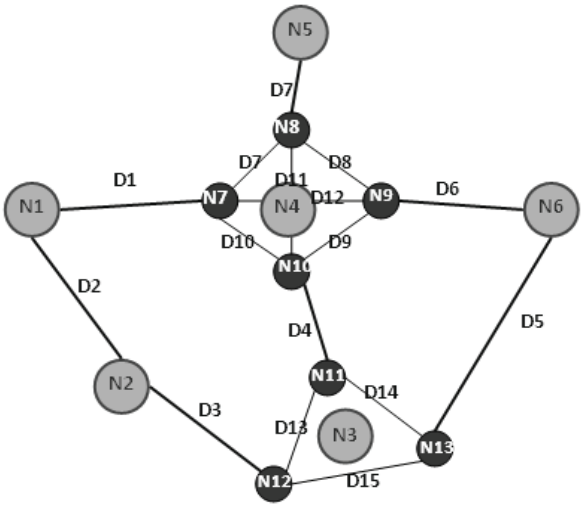
۳-۱ مدلسازی نحوه گردش در تقاطعها

امروزه یکی از مسایل بسیار تأثیرگذار در زمان سفر، تعداد چراغهای قرمز و نحوه چرخش در تقاطعهاست. همان طور که می دانیم زمان سفر در گردشهای به راست در تقاطعها کمتر از گردش به چپ و مستقیم است. مدلسازی این مساله در آنالیزهای مسیریابی می تواند در بسیاری از موارد نتایج این آنالیزها را تغییر دهد. در موارد معدودی راه حلهایی برای مدلسازی نحوه گردش در تقاطع توسط محققان دیگر ارایه شده است که در تمامی آنها الگوریتمهای مسیریابی در گراف اولیه را تغییر داده اند و برای مساله جدید الگوریتم جدیدی با پیچیدگی بیشتر ارایه شده است (مثال: [Lim and Kim, 2005; Saberian and Hamrah, 2008]). در این بخش نشان داده می شود که با استفاده از مفاهیم دوگان گراف خطی، می توان نحوه گردش در تقاطعها را مدلسازی کرد. به عبارت دیگر می توان تفاوت هزینه عبور از تقاطع در گردش به راست و چپ و حرکت مستقیم و یا دور زدن کامل را با استفاده از دوگان گراف مدلسازی کرد. برای این منظور فرض کنید یک قسمت از گراف شهری به صورت شکل ۱۳ باشد.



شکل ۱۳. قسمتی از گراف شهری

در شکل ۱۳، هزینه عبور از یال D٤ به D٦ کمتر از هزینه عبور از یال D٤ به D١ و D٧ است، زیرا جهت گردش در D٤ به D٦ راستگرد است و نیازی به ایستادن پشت چراغ قرمز و دور زدن حول میدان نیست. بنابراین لازم است که در آنالیزهای کوتاه ترین مسیر همچون دایجسترا نحوه گردش در تقاطعها در نظر گرفته شود. این کار در گراف نشان داده شده در شکل ۱۳ قابل انجام نیست، زیرا برای انجام آنالیزهای مسیریابی مثل دایجسترا لازم است که یالهای گراف، یک وزن منحصر به فرد داشته باشند و نمی توان به یک یال چندین وزن متفاوت اختصاص داد. علاوه بر این در آنالیزهای مسیریابی در گرافها، امکان وزن دار کردن یالها و گره ها به طور همزمان وجود ندارد. بنابراین به نظر می رسد که برای حل مساله نوع گردش در تقاطعها لازم باشد تغییراتی در گراف اولیه انجام شود. اگر محل تقاطعها را با استفاده از مفاهیم گراف دوگان خطی جداسازی کنیم، می توان هزینه های متفاوت نحوه عبور از تقاطع در گراف را مدلسازی کرد. شکل ١٤ نشان دهنده چگونگی انجام این جداسازی با استفاده از مفاهیم دوگان گراف خطی است.



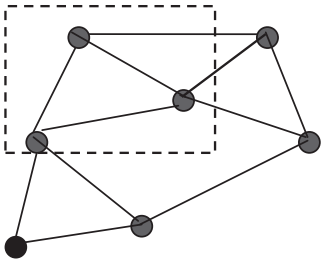
شکل١٤. جداسازی هزینه های مختلف در تقاطعها با استفاده از دوگان گراف خطی(گره های سیاه رنگ بر اساس مفاهیم دوگان خطی اضافه شده اند.)

همان طور که در شکل ١٤ نشان داده شده است در تمامی تقاطعها (سه راه و چهار راه) به ازای هر یال یک گره و به ازای هر مسیر به طول ۲، یک یال در گراف دوگان وجود دارد. به این ترتیب با

اضافه شدن تعداد یالها و گرهها در تقاطعها می توان هزینه های متفاوت عبور از تقاطعها را در نظر گرفت. با این روش، علی رغم افزایش حجم گراف و محاسبات، خروجی آنالیزهای مسیریابی دقیق تر و واقعی تر ارایه می شوند.

a. یافتن کوتاه ترین مسیر بین مبدا و مقصد غیر نقطه ای

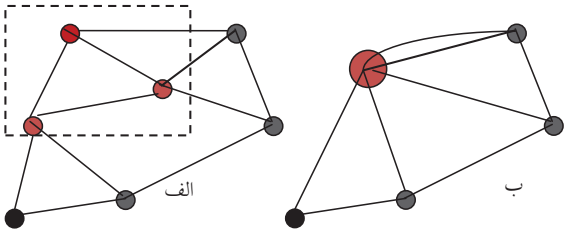
همان طور که بیان شد در بسیاری موارد مقصد سفر یک کاربر یک نقطه خاص نیست. در بسیاری موارد مقصد کاربر یک خیابان، یک محله، یک منطقه و ... است. اما تمامی الگوریتمها و سیستمهای رایج تنها قادرند مسیریابی بین مبدا و مقصد نقطه ای را انجام دهند. در این بخش ضمن تشریح مساله در گراف، راهکارهای عملی حل آن بیان می شود. فرض کنید مطابق شکل۱۵ مقصد کاربر یک ناحیه باشد.



شکل۱۵. مقصد حرکت کاربر به‌صورت یک ناحیه مستطیل شکل است

اگر کاربر خود مجبور باشد یک نقطه خاص از محدوده مدنظرش را به عنوان مقصد معرفی کند، در این صورت ممکن است که نقطه معرفی کاربر نزدیک ترین نقطه از بین تمامی نقاط محدوده به مبدا نباشد. پس لازم است که ابتدا سیستم نزدیک ترین نقطه محدوده به مبدا را انتخاب و سپس مسیریابی را انجام دهد. انجام این کار مطابق نمودار۱، مستلزم انجام یک فرآیند ٤ مرحله ای زمانبر است.

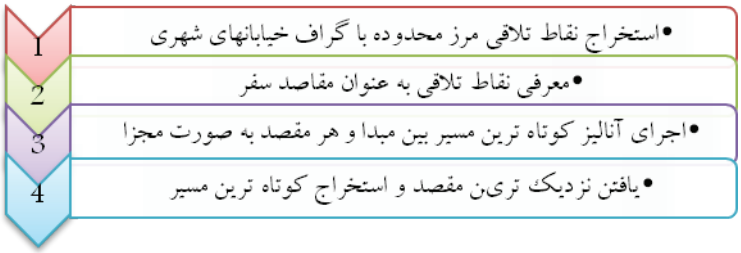
به جای انجام این فرآیند نسبتا زمانبر که در آن آنالیز کوتاه ترین مسیر بارها بایستی تکرار شود، نشان خواهیم داد که می توان با یک تغییر ساده در ساختار گراف و در نتیجه ماتریس مجاورت آن مسیریابی بین مبدا و مقصد غیر نقطه ای را به نقطه ای تبدیل کرد. شکل ١٦–ب چگونگی تغییر گراف را نشان می دهد. همان طور که در این شکل نشان داده شده است، ابتدا تمامی گرههای داخل محدوده شناسایی می شوند و سپس ساختار گراف تغییر می کند.



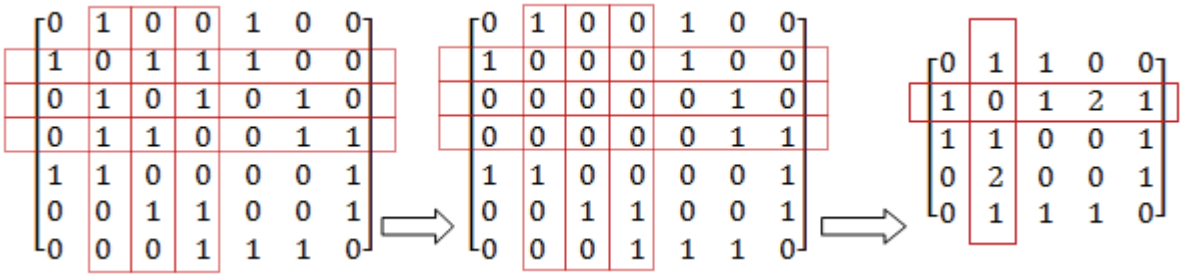
شکل١٦. الف) گراف اولیه ب) گراف تغییر یافته به ازای محدوده ترسیم شده

همان طور که می دانیم گرافها به صورت ماتریسی (ماتریس مجاورت[8] و یا ماتریس وقوع[9]) در رایانه ذخیره می شوند. برای تغییر ماتریس مجاورت اولیه و ساختن ماتریس مجاورت جدید کافی است درایه های گرههای داخل محدوده با هم ترکیب شوند. شکل ١٧ چگونگی این ترکیب را نشان می دهد. همان طور که در شکل نشان داده شده است ابتدا درایه های مربوط به یالهای بین گرههای داخل محدوده صفر می شوند و سپس در مرحله دوم بقیه درایه های گرههای داخل محدوده با هم جمع می شوند. همان طور که مشاهده می شود ماتریس به دست آمده ماتریس مجاورت گراف ١٦–ب است.

حال که محدوده به صورت یک نقطه درآمد، می توان با یکبار اجرای آنالیز کوتاه ترین مسیر بین مبدا و مقصد نقطه ای بهترین مسیر را یافت. ماتریس مجاورت جدید به صورت مجازی ساخته



نمودار۱. فرآیند مسیریابی بین مبدا و مقصد غیر نقطه ای بدون تغییر شکل گراف



شکل۱۷. روش استخراج ماتریس مجاورت گراف تغییر یافته از روی ماتریس مجاورت گراف اولیه

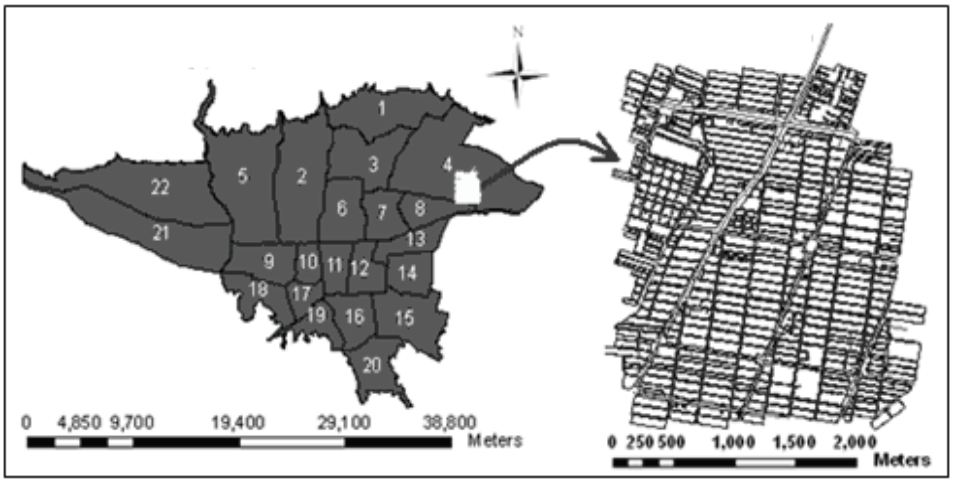
می شود و بعد از یافتن مسیر از بین می رود. تفاوت این روش با روش قبل در این است که در این روش آنالیز کوتاه ترین مسیر که الگوریتمی پیچیده و زمانبر دارد تنها یکبار اجرا می شود و در نتیجه مدت زمان اجرای آن نسبت به روش قبل به مراتب کمتر است.

اگر مقصد کاربر به صورت خطی باشد نیز روش کار به همین صورت است و تفاوتی بین روش اجرا در حالت خطی و ناحیه‌ای نیست.

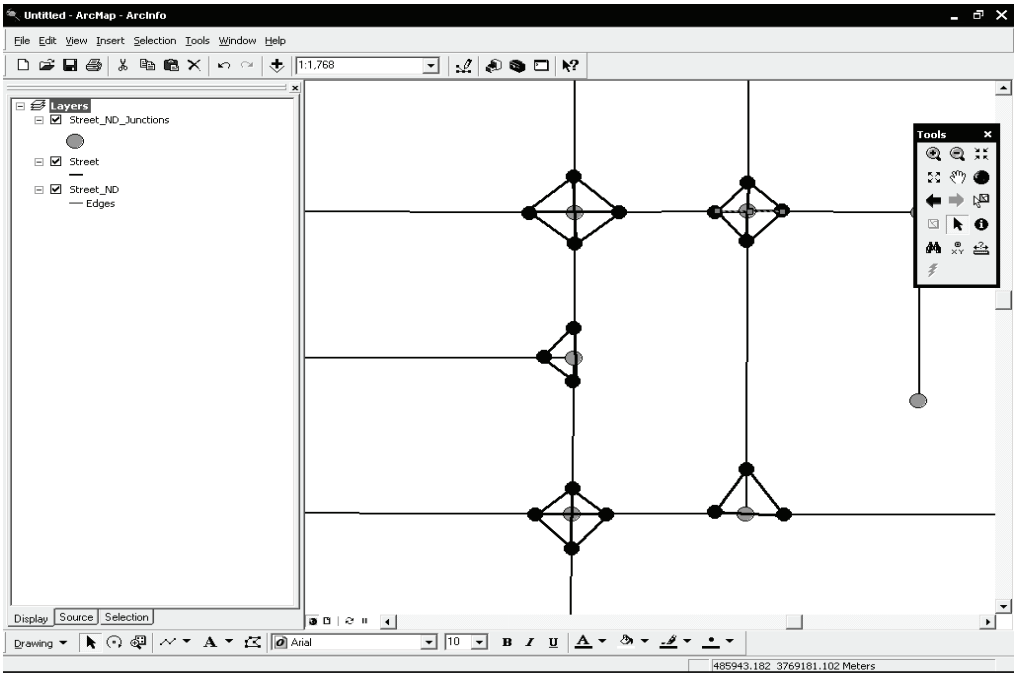
٤. نمونه موردی

در این مطالعه موردی برای بخش کوچکی از منطقه ٤ شهرداری تهران نحوه چرخش در تقاطعها مدلسازی شده است. شکل ۱۸ محدوده مورد نظر را نشان می دهد. در بخش مورد مطالعه تعداد تقاطعهایی که گردش به چپ و راست در آنها متفاوت است، برابر ٥٤ عدد است که جداسازی مسیر حرکت در این تقاطعها توسط مفاهیم دوگان خطی گراف ارایه شده در بخش ۳ انجام شد. شکل ۱۹ نشان دهنده این جداسازی در چند مورد از تقاطعها است.

همان طور که مشخص است معیار مسیریابی در این مطالعه موردی باید زمان سفر باشد. زمان عبور از یک خیابان، پارامتر پیچیده ای است که محاسبه آن بعد از سالها هنوز هم تحقیقاتی به شمار می رود. اما از آنجایی که مقصود، مقایسه دو حالت مسیریابی، یکی با توجه به نحوه چرخش و دیگری بدون توجه به نحوه چرخش در تقاطعهاست، پس زمان عبور از یالها در هر دو حالت تکراری است و می توان از اعداد شبیه سازی شده برای آن استفاده کرد. تنها زمان عبور از تقاطعها در دو حالت متفاوت است که ما برای در نظر گرفتن آن زمان ایستادن در پشت چراغ قرمز برای گردشهای به چپ و مسیر مستقیم را در نظر گرفتیم. شکل ۲۰ نتیجه تفاوت قائل شدن بین چپگرد و راستگرد بودن

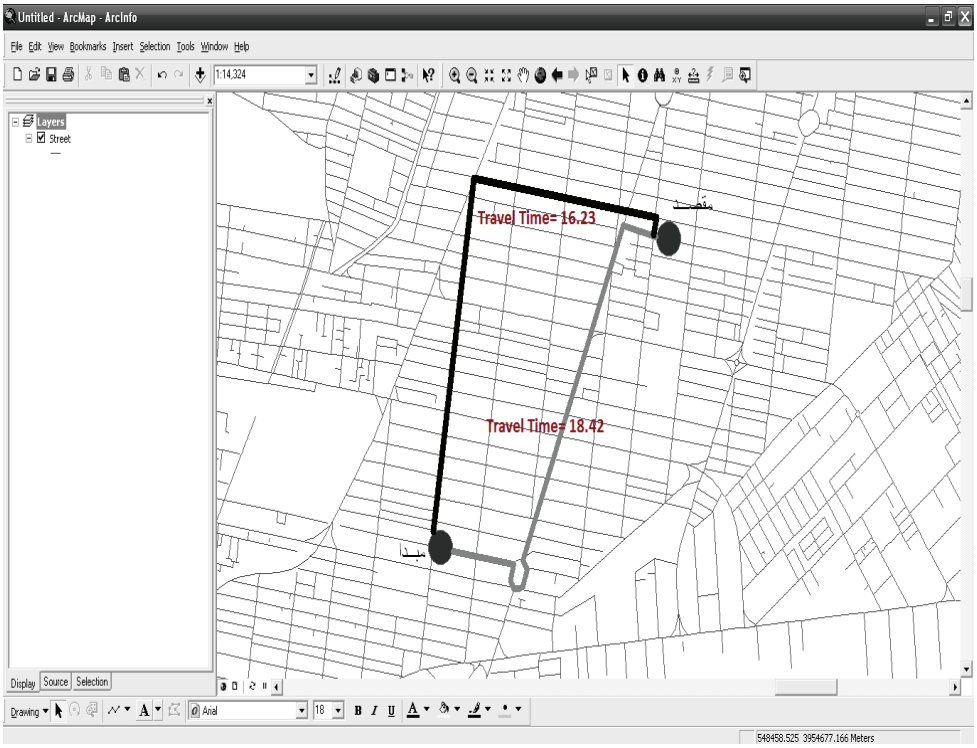


شکل۱۸. محدوده مورد مطالعه



شکل۱۹. جداسازی تقاطعها با استفاده از مفاهیم دوگان خطی گراف

مسیر در چهارراهها را در یک مورد مسیریابی انجام شده در منطقه مورد مطالعه نشان می دهد. مسیر خاکستری رنگ نشان دهنده مسیری است که بدون در نظر گرفتن چپگرد و راستگرد بودن مسیر در چهارراهها به دست آمده است که زمان سفر آن برابر ۱۸/۴۲ دقیقه است و مسیر سیاه رنگ، مسیری است که چپگرد و راستگرد بودن مسیر در چهارراهها در آن در نظر گرفته شده و زمان سفر آن برابر ۱۶/۲۳ دقیقه است.



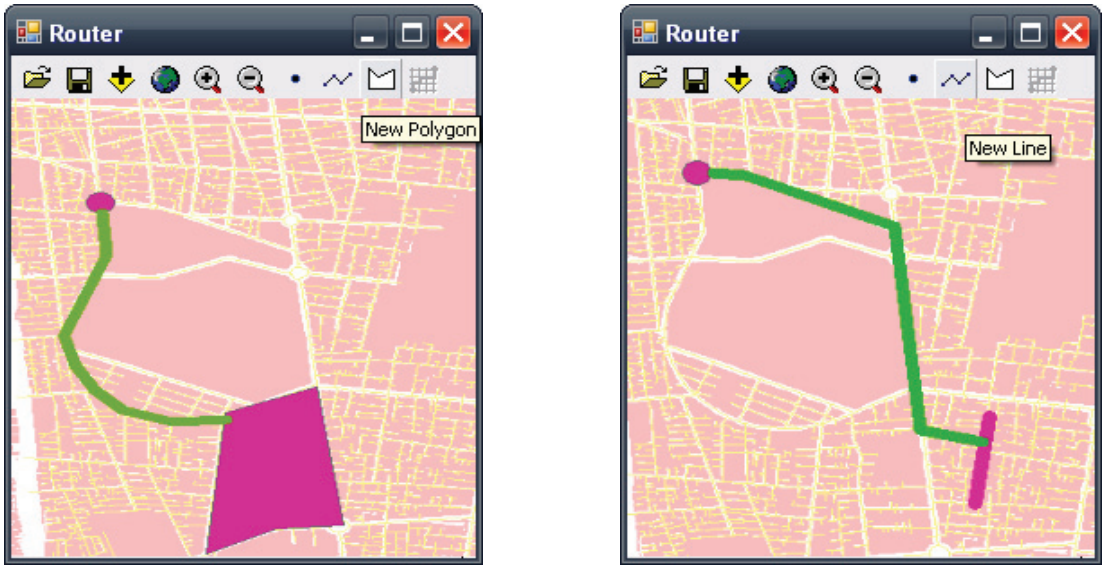
شکل۲۰. بهترین مسیر بدون در نظر گرفتن چپگرد و راستگرد بودن یال (مسیر خاکستری)، بهترین مسیر با در نظر گرفتن چپگرد و راستگرد بودن یال (مسیر سیاه)

بدون شک در بعضی موارد نتیجه مسیریابی در هر دو حالت یکسان است. بیشتر در مواردی که مسیر به دست آمده از تقاطعهای زیادی عبور می کند نتیجه مسیریابی در دوحالت متفاوت خواهد بود.

برای مسیریابی بین مبدا و مقصد غیر نقطه ای یک برنامه کاربردی با استفاده از زبان برنامه نویسی VB.Net و زبان توسعه نرم افزار Arc Engine توسعه داده شد که در آن با استفاده از روش ارایه شده در بخش ۳ ابتدا مقصد ناحیه ای و یا خطی به مقصد نقطه‌ای تبدیل می شود و سپس توسط الگوریتم دایجسترا مسیریابی بین دو نقطه انجام می شود. شکل ۲۱ شمای برنامه توسعه داده شده را به همراه دو مورد مسیریابی با مقصد ناحیه ای و خطی نشان می دهد.

۵. نتیجه گیری

قابلیتهای سیستم اطلاعات مکانی در زمینه مدیریت بهینه سفرهای درون شهری، روز به روز بیشتر مورد توجه کاربران مختلف قرار می‌گیرد. برای اینکه این سیستمها بتوانند هر چه بیشتر اعتماد کاربران خود را جلب کنند، لازم است که دقت محاسبات و قابلیتهای آنها افزایش یابد. در این مقاله نشان داده شد که می توان از انواع دوگانهای گراف برای افزایش دقت و توان الگوریتمهای شبکه بهره گیری کرد. دوگانهای گراف فضاهایی هستند که برای ساده سازی و یا حل بعضی مسائل که در گراف اولیه قابل حل نیستند و یا به سختی قابل حل هستند، تعریف و استفاده شده‌اند. در این مقاله ابتدا به دسته بندی انواع دوگان گراف و بیان کاربردهای هر یک در زمینه علوم مرتبط با حمل و نقل پرداخته شد. نشان داده شد که از مفاهیم دوگان گراف و با تغییر در ساختار و شکل گراف اولیه می توان مسایل با پیچیدگی بسیار زمانی را در گراف اولیه به مسایلی ساده تر و قابل حل تر تبدیل کرد. برای نشان دادن کارآیی و همچنین به منظور تبیین بیشتر فواید دوگان گراف، نشان داده شد که از مفاهیم دوگان گراف خطی می توان برای مدلسازی نحوه گردش در تقاطعها بهره برد. این کار با جداسازی گرههای گراف در تقاطعهایی که گردش به راست و گردش به چپ متفاوتی دارند و تبدیل آنها به یال در دوگان خطی، انجام شد. نمونه موردی انجام گرفته در این زمینه نشان داد که مدلسازی نحوه گردش در تقاطعها می تواند بر خروجی الگوریتمهای مسیریابی تأثیر گذار باشد. همچنین در این مقاله نشان داده شد که با تغییر در ساختار گراف اولیه می توان مسیریابی بین مبدا و مقصد غیر نقطه ای را به یک مساله مسیریابی معمولی بین مبدا و مقصد نقطه ای تبدیل کرد. این کار بدون ارایه الگوریتم جدید و بدون پیچیده کردن الگوریتمهای رایج مسیریابی انجام شد. تنها با تغییر ساختار گراف اولیه راه حل مناسب برای



شکل ۲۱. نتیجه آنالیز کوتاه ترین مسیر در دوحالت مقصد خطی و ناحیه ای

این مساله ارایه شد.

پرداختن به امکان استفاده از دوگان گراف در دیگر مسایل و مشکلات شبکه های حمل و نقل از جمله طراحی شبکه های حمل و نقل چند ساختی و همچنین مسیریابی در شبکه های چند ساختی از جمله مواردی هستند که نویسندگان مقاله به عنوان ادامه این کار تحقیقی پیشنهاد می کنند. البته تاکنون در این زمینه توسط نویسندگان مقاله پیشرفتهایی حاصل شده است.

٦. پی نوشتها

1- Dual Space
2- Primal graph
4-Voronoi dual graph
5- Isomorphic
6-Linear dual graph
7-Conceptual dual graph
8-Space syntax
9-Adjacency matrix
10-Incidence matrix

۷. مراجع

-Afandizadeh, S., Javanshir, H. and Elyasi, R. (2010) "Development of a model for designing urban bus transit network based on tabu search", Transportation Engineering, 1(4), pp.13-26.

-Anez, J., delaBarra, I. and Perez, B. (1996) "Dual graph representation of transport networks", Transportation Research, 30(3), pp.209-216.

-Barnett, J. H. (2008) "Early writings on graph theory: Euler circuits and the Konigsberg bridge problem", Mathematical Association of America, B. Hopkins, ed., Washington, DC., pp.197-214.

-Boundy, J. A., and Murty, U. S. R. (1999) "Graph theory with applications", n.p.

-Caldwell, T. (1961) "On finding minimum routes in a network with turn penalties", Communications of the ACM, 4(2), pp.107-108.

-Girvan, M., and Newman, M. E. J. (2002) "Community structure in social and biological networks", USA: National Academy

-Harary, F. (1994) "Graph theory", Colorado: Westview Press.

-Hiller, B. and Hanson, J. (1984) "The social logic of space", Cambridge: Cambridge University Press.

-Hu, M. B., Jiang, R., Wu, Y. H., Wang, W. X., and Wu, Q. S. (2008) "Urban traffic from the perspective of dual graph." The European Physical Journal, 63(1), pp.127-133.

-Jiang, B. and Claramunt, C. (2004) "Topological analysis of urban street networks", Environment and Planning B: Planning and Design, 31(1), pp.151-162.

-Knodel, W. (1969) "Graphentheoretisehe Methoden und ihre Anwendungen Okonometrie und Unternehmensfbrschung." Berlin: Springer.

-Lim, Y. and Kim, H. (2005) "A shortest path algorithm for real road network based on path overlap", Journal of the Eastern Asia Society for Transportation Studies, 6, pp.1426 - 1438.

-Martinez, N. D. (1991) "Artifacts or attributes? Effects of resolution on the little rock lake food web", Ecological Monographs, 61, pp.367–392.

-Newman, M. E. J. (2003) "The structure and function of complex networks", Department of Physics, University of Michigan, Ann Arbor, and Santa Fe Institute, U.S.A.

-Porta, S., Crucitti, P. and Latora, V. (2006) "The network analysis of urban streets: a dual approach." Physica A, 369 (2), pp.853-866.

-Potterat, J. J., Phillips-Plummer, L., Muth, S. Q., Rothenberg, R. B., Woodhouse, D. E., Maldonado-Long, T. S., Zimmerman, H. P., and Muth, J. B. (2002) "Risk network structure in the early epidemic phase of HIV transmission in Colorado Springs." Sexually Transmitted Infections, 78, 4.

-Saberian, J. and Hamrah, M. (2008) "Improving the routing algorithms in city networks", Geomatic87,

Tehran, Iran.

-Saberian, J. and Mesgari, M. S. (2010) “Optimum path finding base on time criteria under traffic variation”, Transportation Engineering, 1(4), pp.53-66.

-Saberian, J., Mesgari, M. S. and Shirzadi Babakan, A. (2010) “A new method for planning of urban bus transportation paths using of GIS”, Journal of Transportation Research, 7(1), pp.67-78
.
-Sommer, C., Houle, M. E., Wolf, M. and Honiden, S. (2008) “Approximate shortest path queries in graphs using Voronoi Duals”, Tokyo, Japan.

-Thomson, R. C. (2004) “Bending the axial line: smoothly continuous road center-line segments as a basis for road network analysis”, Proceedings of the 4th International Space Syntax Symposium, London.

-Wallgrün, J. O. (2008)”Hierarchical Voronoi Graphs. Spatial representation and reasoning for mobile robots,” London: Springer.

-Winter, S. (2002a) “Modeling the costs of turns in route planning”, GeoInformatica, 6(4), pp.345-360.

-Winter, S. (2002b) “Route specifications with a linear dual graph”, Symposium on Geospatial Theory,Processing and Applications, Ottawa.