فصلنامه مهندسی حمل و نقل، دوره ۱۷، شماره ٤، تابستان ۱٤۰۵، ص. ٥٦۹۸-٥٦۷۵
مقاله علمی-پژوهشی

توسعه مفاهیم مرکزیت گراف در تحلیل و اولویت‌بندی اجزاء شبکه‌های حمل‌ونقلی

امیر حسین پناهی، دانشجوی دکتری، گروه مهندسی عمران، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران
علیرضا ماهپور (مسئول مکاتبات)، استادیار برنامه‌ریزی حمل‌ونقل، دانشکده مهندسی عمران، آب و محیط زیست، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران
E-mail: a_mahpour@sbu.ac.ir
هومن رحیمی، گروه مهندسی عمران، واحد شهرقدس، دانشگاه آزاد اسلامی، شهرقدس، ایران
حسن دیواندری، گروه مهندسی عمران، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

دریافت: ۱٤۰٤/۰٥/۰۳ پذیرش: ۱٤۰٤/۱۱/۲٥

چکیده

شناسایی اجزای کلیدی شبکه‌های حمل‌ونقل شهری، به‌منظور ارتقای تاب‌آوری، کاهش آسیب‌پذیری و بهینه‌سازی جریان ترافیک، از موضوعات بنیادی در برنامه‌ریزی حمل‌ونقل است. در این پژوهش، چارچوبی تحلیلی مبتنی بر مفاهیم مرکزیت در نظریه گراف و ساختارهای ماتریسی-تانسوری توسعه داده شده است تا اهمیت نسبی اجزای شبکه‌های حمل‌ونقلی تعیین و اولویت‌بندی شود. برای این منظور، سه ماتریس وقوع شامل مسیر-خیابان، خیابان-تقاطع و مسیر-تقاطع تعریف و سپس یک تانسور سه‌بعدی جهت نمایش هم‌زمان روابط چندلایه‌ای شبکه تشکیل شد. معیارهای مرکزیت درجه، بینابینی و بردار ویژه بر مبنای این ساختارها محاسبه و با روش نرمال‌سازی و ترکیب وزنی تلفیق گردید. چارچوب پیشنهادی در شبکه‌ی معیار Nguyen–Dupuis با ۱۳ گره و ۳۸ یال پیاده‌سازی شد. نتایج نشان داد گره‌های شماره‌ی ۶، ۱۱ و ۵ بالاترین مقادیر مرکزیت ترکیبی را دارند و انتخاب پنج گره‌ی برتر موجب پوشش ۹۲٫۳ درصد از مسیرهای شبکه می‌شود. همچنین تحلیل حساسیت نشان داد معیار تانسوری قادر است گره‌هایی با نقش میان‌لایه‌ای را که در روش‌های کلاسیک شناسایی نمی‌شوند، برجسته کند. یافته‌ها نشان می‌دهد که استفاده‌ی هم‌زمان از ماتریس وقوع و تانسور می‌تواند به درک عمیق‌تر از ساختار عملکردی شبکه‌های حمل‌ونقل و ارائه‌ی راهکارهایی برای اولویت‌بندی نگهداری، طراحی مسیرهای جایگزین و افزایش تاب‌آوری سیستم منجر شود.

واژه‌های کلیدی: اهمیت اجزا شبکه‌های حمل‌ونقل، ماتریس وقوع، تانسور سه‌بعدی، مفاهیم مرکزی

۱. مقدمه

با افزایش روزافزون شهرنشینی و رشد حمل‌ونقل شهری، مدیریت بهینه‌ی ترافیک به یکی از چالش‌های اساسی مدیریت شهری تبدیل شده است. تقاطع‌ها به‌عنوان نقاط کلیدی در شبکه‌های ترافیکی، نقش مهمی در عملکرد کل سیستم ایفا می‌کنند. شناسایی تقاطع‌های حیاتی و تعیین میزان اهمیت آنها برای برنامه‌ریزی، مدیریت و بهینه‌سازی جریان ترافیک ضروری است (Chen, et al., 2008; Mamdoohi and Mahpur 2011). در سال‌های اخیر، استفاده از نظریه گراف و مفاهیم مرکزیت برای مدل‌سازی شبکه‌های ترافیکی توجه زیادی را به خود جلب کرده است. نظریه گراف ابزاری قدرتمند برای تحلیل ساختار و عملکرد شبکه‌های پیچیده است که می‌تواند برای شناسایی عناصر مهم در شبکه‌های ترافیکی مورد استفاده قرار گیرد. سنجه‌های مرکزیت مانند مرکزیت درجه، مرکزیت بینیت و مرکزیت نزدیکی، روش‌های متداول برای ارزیابی اهمیت گره‌ها یا یال‌های یک گراف هستند. بااین‌حال، این سنجه‌های سنتی برای مدل‌سازی کامل پیچیدگی‌های شبکه‌های ترافیکی کافی نیستند، زیرا این شبکه‌ها دارای ویژگی‌های چندبعدی و روابط پیچیده‌ای میان اجزای مختلف هستند (Wang et al., 2022; Mamdoohi et al., 2012a; Mamdoohi et al., 2012b). در بسیاری از مسائل کاربردی، لازم است گراف ارتباطات میان اشیاء به شکلی مشخص شود. این ویژگی باید خواص ساختاری گراف را ارزیابی کند تا بتوان آن را بر اساس مسئله کاربردی اصلی تفسیر کرد. برای نمونه، در مسئله تحلیل و مدل‌سازی شبکه حمل‌ونقل، برای محاسبه ماتریس تقاضا سفر شبکه به‌صورت گرافی نشان داده می‌شود که در آن یال‌ها (نماینده خیابان‌های بین هر زوج مبدأ- مقصد)، گره‌های ارتباطی (نقاط مبدأ و مقصد) شبکه و مجموعه مسیرها بین این گره‌ها که از مجموع چندین یال تشکیل می‌شود. از منظر مسئله حمل‌ونقل، بررسی ویژگی‌های ساختاری گراف امکان شبیه‌سازی ازدحام ترافیک در مسیرها، پیش‌بینی ترافیک ناشی از حوادث جاده‌ای، توسعه مناطق جدید شهری یا افزودن مسیرهای تازه و محاسبه مسیرهای بهینه برای حمل‌ونقل عمومی را فراهم می‌کند. یکی از ابزارهای کلیدی برای سنجش خواص ساختاری گراف، مرکزیت است. در این راستا، استفاده از ماتریس‌های وقوع و تانسورهای سه‌بعدی برای مدل‌سازی شبکه‌های ترافیکی، رویکردی نوآورانه است که می‌تواند ابعاد جدیدی از تحلیل شبکه را امکان‌پذیر سازد. این روش‌ها امکان در نظر گرفتن هم‌زمان روابط چندگانه بین عناصر شبکه و ویژگی‌های دینامیکی ترافیک را فراهم می کنند (Li et al., 2023; Mamdoohi et al., 2010).

۲. ادبیات پژوهش

شبکه‌ها به دلیل توانایی‌شان در بازنمایی سیستم‌های متنوع در طبیعت و جامعه، به یکی از موضوعات برجسته و جذاب در پژوهش‌های مرتبط با سیستم‌های پیچیده تبدیل شده‌اند. این جذابیت از این واقعیت نشأت می‌گیرد که یک سیستم پیچیده که از مجموعه‌ای از اجزا و تعاملات میان آن‌ها تشکیل شده است، می‌تواند به‌صورت گرافیکی از طریق یک گراف شبکه نمایش داده شود. در این گراف، گره‌ها معرف اجزای مستقل و پیوندها نشان‌دهنده روابط و تعاملات میان این اجزا هستند (Albert, R., & Barabási, 2012; Amini et al., 2019; Lü et al., 2016;). پژوهش‌های پیشین نشان داده‌اند که بسیاری از سیستم‌های واقعی، مانند وب جهانی، اینترنت، شبکه‌های برق و شبکه‌های حمل‌ونقل هوایی، از ناهمگنی قابل‌توجهی برخوردارند. این ناهمگنی بیانگر آن است که نقش گره‌ها در ساختار و عملکرد شبکه به‌طور قابل‌ملاحظه‌ای متفاوت است. چنین سیستم‌هایی معمولاً در برابر خرابی‌های تصادفی مقاومت بیشتری نشان می‌دهند، اما در مقابل حملات عمدی و هدفمند شکنندگی بیشتری دارند (Albert et al., 2000). مرکزی بودن بینابینی، به‌عنوان یکی از معیارهای کلیدی در تحلیل گراف، نقش مهمی در درک ساختار شبکه‌های پیچیده مانند شبکه‌های حمل‌ونقل ایفا می‌کند. این معیار با محاسبه تعداد کوتاه‌ترین مسیرهایی که از یک رأس (یال) عبور می‌کنند، میزان اهمیت آن

را در اتصال سایر نقاط شبکه نشان می‌دهد (Nikitina, N., & Ivashko, 2024). شناسایی گره‌های حیاتی در شبکه‌های پیچیده از اهمیت بسزایی برای مطالعه بقا و استحکام شبکه‌ها برخوردار است. مطالعات پیشین بر پایه نظریه حفره‌های ساختاری نشان داده‌اند که حفره‌های ساختاری، شکاف‌هایی بین گروهی از گره‌هایی هستند که به‌صورت غیرمستقیم به هم متصل‌اند و واسطه‌هایی که این شکاف‌ها را پر می‌کنند، به‌عنوان کارگزارانی برای تبادل اطلاعات عمل می‌نمایند. در این مقاله، ما از ویژگی حفره ساختاری بهره می‌بریم تا یک الگوریتم ابتکاری مبتنی بر اطلاعات محلی توپولوژی شبکه طراحی کنیم که اهمیت گره‌ها را در شبکه‌های بدون جهت و بدون وزن که ماتریس مجاورت آن‌ها متقارن است، شناسایی می‌کند. در این الگوریتم، گره‌ای که درجه بزرگ‌تری داشته باشد و تعداد بیشتری حفره‌ی ساختاری مرتبط با آن وجود داشته باشد، رتبه اهمیت بالاتری کسب می‌کند (Yang and An, 2020). گره‌های حیاتی، گره‌های ویژه‌ای هستند که می‌توانند تأثیر بیشتری بر ساختار و عملکرد شبکه داشته باشند. حفاظت از گره‌های کلیدی شبکه، اهمیت بسزایی در بهبود استحکام و بقای شبکه دارد (Ruan et al., 2017). چگونگی طراحی الگوریتمی کارآمد برای سنجش اهمیت گره‌ها در سال‌های اخیر موردتوجه بسیاری از پژوهشگران قرار گرفته است (Albert et al., 1999). روش‌های گوناگونی از زوایای مختلف برای شناسایی گره‌های کلیدی ارائه شده‌اند، مانند مرکزیت درجه (Deg) (Nie et al., 2016). مرکزیت آنتروپی نگاشت (ME) (Morone, and Makse, 2015). الگوریتم تأثیر جمعی (CI) (Chen, 2012). مرکزیت نیمه‌محلی (Bae and Kim, 2014). هسته‌مندی (coreness) (Lu, et al., 2016) و شاخص H ازجمله روش‌هایی هستند که بر اساس اطلاعات محلی همسایگان گره‌ها طراحی شده‌اند. همچنین، خارج‌مرکزی (Eccentricity) (Hage, P., & Harary, 1995)، شاخص‌های اطلاعاتی (Stephenson, K., & Zelen, 1989)، مرکزیت کاتز (Katz, 1953)، مرکزیت نزدیکی، مرکزیت بینابینی (Sabidussi, 1966) و مرکزیت زیرگراف (Estrada, E., & Rodriguez-Velazquez, 2005) از دیدگاه تعداد مسیرهای ارتباطی توسعه یافته‌اند. علاوه‌بر روش‌های ذکرشده، الگوریتم‌های پالایش تکراری نیز وجود دارند که نه‌تنها تعداد همسایگان، بلکه اهمیت آن‌ها را نیز در نظر می‌گیرند. ازجمله الگوریتم‌های برجسته در این دسته می‌توان به پیج‌رنک (PageRank) (Brin, S., & Page, 1998)، HITs (Kleinberg, 1999).

مرکزیت بردار ویژه (Bonacich, 1972) اشاره کرد، همچنین برخی الگوریتم‌های جدیدتر مانند لیدررنک (LeaderRank) (Lü et al., 2011) و توییتررنک (TwitterRank) (Weng et al., 2010) نیز پیشنهاد شده‌اند. تیلور و همکاران چارچوبی اصولی برای تعمیم معیارهای مرکزیت مبتنی بر بردار ویژه به شبکه‌های زمانی ارائه کردند. این پژوهش با معرفی یک ماتریس فرامرکزی که لایه‌های زمانی مختلف را ترکیب می‌کند، امکان ارزیابی اهمیت گره‌ها در طول زمان را فراهم آورد. نتایج بر اهمیت تمایز بین ارتباطات درون‌لایه‌ای و بین‌لایه‌ای تأکید داشت و نشان داد که روش‌های ساده‌انگارانه ممکن است در شبکه‌های به‌هم‌پیوسته نتایج نادرستی به همراه داشته باشد. این مطالعه بر ضرورت تحلیل جامع شبکه‌های زمانی تأکید می‌کند (Taylor et al. 2017).

کرکلی و همکاران در تحقیقی، مرکزیت بینابینی را در شبکه‌های خیابانی ۹۷ شهر جهانی تحلیل کردند و ویژگی‌های آماری ثابت و خوشه‌بندی فضایی را در این شبکه‌ها شناسایی کردند. نتایج نشان داد که گره‌های با مرکزیت بالا ساختار درختی دارند، درحالی‌که گره‌های کم‌اهمیت حلقه‌هایی برای مسیرهای جایگزین تشکیل می‌دهند. این مطالعه توزیع فضایی مرکزیت را به‌عنوان معیاری مؤثر برای مقایسه الگوهای تراکم شهری پیشنهاد کرد که با داده‌های ۲۰۰ ساله پاریس تأیید شد (Kirkley et al., 2018). ژائو و همکاران چارچوبی بهبودیافته برای

اندازه‌گیری مرکزیت شبکه در ووهان چین ارائه کردند که ویژگی های توپولوژیکی و هندسی جاده‌ها را با داده‌های GPS تاکسی ها ترکیب می‌کند. نتایج نشان داد که معیارهای اصلاح‌شده (درجه، بینابینی، PageRank) همبستگی بیشتری با جریان ترافیک دارند و بر اهمیت در نظر گرفتن جنبه‌های هندسی در تحلیل ترافیک شهری تأکید کردند (Zhao et al., 2017). آگریزکوف و همکاران (Gryzkov et al., 2019) معیاری مبتنی بر مرکزیت بردار ویژه برای تحلیل شبکه‌های خیابانی شهری ارائه کردند که تأثیرات مستقیم و غیرمستقیم گره‌ها را در نظر می‌گیرد. نتایج نشان داد که برخی گره‌ها به‌عنوان مراکز کلیدی فعالیت و نفوذ عمل می‌کنند و درک بهتری از پویایی فضایی شهرها فراهم می‌آورد.

جدول ۱. مقایسه پژوهش‌های ۵ سال اخیر در حوزه تحقیق

مطالعه	نویسندگان و سال	تمرکز اصلی	روش‌شناسی	کاربرد در حمل‌ونقل	نقاط قوت	نقاط ضعف
Graph Theory and Algorithms for Network Analysis	Arul et al. (2023)	کاربرد نظریه گراف در تحلیل شبکه‌های پیچیده (اجتماعی، حمل‌ونقل، زیستی)	الگوریتم‌های جستجو (BFS, DFS)، شناسایی اجتماعات (Girvan-Newman, Louvain)	شناسایی گره‌های کلیدی در شبکه‌های حمل‌ونقل برای ارزیابی آسیب‌پذیری	ابزارهای قدرتمند برای تحلیل بزرگ‌مقیاس؛ پیشرفت‌های اخیر در الگوریتم‌ها	تمرکز بر جنبه‌های ایستا؛ نیاز به داده‌های پویا برای بهبود
Transportation Centrality: Quantifying the Relative Importance of Nodes	Piraveenan & Saripada (2023)	معرفی مرکزیت حمل‌ونقل بر اساس مدل‌سازی ترافیک	استفاده از تابع Logitبرای تخمین جریان ترافیک بر اساس طول مسیرها	ارزیابی اهمیت گره‌ها در شبکه‌های جاده‌ای (سئول و دهلی)	محاسبه بر اساس توپولوژی؛ در نظر گرفتن تمام مسیرها	وابستگی به پارامتر حساسیت(β) ؛ نیاز به داده‌های واقعی برای کالیبراسیون
Analysis of Graph Theory in Transport Network Optimisation	Peranginangin (2024)	بهینه‌سازی شبکه‌های حمل‌ونقل با نظریه گراف	الگوریتم‌های مسیر کوتاه (Dijkstra, MST)، مدل‌های جریان شبکه	مدیریت ترافیک شهری، برنامه‌ریزی مسیر، کنترل ترافیک هوایی	ترکیب هوش مصنوعی و IoTبا گراف؛ تمرکز بر پایداری	رویکرد کیفی؛ نیاز به مطالعات موردی بیشتر
Betweenness Centrality for Temporal Multiplexes	Zaoli et al. (2021)	مرکزیت بینیت در شبکه‌های زمانی–چندلایه	تعریف فاصله بر اساس مدت زمان، طول توپولوژیکی و پرش لایه‌ها	تحلیل شبکه هوایی اروپا (حدود ۲۰ هزار پرواز)	در نظر گرفتن ساختار زمانی و چندلایه؛ الگوریتم کارآمد	تمرکز بر شبکه‌های هوایی؛ قدیمی‌تر (قبل از ۲۰۲۳)

مطالعه	نویسندگان و سال	تمرکز اصلی	روش‌شناسی	کاربرد در حمل‌ونقل	نقاط قوت	نقاط ضعف
Spatio-temporal Correlations of Betweenness Centrality and Traffic Metrics	Henry et al. (2019)	همبستگی زمانی- مکانی بینیت و معیارهای ترافیک	تحلیل گراف پویا با وزن‌دهی دینامیک (زمان سفر)	شبکه جاده‌ای لیون فرانسه؛ پیش‌بینی جریان ترافیک	شناسایی همبستگی منفی برای پیش‌بینی؛ کاربرد واقعی	قدیمی (۲۰۱۹)؛ تمرکز بر شبکه‌های کوچک
Identifying Hubs Through Influential Nodes in Transportation Network	Tepsan et al. (2025)	شناسایی هاب‌ها با رویکرد مرکزیت گرانشی ترکیبی (HCGC)	ترکیب اطلاعات محلی و جهانی با تشخیص اجتماعات	شبکه حمل‌ونقل تایلند (ThaiNet)؛ شناسایی گره‌های تأثیرگذار	واریانس بالا در امتیازها؛ عملکرد برتر در انتشار	وابستگی به شعاع برش (R)؛ نیاز به داده‌های بزرگ

«در جمع‌بندی مطالعات پیشین، می‌توان مشاهده کرد که نظریه گراف و معیارهای مرکزیت مانند بینیت و نزدیکی، ابزارهای قدرتمندی برای تحلیل شبکه‌های حمل‌ونقل ارائه داده‌اند، اما اغلب بر جنبه‌های ایستا تمرکز دارند و ساختارهای پویا یا چندلایه را کمتر در نظر می‌گیرند. پیشرفت‌های اخیر (۲۰۲۳–۲۰۲۵) مانند معرفی مرکزیت حمل‌ونقل بر اساس مدل‌سازی ترافیک (Piraveenan, M., & Saripada, 2023) و رویکردهای گرانشی ترکیبی (Tepsan et al., 2025)، نشان‌دهنده حرکت به سمت مدل‌های واقع‌گرایانه‌تر است که جریان ترافیک و آسیب‌پذیری را بهتر ارزیابی می‌کنند. با این حال، نیاز به ادغام داده‌های واقعی و الگوریتم‌های کارآمد برای شبکه‌های بزرگ همچنان وجود دارد که این مطالعه به آن می پردازد.»

مهم‌ترین مسئله این پژوهش، برآورد و تعیین میزان اهمیت و نقش اجزای مختلف تشکیل‌دهنده شبکه‌های ترافیکی است. این اجزا می‌توانند شامل تقاطع‌ها، خیابان‌ها، مسیرهای موجود در بین مجموعه از زوج مرتب‌های مبادی و مقاصد سفر در شبکه باشند و چگونگی تأثیر هر یک از این اجزا بر عملکرد کلی شبکه ترافیکی قابل درک است. به‌طور خاص، تحقیق به دنبال نحوه استفاده از ماتریس‌های وقوع و تانسور سه‌بعدی شبکه و اثبات رابطه این موارد با مفاهیم مرکزیت می‌باشد که در نهایت با نرمالیزه کردن مقادیر به دست آمده اهمیت این اجزا به دست می آید.

۳. چهارچوب پژوهش

شبکه‌های ترافیکی شهری به‌عنوان سیستم‌های پیچیده حمل‌ونقل که در آن‌ها تعاملات بین اجزا شبکه به‌شدت به عملکرد کلی شبکه وابسته است و با افزایش جمعیت و گسترش محدوده‌های شهری و بالطبع آن افزایش ترافیک نیاز به روش‌های پیشرفته‌ای برای تحلیل و مدیریت این شبکه‌ها لازم و ضروری است. روش‌های سنتی تحلیل شبکه، اگرچه مفید هستند، اما اغلب نمی توانند پیچیدگی‌های چندبعدی شبکه‌های ترافیکی را به‌طور کامل در بربگیرند؛ فلذا به‌طور خلاصه و به دلایلی همچون:

الف) مدیریت ترافیک شهری

با افزایش جمعیت و حجم ترافیک در شهرها، روش‌های سنتی تحلیل شبکه مانند مرکزیت درجه یا بینابینی که اغلب پویایی‌های زمانی و چندلایه‌ای را نادیده می‌گیرند، اگرچه مفید هستند اما کافی نیستند. این تحقیق با استفاده از ترکیب تانسور سه‌بعدی و ماتریس وقوع و امکان محاسبه مفاهیم مرکزیت با این ماتریس‌ها تحلیل جامع‌تر شبکه‌ها را فراهم می‌کند و به شناسایی اجزای

کلیدی (مانند تقاطع‌ها یا خیابان‌های اهمیت‌دار) کمک می‌کند. این امر می‌تواند منجر به کاهش تراکم و بهبود جریان ترافیک شود که مستقیماً بر کیفیت زندگی شهروندان تأثیر می‌گذارد.

ب) ارتقای برنامه‌ریزی زیرساختی

شناخت دقیق‌تر اهمیت اجزای شبکه، ازجمله تقاطع‌ها و خیابان‌ها و مسیرهای موجود بین آنها و وضعیت انجام سفر بین این مبادی و مقاصد مجال بیشتری به برنامه‌ریزان حوزه حمل‌ونقل و شهرسازی می‌دهد. این رویکرد می‌تواند هزینه‌های ساخت و نگهداری را کاهش داده و بهره‌وری شبکه را افزایش دهد که برای جوامع در حال توسعه با منابع محدود حیاتی است.

ج) افزایش انعطاف‌پذیری شبکه در برابر اختلالات

شبکه‌های ترافیکی در معرض اختلالاتی مانند تصادفات یا تعمیرات هستند. این تحقیق با توسعه معیارهای جدید مرکزیت مبتنی بر داده‌های چندبعدی، به شناسایی نقاط آسیب‌پذیر و تقویت انعطاف‌پذیری شبکه کمک می‌کند. این امر برای کاهش اثرات اقتصادی و اجتماعی اختلالات (مانند تأخیرها یا هزینه‌های اضافی) ضروری است.

د) پر کردن شکاف‌های علمی و عملی

مطالعات پیشین نشان داده‌اند که ابزارهایی مانند تانسورها و ماتریس‌های وقوع پتانسیل تحلیل داده‌های ترافیکی را دارند، اما ترکیب آن‌ها با مرکزیت گراف به‌طور کامل بررسی نشده است (Li et al., 2025). این تحقیق با ارائه چارچوبی نوین، نه‌تنها دانش علمی را ارتقا می‌دهد، بلکه راهکارهای عملی برای مشکلات واقعی ترافیک ارائه می‌کند.

مهم‌ترین اهداف این تحقیق عبارت‌اند از:

۱- توسعه روشی برای ارزیابی اهمیت اجزا: هدف اصلی، توسعه یک روش سیستماتیک و کارآمد برای ارزیابی اهمیت اجزای مختلف شبکه‌های ترافیکی است. این روش باید قادر به در نظر گرفتن پیچیدگی ساختار شبکه و پویایی جریان ترافیک باشد.

۲- به‌کارگیری مفاهیم مرکزیت گراف: تحقیق به دنبال استفاده از مفاهیم مرکزیت گراف برای کمی‌سازی اهمیت اجزا است. معیارهای مرکزیت گراف می‌توانند اطلاعات مفیدی در مورد نقش و تأثیر هر جزء در شبکه ارائه دهند.

۳- استفاده از ماتریس‌های وقوع و تانسورهای سه‌بعدی: تحقیق از ماتریس‌های وقوع و تانسورهای سه‌بعدی برای نمایش ساختار شبکه ترافیکی استفاده خواهد کرد. این روش امکان در نظر گرفتن روابط پیچیده بین اجزا و پویایی جریان ترافیک را فراهم می‌کند.

٤- ارائه بینش در مورد عملکرد شبکه‌های ترافیکی: هدف نهایی، ارائه بینش عمیق‌تر در مورد عملکرد شبکه‌های ترافیکی و شناسایی عوامل کلیدی مؤثر بر کارایی و پایداری آنها است. این بینش می‌تواند به بهبود مدیریت ترافیک و برنامه‌ریزی شهری کمک کند.

لذا این پژوهش به دنبال پاسخ به سوالات زیر است:

۱- چه ارتباطی بین، ماتریس‌های وقوع سه‌گانه شامل: (M1 وقوع مسیر- خیابان)، (M2 وقوع خیابان-تقاطع)، (M3 وقوع مسیر-تقاطع) و تانسور سه‌بعدی شبکه:T (مسیر، خیابان، تقاطع) و مفاهیم مرکزیت گراف: (مرکزیت درجه (CD)- مرکزیت بینابینی (CB)- مرکزیت ویژه بردار (CE) برقرار است؟

۲- نحوه محاسبه ماتریس وقوع M3 به‌وسیله ماتریس‌های M1,M2 چگونه است؟

۳- نحوه محاسبه اهمیت اجزا شبکه با استفاده از معیارهای مرکزیت چگونه است؟

٤- چگونه ماتریس‌های وقوع و تانسورهای سه‌بعدی می‌توانند مفاهیم مرکزیت گراف را در تحلیل پویایی شبکه‌های ترافیکی ارتقا دهند؟

۵- آیا استفاده از مفاهیم مرکزیت گراف می‌تواند به‌عنوان یک ابزار مؤثر در ارزیابی اهمیت اجزای شبکه‌های ترافیکی مورد استفاده قرار گیرد؟

٦- چگونه می‌توان ساختار پیچیده شبکه‌های ترافیکی را با استفاده از ماتریس‌های وقوع و تانسورهای سه‌بعدی به‌طور مناسب مدل‌سازی کرد؟

٤. روش پژوهش

شبکه‌های حمل‌ونقل شهری به دلیل پیچیدگی فزاینده و نقش حیاتی در کارکرد کلان‌شهرها، نیازمند روش‌های تحلیلی پیشرفته و چندجانبه هستند. این پژوهش با هدف تحلیل جامع ساختار شبکه معابر شهری، از رویکردی ترکیبی مبتنی بر نظریه گراف و شاخص‌های مرکزیت بهره می‌گیرد. تمرکز اصلی بر شناسایی گره‌ها (تقاطع‌ها) و یال‌های (خیابان‌ها) کلیدی و ارزیابی نقش آن‌ها در ساختار و کارایی شبکه است. این مطالعه با استفاده از ابزارهای محاسباتی مدرن و مدل‌سازی ریاضی، دیدگاهی نوین و کاربردی برای برنامه‌ریزی شهری ارائه می‌دهد. در این پژوهش، هدف بررسی تأثیر اجزای شبکه شامل مسیرها (مجموعه خیابان‌ها بین خیابان‌های بین زوج مبدأ- مقصدها)، گره‌ها (تقاطع‌ها) و خیابان‌ها، ا با استفاده از ابزارهای ریاضی نظیر ماتریس‌های وقوع و تانسورها است. ابتدا، ساختار شبکه با سه ماتریس وقوع مدل‌سازی می‌شود: (۱) ماتریس وقوع مسیر-خیابان (M1)، (۲) ماتریس وقوع خیابان-تقاطع (M2) و (۳) ماتریس وقوع خیابان-گره (M3). سپس با بهره‌گیری از این ماتریس‌ها و تبدیل آن‌ها به یک تانسور چندبعدی، مفاهیم مرکزیت شامل مرکزیت درجه (DC)، مرکزیت بینابینی (BC و مرکزیت ویژه‌بردار (EC) محاسبه می‌شود. این پارامترها به‌عنوان معیارهایی برای سنجش اهمیت اجزای شبکه مورد استفاده قرار می‌گیرند. در نهایت، با مقایسه نتایج و ترکیب آن‌ها، یک مدل کلی برای تحلیل شبکه ارائه می‌شود. روش‌شناسی این پژوهش با تأکید بر محاسبات ریاضی و استفاده از فرمول‌های دقیق، نتایج را ارائه می‌دهد.

گراف مجموعه‌ای متشکل از رئوس یا گره‌ها و ارتباطات بین آنها است. در دنیای اطراف ما، پدیده‌های فراوانی وجود دارند که می‌توان آنها را توسط گراف‌ها شبیه‌سازی کرد؛ به‌عنوان‌مثال شبکه اینترنت، شبکه ارتباطات اجتماعی، شبکه ارتباطات سازمانی، شبکه‌های عصبی و شبکه خیابان‌های شهری تعدادی از انواع تعریف شده گراف‌ها در علوم مختلف می‌باشند (Berman et al., 1992).

٤-١ شاخص‌های مرکزیت

١- مرکزیت درجه: (Degree Centrality)

$$DC_k = \sum_{p=1}^{P} M_3[p,k] \qquad (١)$$

که بیانگر تعداد مسیرهایی است که گره kدر آن‌ها حضور دارد.

برای نرمال‌سازی:

$$\widetilde{DC_k} = \frac{DC_k - \min(DC)}{\max(DC) - \min(DC)} \qquad (٢)$$

٢- مرکزیت بینابینی: (Betweenness Centrality)

$$BC_k = \sum_{(s,t)\in\mathcal{P}} \frac{\sigma_{st}(k)}{\sigma_{st}} \qquad (٣)$$

که در آن σ_{st} تعداد مسیرهای موجود بین گره‌های sو t، و $\sigma_{st}(k)$ تعداد مسیرهایی است که از گره k عبور می‌کنند.

٣- مرکزیت نزدیکی (Closeness Centrality)

معیاری برای دسترسی‌پذیری گره نسبت به سایر گره‌ها که کارایی شبکه را نشان می‌دهد.

برای یک گره v در گراف: $G = (V, E)$

$$C_C(v) = \frac{n-1}{\sum_{u\in V, u\neq v} d(v,u)} \qquad (٤)$$

که در آن:

- n تعداد کل گره‌های شبکه
- $d(v,u)$ طول کوتاه‌ترین مسیر بین گره‌های v و u
- $C_C(v)$ مقدار مرکزیت نزدیکی گره v

٤- مرکزیت بردار ویژه (**Eigenvector Centrality**)

اهمیت گره را با توجه به اتصال آن به گره‌های مهم دیگر ارزیابی می‌کند.

$$C_E(u) \sum_{u\in N(v)} \frac{1}{\lambda} = C_E(v) \qquad (٥)$$

$C_E(v)$ مقدار مرکزیت بردار ویژه برای گر ه V

$N(v)$ مجموعه همسایگان گره V گره‌های که مستقیم به گره V وصل هستند.

$C_E(u)$ مقدار مرکزیت بردار ویژه برای همسایگان U

λ بزرگ‌ترین مقدار ویژه (eigenvalue) ماتریس مجاورت شبکه.

یا به بیان دیگر:

ابتدا ماتریس هم‌وقوعی گره‌ها بر اساس M_3 تشکیل می‌شود:

$$A = M_3^{\mathrm{T}} M_3 \qquad (٦)$$

سپس مقدار ویژه‌ی بزرگ‌تر و بردار ویژه‌ی متناظر آن از رابطه‌ی زیر استخراج می‌شود:

$$Av = \lambda_{\max} v \qquad (٧)$$

که در آن v بردار ویژه‌ی متناظر با بزرگ‌ترین مقدار ویژه است. مقادیر نرمال‌شده‌ی مرکزیت بردار ویژه به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\widetilde{EC}_k = \frac{v_k}{\max(v)} \qquad (٨)$$

٤-٢ رویکردهای انجام تحقیق برای محاسبه شاخص‌های مرکزیت

– روش کلاسیک – استفاده از الگوریتم‌های استاندارد گراف

روش کلاسیک در تحلیل شبکه‌های حمل‌ونقل، مبتنی بر استفاده از الگوریتم‌های استاندارد نظریه گراف است که برای محاسبه شاخص‌های مرکزیت طراحی شده‌اند. در این رویکرد، شبکه به‌صورت یک گراف جهت‌دار مدل‌سازی می‌شود که شامل مجموعه‌ای از گره‌ها مانند تقاطع‌ها و یال‌هایی مانند معابر است. شاخص‌هایی نظیر مرکزیت درجه به‌عنوان تعداد اتصالات مستقیم یک گره، مرکزیت میانی به‌عنوان معیاری از نقش گره در اتصال مسیرهای کوتاه، مرکزیت نزدیکی بر اساس معکوس مجموع فواصل تا سایر گره‌ها و مرکزیت بردار ویژه با توجه به اهمیت گره‌های مجاور محاسبه می‌شوند. این روش با بهره‌گیری از کتابخانه‌هایی مانند NetworkX، در زبان پایتون محاسبات را به‌صورت کارآمد انجام داده و نتایج را به‌عنوان معیارهایی کمی برای ارزیابی اهمیت توپولوژیکی و عملکردی عناصر شبکه ارائه می‌دهد. سادگی پیاده‌سازی و تفسیرپذیری بالای این الگوریتم‌ها، آن را به گزینه‌ای مناسب برای تحلیل اولیه ساختار شبکه تبدیل کرده است.

– ماتریس وقوع: تحلیل روابط بین مسیرها، گره‌ها و یال‌ها با استفاده از ماتریس‌های وقوع

شبکه مورد مطالعه به‌صورت یک گراف جهت‌دار G=(V,E) تعریف می‌شود که در آن V مجموعه گره‌ها (نقاط اتصال) و E مجموعه یال‌ها (خیابان‌ها) است. تصور کنید G(V,E) یک گراف ساده است که تعداد رئوس آن برابر با n*n می‌باشد. رئوس G به‌صورت دلخواه همانند v1,v2,...,vn1, 2 ,... لیست شده‌اند. ماتریس مجاورت A با توجه به لیست رئوس، یک ماتریس n×n صفر و یک است که در صورتی (i,j)() برابر ۱ است که vi و vj با یکدیگر مجاور باشند و نیز در صورتی برابر صفر است که آن‌ها با یکدیگر مجاور نباشند.

عنوان وقوع ماتریسی است که برای توصیف توپولوژی یک گراف استفاده می‌شود. درایه‌های این ماتریس همگی صفر یا یک هستند. هر سطر این ماتریس معرف یک رأس و هر ستون آن معرف یک یال در گراف متناظر است. عدد داریه i و j برابر ۱ خواهد بود (اگر بدون حلقه باشد در صورت وجود حلقه عدد ۲) اگر و تنها اگر رأس i ام بر یال j ام واقع شده باشد (Yang, H. and Zhou, 1991; Yang et al., 1998).

- **ماتریس M1 مسیر**

۱. تعریف ابعاد ماتریس‌ها:

$$M_1 \in \{0,1\}^{P\times S}, \qquad (٩)$$

که P تعداد مسیرها، S تعداد خیابان‌ها (یال‌ها)

- **ماتریس M2 خیابان- تقاطع**

ماتریس $M_2 \in \{0,1\}^{S\times I}$∈{0,1}S×I, که I تعداد تقاطع‌هاست. اگر خیابان sj به تقاطع ki متصل باشد، 1 =M2(j,k) در غیر این M2(j,k)=0.

- **ماتریس M3 (مسیر-تقاطع)**

ماتریس $M_3 \in \{0,1\}^{P\times I}$ که اگر مسیر pi به تقاطع ku متصل باشد، M3(i,u)=1 در غیر این صورت M3(i,u)=0 .

رابطه جبری بین ماتریس‌های وقوع بدین‌گونه است: $M_1 \in \{0,1\}^{P\times S}$ مسیر- خیابان و $M_2 \in \{0,1\}^{S\times I}$ خیابان-تقاطع را داریم؛ بنابراین حاصل‌ضرب آنها ماتریس مسیر- تقاطع $M_3 \in \{0,1\}^{P\times I}$ را تولید می‌کند:

$$M_3 = M_1 * M_2, M_3[p,i] = \sum_{s=1}^{S} M_1[p,s]\ M_2[s,i]. \quad (۱۰)$$

- تحلیل تانسوری: مدل‌سازی چندبعدی داده‌ها برای کشف الگوهای پنهان در تعاملات شبکه

تحلیل تانسوری به‌عنوان رویکردی نوین در مدل‌سازی داده‌های چندبعدی، امکان بازنمایی هم‌زمان سطوح مختلف تعامل در شبکه‌های حمل‌ونقل را فراهم می‌سازد. در شبکه‌های شهری، ارتباط میان گره‌ها (تقاطع‌ها)، یال‌ها (خیابان‌ها) و مسیرها (بین مبدأ و مقصد) ماهیتی چندسطحی و وابسته دارد که مدل‌های سنتی دوبعدی (نظیر ماتریس مجاورت یا ماتریس وقوع ساده) قادر به نمایش کامل آن نیستند. در این پژوهش، برای تحلیل جامع‌تر شبکه، داده‌های توپولوژیک در قالب یک تانسور سه‌بعدی مدل‌سازی می‌شوند تا تعاملات هم‌زمان میان مسیر، یال و گره با دقت بالاتری توصیف گردد.

تانسور سه‌بعدی T یک آرایه‌ی چندبعدی است که در فضای سه‌گانه‌ی مسیر–یال–گره تعریف می‌شود:

$$T \in \{0,1\}^{P\times S\times I} \quad (۱۱)$$

که در آن:

- P: مجموعه‌ی مسیرها (p_k) ،
- S مجموعه‌ی یال‌ها یا خیابان‌ها (e_j)،
- I مجموعه‌ی گره‌ها یا تقاطع‌ها (v_i) است.

درایه‌ی $T_{i,j,k}$ بر اساس رابطه‌ی زیر مقداردهی می‌شود:

این تعریف باعث می‌شود که حضور یا عدم حضور هر گره در مسیرهای مختلف از طریق یال‌های مرتبط به‌صورت هم‌زمان مدل‌سازی گردد. به‌عبارت دیگر، تانسور Tروابط سه‌سطحی بین عناصر شبکه را در قالب ساختاری واحد و قابل تجزیه نگهداری می‌کند. از طریق تجزیه‌ی تانسور، مانند روش پارافاک (PARAFAC) یا تجزیه‌ی تاکر (Tucker Decomposition)، می‌توان ساختار نهان داده‌ها را استخراج و فاکتورهای مؤثر بر تعامل بین اجزای شبکه را شناسایی کرد. هر مؤلفه‌ی تانسوری، ترکیبی از سه بُعد مسیر، یال و گره را نمایش می‌دهد و بیانگر نوع خاصی از ارتباط توپولوژیک در شبکه است. برای مثال، یک مؤلفه ممکن است مسیرهایی را نمایان کند که از مجموعه‌ای از تقاطع‌های پرترافیک عبور می‌کنند، در حالی که مؤلفه‌ی دیگر ممکن است به مسیرهای حاشیه‌ای و ارتباطات بین‌منطقه‌ای اشاره داشته باشد.

تجزیه‌ی تانسور به‌صورت زیر قابل بیان است:

$$T \approx \sum_{r=1}^{R} a_r \circ b_r \circ c_r \quad (۱۲)$$

که در آن Rتعداد مؤلفه‌های رتبه‌ی تانسور بوده و $\circ$ نماد حاصل‌ضرب خارجی است. بردارهای a_r, b_r, c_r به‌ترتیب نشان‌دهنده‌ی الگوهای نهان در ابعاد مسیر، یال و گره هستند. تحلیل ضرایب این بردارها امکان شناسایی اجزای مهم شبکه و درک روابط پنهان میان آن‌ها را فراهم می‌سازد.

با استفاده از این چارچوب، می‌توان وابستگی متقابل عناصر شبکه را بدون از دست‌دادن ساختار چندبعدی داده‌ها تحلیل کرد. مزیت اصلی تحلیل تانسوری در مقایسه با مدل‌های سنتی، حفظ هم‌زمان اطلاعات چندسطحی و کشف الگوهای پنهان غیرخطی است.

به‌طور خاص، در این پژوهش از ساختار $T_{p,s,i}$ برای محاسبه‌ی شاخص‌های مرکزیت چندلایه بهره‌گیری شده است، به‌گونه‌ای که هر لایه (مسیر، خیابان و تقاطع) به‌صورت درونی با سایر لایه‌ها تعامل دارد. در نتیجه، تحلیل تانسوری نه‌تنها دقت ارزیابی مرکزیت گره‌ها را افزایش می‌دهد، بلکه تصویری سه‌بعدی از نقش هر عنصر در پویایی کلی شبکه ارائه می‌کند. این رویکرد، به‌ویژه در تحلیل شبکه‌های بزرگ و پویا که شامل مسیرهای

متغیر یا ترافیک زمان‌دار هستند، ابزاری قدرتمند برای ارتقای درک ساختار و عملکرد شبکه‌های حمل‌ونقل شهری محسوب می‌شود.

۵. تحلیل داده‌ها

• روش کلاسیک با بهره‌گیری از نظریه گراف

این روش با بهره‌گیری از معیارهای استاندارد مرکزیت، شامل درجه (degree)، میانایگی (betweenness)، نزدیکی (closeness) و بردار ویژه (eigenvector)، اهمیت گره‌ها و یال‌ها را ارزیابی می‌کند. این معیارها به‌ترتیب میزان اتصال محلی، نقش واسطه‌ای، دسترسی‌پذیری و تأثیرگذاری وابسته به همسایگان را سنجیده و پس از نرمال‌سازی با MinMaxScaler، به‌صورت میانگین در یک امتیاز کلاسیک ترکیب می‌شوند. این رویکرد، به‌عنوان پایه‌ای مرسوم، امکان مقایسه با روش‌های نوین‌تر را فراهم می‌کند.

• ماتریس وقوع: ساخت سه ماتریس

M1 : ماتریس مسیر–یال (خیابان)(Path-Edge)

M2 : ماتریس یال–گره (خیابان–تقاطع)(Edge-Node)

M3 : ماتریس مسیر–گره (مسیر–تقاطع) (Path-Node)

سپس محاسبه شاخص‌های مرکزیت با استفاده از عملیات ماتریسی (مانند ضرب ماتریس‌ها و تحلیل بردار ویژه).

محاسبه معیارهای مرکزیت از ماتریس وقوع

• مرکزیت درجه (Degree Centrality)

تعریف: تعداد دفعاتی که یک گره در مسیرهای ممکن بین زوج مبدأ–مقصدهاست که میزان فعالیت گره در شبکه است. هرچه یک گره در مسیرهای بیشتری حضور داشته باشد، درجه مرکزیت آن بالاتر است و نشان‌دهنده اهمیت محلی آن در شبکه است.

$$Dck=p=1\sum PM3[p,k] \qquad (۱۳)$$

P: تعداد کل مسیرها.

– مقدار سلول (i,k) در ماتریس $M3$ که اگر گره k در مسیر i باشد، برابر ۱ و در غیر این صورت ۰ است.

نحوه محاسبه: از ماتریس M3 استفاده می‌کنیم. جمع ستونی M3 تعداد حضور هر گره در مسیرها را نشان می‌دهد:

• نرمال‌سازی

برای مقایسه بهتر، مقادیر را می‌توان به بازه$[0,1]$ نرمال کرد.

$$\text{Degree}_{\text{normalized},k} = \frac{\text{Degree}_k}{P} \qquad (۱٤)$$

• مرکزیت میانی (Betweenness Centrality)

این معیار تعداد دفعاتی که یک گره به‌عنوان واسطه در اتصال مسیرها عمل می‌کند را اندازه می‌گیرد. گره‌هایی که در مسیرهای بیشتری به‌عنوان گره میانی (نه مبدأ یا مقصد) ظاهر می‌شوند، میان‌گیری بالاتری دارند؛ و نحوه محاسبه این مرکزیت با استفاده از ماتریس‌های وقوع M2 وM3 می‌باشد؛ که به شرح ذیل است.

$$\text{Betweenness}_k = \sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{E} M_1[i,j]\cdot M_2[j,k] \qquad (۱۵)$$

• مرکزیت نزدیکی (Closeness Centrality)

معیاری برای دسترسی‌پذیری گره نسبت به سایر گره‌ها که کارایی شبکه را نشان می‌دهد.

تعریف: این معیار معکوس میانگین فاصله یک گره تا سایر گره‌ها را اندازه می‌گیرد. در اینجا، ازآنجاکه فاصله‌های واقعی بین گره‌ها را نداریم، از تعداد دفعات حضور گره در مسیرها به‌عنوان جایگزین استفاده می‌کنیم.

محاسبه: از ماتریس M3 استفاده می‌شود.

$$Closeness_k = \frac{1}{\sum_{i=1}^{P} M_3[i,k] + \dot{o}} \qquad (۱٦)$$

€ مقدار بسیار کم برای جلوگیری از صفر شدن مخرج

• مرکزیت برداروِیژه (Eigenvector Centrality)

تعریف: اهمیت گره را با توجه به اتصال آن به گره‌های مهم دیگر ارزیابی می‌کند.

محاسبه:

۱. ماتریس هم‌وقوعی گره‌ها (A) را محاسبه می‌کنیم.

$$A = M_3^T \cdot M_3 \qquad (۱۷)$$

A[k,m]: تعداد مسیرهای مشترکی که گره‌های k و m در آن‌ها حضور دارند.

۲. بردار ویژه (v) متناظر با بزرگ‌ترین مقدار ویژه (λmax) ماتریس A را محاسبه می‌کنیم:

$$A \cdot v = \lambda_{\max} \cdot v \qquad (۱۸)$$

مقادیر بردار ویژه v اهمیت نسبی گره‌ها را نشان می‌دهند.

تجزیه تانسوری: ساخت تانسور سه‌بعدی (Path × Edge × Node) و اعمال تجزیه پارافاک (Parafac) برای استخراج فاکتورهای نهان و محاسبه شاخص‌های مرکزیت.

- **تلفیق و وزن‌دهی**

مقیاس‌بندی: نرمال‌سازی شاخص‌ها با استفاده از MinMaxScaler برای یکسان‌سازی مقیاس‌ها.

وزن‌دهی: ترکیب شاخص‌ها با وزن‌های اولیه برابر (۳/۱ برای هر روش) و بهینه‌سازی وزن‌ها بر اساس همبستگی با فرکانس گره‌ها در مسیرها (با استفاده از ضریب همبستگی پیرسون).

اهمیت نهایی: محاسبه اهمیت کل گره‌ها و یال‌ها به‌صورت وزن‌دار.

محاسبه‌ی اهمیت نهایی هر گره، سه شاخص نرمال‌شده با وزن‌های مناسب ترکیب می‌شوند:

$$CI_k = w_1 \widetilde{DC}_k + w_2 \widetilde{BC}_k + w_3 \widetilde{EC}_k \qquad (۱۹)$$

به‌طوری‌که:

$$w_1 + w_2 + w_3 = 1 \qquad (۲۰)$$

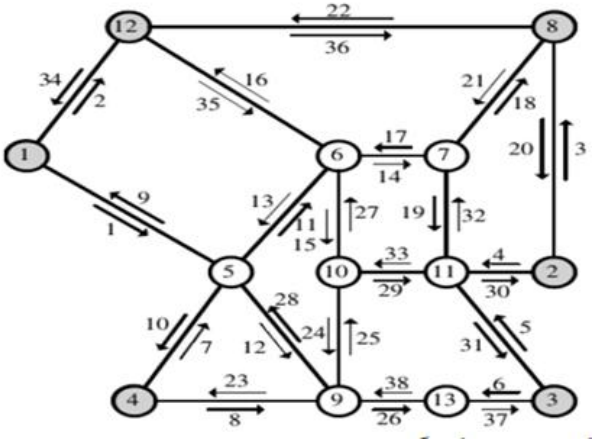
در این مطالعه، وزن‌ها بر اساس قضاوت خبرگان و تحلیل حساسیت به‌ترتیب برابر با $w_1 = 0.33$، $w_2 = 0.33$ و $w_3 = 0.33$ در نظر گرفته گره‌هایی که بالاترین مقدار CI_k را دارند، به‌عنوان اجزای بحرانی شبکه شناخته می‌شوند.

٦. یافته‌های پژوهش

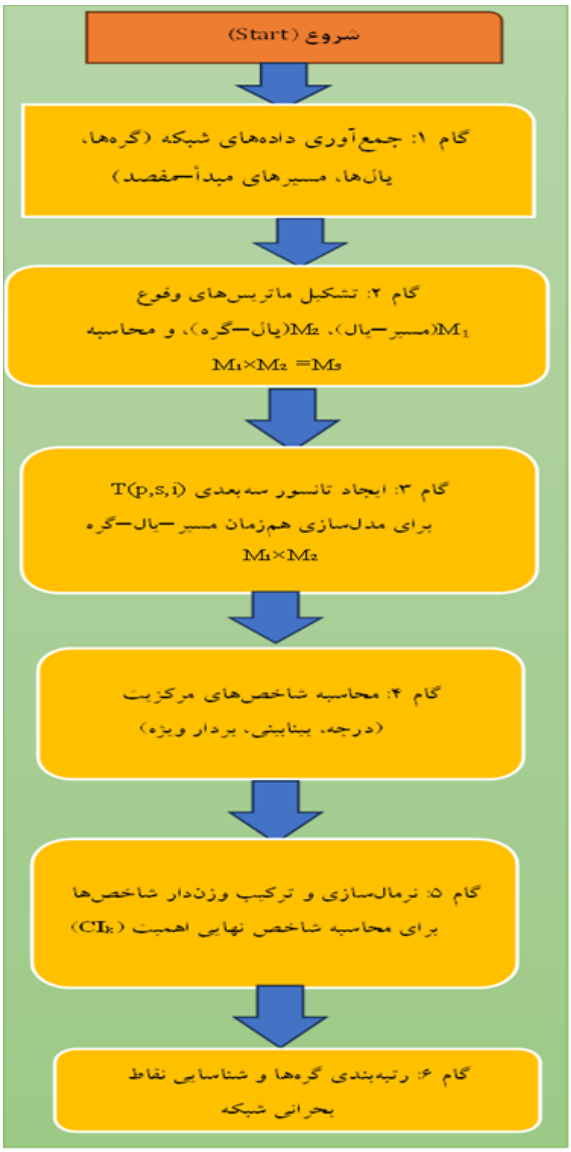
به‌منظور بررسی روش تحقیق مطرح شده آن را بر روی یک شبکه معروف «نگوین – دوپویس» مربوط به مطالعات حمل‌ونقل بررسی نموده‌ایم که گام به گام مراحل روش تحقیق در ادامه به‌تفصیل شرح داده خواهد شد. ابتدا ساختمان شبکه را موردبررسی قرار می‌دهیم. ماتریس‌های وقوع به شرح زیر تعریف می‌شوند:

٦-١ نتایج برای شبکه نگوین - دوپویس

شبکه نگوین- دوپویس در شکل ۱ را در نظر بگیرید. این شبکه ۳۸ کمان و ۱۳ گره دارد (Mínguez et al., 2010; Castillo et al., 2008). مثالی از این شبکه را استفاده کرده‌اند که در آن ۱۸ زوج مبدأ- مقصد و مجموعاً ۵۰ مسیر در نظر گرفته شده است. اطلاعات این زوج‌های مبدأ-مقصد و مسیرها در (Mínguez et al., 2010)وجود دارد. برای راحتی پس از این برای اشاره به این مثال از نام ND [۱] استفاده می‌شود. اطلاعات مسیرهای این مثال در جدول ۱ ارائه شده است.



شکل ۱. شبکه نگوین دوپویس

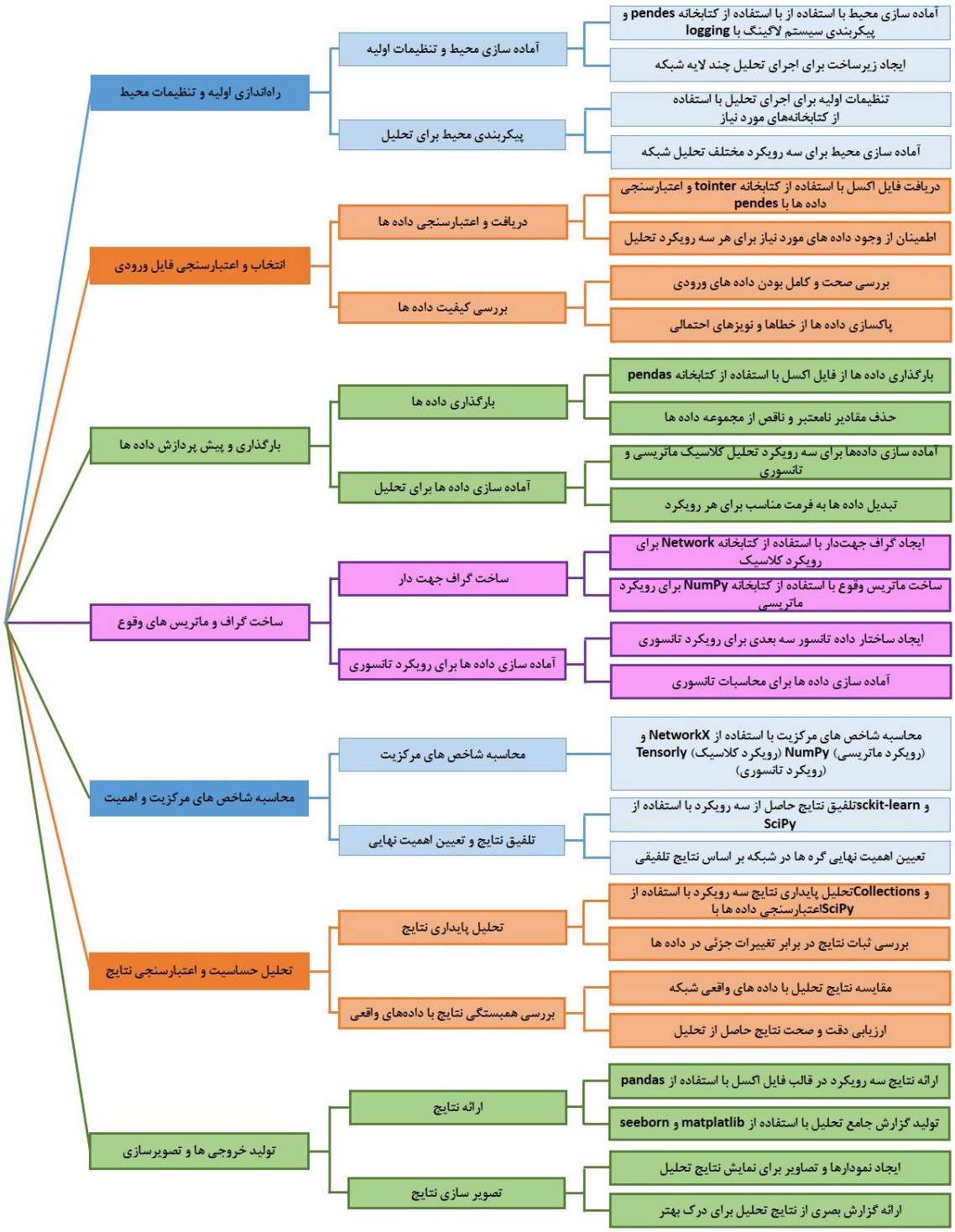


شکل ۲. گام‌های اجرایی پژوهش

جدول ۲. اطلاعات مسیرهای مثال (Mínguez et al., 2010) ND

شماره مسیر	زوج مبدأ– مقصد	گروه‌های تشکیل‌دهنده	شماره مسیر	زوج مبدأ– مقصد	گروه‌های تشکیل‌دهنده
۱		۱ ۶ ۵ ۷ ۲	۲۷	۳ به ٤	۳ ۱۱ ۱۰ ۹ ٤
۲	۱ به ۲	۱ ۲ ۷ ۶ ۷ ۲	۲۸	۳ به ۱۲	۳ ۱۱ ۱۰ ٦ ۲ ۱
۳		۱ ۲ ۱ ۸ ۲	۲۹		٤ ۵ ٦ ۷ ۸ ۲
٤		۱ ۵ ٦ ۷ ۱ ۳	۳۰		۳ ۱۱ ۱۰ ٦ ۱ ۲
۵		۱ ۵ ٦ ۵ ۱ ۳	۳۱	٤ به ۲	٤ ۵ ٦ ۷ ۸ ۲
٦	۱ به ۳	۱ ۵ ۹ ۵ ۱ ۳	۳۲		٤ ۹ ۱۰ ۱۱ ۲
۷		۱ ۹ ۳ ۵ ۱ ۳	۳۳		٤ ۹ ۱۰ ۱۱ ۷ ۲

۸		۳۱۱۷۶۱۲۱	۳٤	٤ به ۳	۳۱۱۱۰۹٤
۹		۳۱۱۱۰۶۱۲۱	۳۵		۳۱۳۹٤
۱۰	٤ به ۳	۸۷۶۵۱	۳۶	٤ به ۸	۸۷۶۵٤
۱۱		۸۷۶۱۲۱	۳۷		۸۷۱۱۱۰۹٤
۱۲		۸۱۲۱	۳۸	۸ به ۱	۱۵۶۷۸
۱۳	۲ به ۱	۱۵۶۷۸۲	۳۹		۱۱۲۶۷۸
۱٤		۱۱۲۶۷۸۲	٤۰		۱۱۲۸
۱۵	۲ به ٤	۱۱۲۸۲	٤۱	۸ به ٤	٤۵۶۷۸
۱۶		٤۵۶۷۸۲	٤۲		٤۹۱۰۱۱۷۸
۱۷		٤۹۱۰۱۱۷۸۲	٤۳	۸ به ۱۲	۱۲۶۷۸
۱۸		٤۹۱۰۱۱۲	٤٤		۱۲۸
۱۹	۲ به ۱۲	۱۲۶۷۸۲	٤۵	۱۲ به ۲	۲۸۷۶۱۲
۲۰		۱۲۸۲	٤۶		۲۸۱۲
۲۱	۳ به ۱	۱۵۶۷۱۱۳	٤۷	۱۲ به ۳	۳۱۱۷۶۱۲
۲۲		۱۱۲۶۷۱۱۳	٤۸		۳۱۱۱۰۶۱۲
۲۳		۱۵۶۱۰۱۱۳	٤۹	۱۲ به ۸	۸۷۶۱۲
۲٤		۱۱۲۶۱۰۱۱۳	۵۰		۸۱۲
۲۵		۱۵۹۱۰۱۱۳			
۲۶		۱۵۹۱۳۳			



شکل ۳. الگوریتم برآورد اهمیت اجزایی شبکه نگوین دوپویس (Mínguez et al., 2010)

پس از بررسی شبکه نگوین بر اساس سه رویکرد متفاوت در تحقیق اهمیت نودها و گره‌های این شبکه مشخص گردید که نتایج بر اساس جدول ذیل می‌باشد.

جدول ۳. اهمیت گره‌های شبکه نگوین بر اساس رویکرد کلاسیک با بهره گیری از نظریه گراف

Node	Classicl _Degree	Classical_Betweenness	Classical_Closeness	Classical_Eigenvvector	Classical_importance
1	0.3333	0.0400	0.4000	0.2031	0.1009
2	0.3333	0.0384	0.4000	0.1681	0.0652
3	0.3333	0.0606	0.4000	0.1440	0.661
4	0.3333	0.0000	0.4000	0.2287	0.819
5	0.6667	0.1973	0.4800	0.3746	0.8527
6	0.5000	0.2143	0.4000	0.4024	0.9839
7	0.5000	0.1089	0.4800	0.2958	0.5550
8	0.5000	0.0851	0.5217	0.2315	0.3025
9	0.6667	0.2042	0.4800	0.3462	0.8327
10	0.5000	0.1528	0.4800	0.3322	0.7238
11	0.6667	0.2291	0.4800	0.2983	0.8136
12	0.5000	0.1086	0.4286	0.2665	0.4198
13	0.3333	0.0606	0.4000	0.1556	0.0773

جدول ٤. اهمیت گره‌های شبکه نگوین بر اساس رویکرد ماتریس وقوع

Node	Incidence_Degree	Incidence_Beetweenness	Incidence_Closeness	Incidence_Eigenvector	Incidence_importance
1	24	24	0.0078	0.3358	0.4939
2	16	16	0.0119	0.2101	0.3101
3	20	20	0.0093	0.2513	0.3853
4	14	14	0.0132	01591	0.2529
5	16	32	0.0111	0.2240	0.3982
6	28	56	0.0066	0.4210	0.7500
7	26	52	0.0069	0.3919	0.6918
8	28	42	0.0075	0.3604	0.6431
9	14	28	0.0132	0.1440	0.3163
10	16	32	0.0109	0.2032	0.3838
11	22	44	0.0079	0.2988	0.5545
12	24	36	0.0093	0.3028	0.5429
13	4	8	0.0556	0.0267	0.2500

جدول ۵. اهمیت گره‌های شبکه تکوین بر اساس رویکرد تانسور سه‌بعدی

Node	Tensor_Degree	Tensor _Beetweenness	Tensor _Closeness	Tensor _Eigenvector	Tensor _importance
1	0.0004	0.0052	0.0417	0.0035	0.0581
2	0.0011	0.0273	0.0625	0.0200	0.1176
3	0.2288	0.2279	0.0500	0.0007	0.2068
4	0.0087	0.0087	0.0714	0.0006	0.1302
5	0.0044	0.0732	0.0312	0.0499	0.666
6	0.0597	0.8457	0.0179	0.5848	0.4145
7	0.0192	0.0560	0.0192	0.7536	0.5097
8	0.0176	0.3920	0.0238	0.2852	0.2073
9	0.1025	0.1025	0.1021	0.0357	0.1007
10	0.6125	0.06125	0.6107	0.0312	0.3842
11	0.7367	0.7367	0.7501	0.0227	0.4458
12	0.0071	0.0071	0.1081	0.0278	0.0755
13	0.0000	0.0000	0.0000	0.1250	0.2500

جدول ٦. اهمیت گره‌های شبکه نگوین بر اساس رویکرد کلی (تلفیق سه روش)

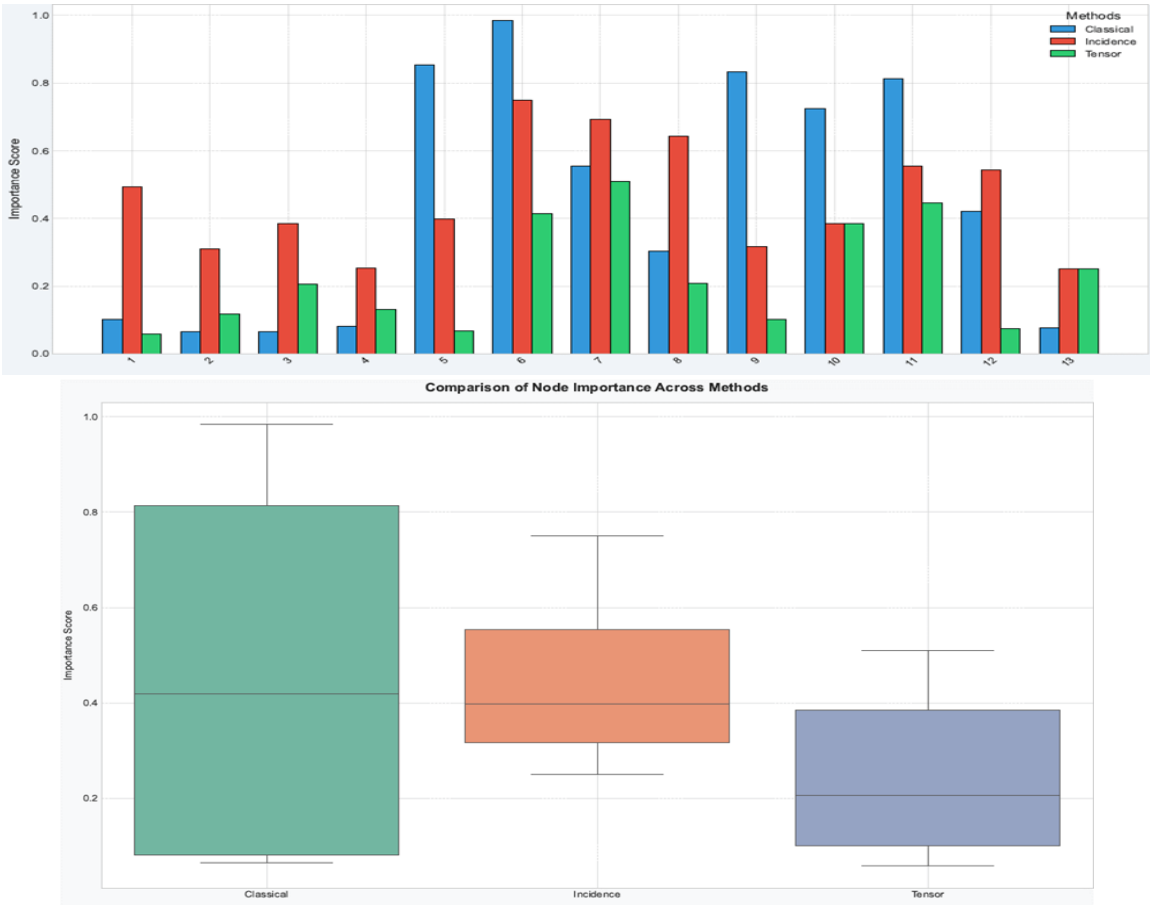
Rank	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Node	6	7	11	10	5	8	9	12	1	3	13	2	4
Total_Importance	0.7531	0.6143	0.6105	0.4859	0.4682	0.4538	0.4281	0.4125	0.2888	0.2538	0.1982	0.1982	0.1771

جدول ۷. اهمیت یال‌های شبکه نگوین بر اساس رویکرد کلی (تلفیق سه روش)

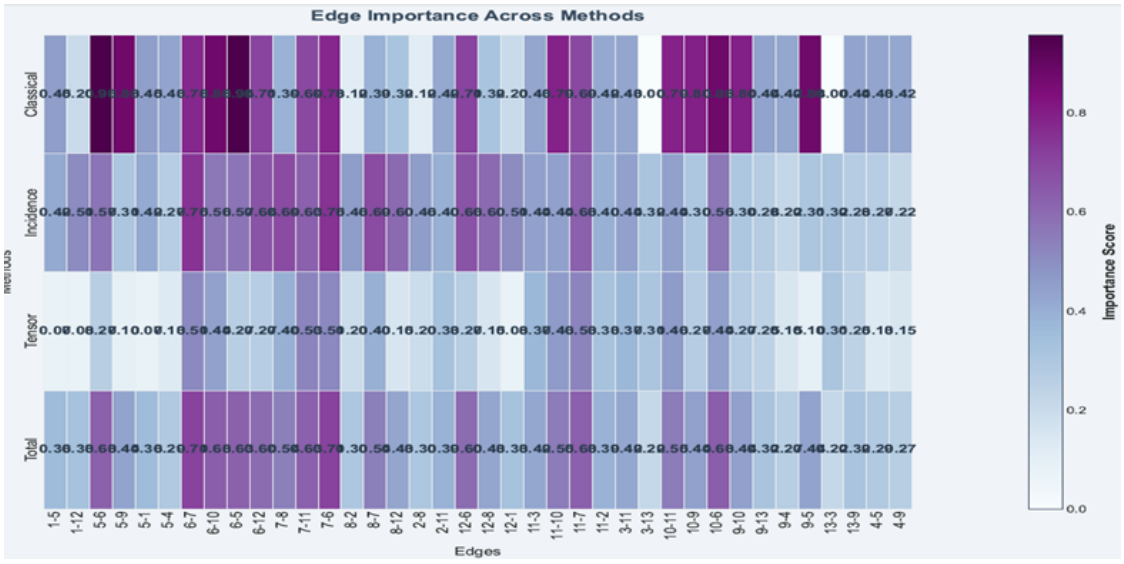
From	To	Classical_ Degree	Classical_ Beetweenness	Classical_ Closeness	Classical_ Eigenvector	Classical_ importance	Incide_Degree	Incide _ Beetweenness	Incide _ Closeness	Incide_Eigenvector	Incide importance	Tensor _Degree	Tenso-Beetweenness	Tensor -_ Closeness	Tensor _Eigenvector	Tensor importance	Total-importance
1	5	1	0.237	0.88	0.578	0.453	40	56	0.019	0.56	0.416	0.005	0.078	0.073	0.053	0.075	0.359
1	12	0.833	0.149	0.829	0.469	0.204	48	60	0.017	0.639	0.507	0.008	0.113	0.069	0.077	0.078	0.33
5	6	1.333	0.412	1.002	0.777	0.957	44	88	0.018	0.645	0.572	0.064	0.919	0.049	0.0635	0.267	0.626

From	To	Classical_ Degree	Classical_ Beetweenness	Classical_ Closeness	Classical_ Eigenvector	Classical_ importance	Incide_Degree	Incide _ Beetweenness	Incide _ Closeness	Incide_Eigenvector	Incide importance	Tensor _Degree	Tenso-Beetweenness	Tensor -_ Closeness	Tensor _Eigenvector	Tensor importance	Total-importance
5	9	1.333	0.402	0.96	0.721	0.876	30	60	0.024	0.368	0.309	0.107	0.175	0.67	0.005	0.096	0.436
5	1	1	0.237	0.88	0.578	0.453	40	56	0.019	0.56	0.419	0.005	0.078	0.073	0.053	0.075	0.359
5	4	1	0.197	0.88	0.603	0.432	30	46	0.024	0.383	0.271	0.013	0.082	0.103	0.05	0.13	0.291
6	7	1.167	0.323	1.002	0.698	0.777	54	108	0.014	0.813	0.75	0.079	0.902	0.037	1.338	0.514	0.711
6	10	1.167	0.367	1.043	0.735	0.877	44	88	0.017	0.624	0.562	0.672	0.546	0.049	0.566	0.444	0.633
6	5	1.333	0.412	1.002	0.777	0.957	44	88	0.018	0.645	0.572	0.064	0.919	0.049	0.653	0.267	0.626
6	12	1.167	0.323	095	0.668	0.708	52	92	0.016	0.724	0.662	0.067	0.954	0.046	0.658	0.27	0.597
7	8	1	0.194	0.88	0.527	0.389	54	94	0.014	0.752	0.667	0.037	0.448	0.043	0.039	0.399	0.54
7	11	1.167	0.338	0.96	0.594	0.693	48	96	0.015	0.691	0.629	0.756	0.806	0.042	0.774	0.53	0.629
7	6	1.167	0.323	1.002	0.698	0.777	54	108	0.014	0.813	0.75	0.079	0.902	0.037	1.338	0.514	0.711
8	2	0.833	0.124	0.8	0.4	0.117	44	58	0.019	0.57	0.456	0.019	0.419	0.086	0.305	0.196	0.302
8	7	1	0.194	0.88	0.527	0.389	54	94	0.014	0.752	0.687	0.037	0.448	0.043	1.039	0.399	0.54
8	12	1	0.194	0.829	0.497	0.32	52	78	0.017	0.663	0.599	0.025	0.5	0.052	0.358	0.155	0.426
2	8	0.833	0.124	0.8	0.4	0.117	44	58	0.019	0.57	0.456	0.019	0.419	0.086	0.305	0.196	0.302
2	11	1	0.267	0.88	0.466	0.42	38	60	0.02	0.509	0.399	0.738	0.777	0.085	0.041	0.327	0.391
12	6	1.167	0.323	0.95	0.668	0.708	52	92	0.016	0.724	0.662	0.067	0.954	0.046	0.658	27	0.597
12	8	1	0.194	0.829	0.497	0.32	52	78	0.017	0.663	0.599	0.025	0.5	0.052	0.358	155	0.426
12	1	0.833	0.149	0.829	0.462	0.204	48	60	0.017	0.639	0.507	0.008	0.113	0.069	0.077	078	0.33
11	3	1	0.29	0.88	0.442	0.427	42	64	0.017	0.55	0.444	0.965	0.978	0.073	0.021	0.371	0.424
11	10	1.167	0.382	0.002	631	0.792	38	76	0.019	0.502	0.442	1.349	1.361	0.054	0.022	0.461	0.551
11	7	1.167	0.338	0.96	0.594	0.693	48	96	0.015	0.691	0.629	0.756	1.806	0.042	0.774	0.53	0.629
11	2	1	0.267	0.88	0.466	0.42	38	60	0.02	0.509	0.399	0.738	0.777	0.085	0.041	0.327	0.391
3	11	1	0.29	0.88	0.442	0.427	42	64	0.017	0.55	0.444	0.965	0.978	0.073	0.021	0.371	0.424
3	13	0.667	0.121	0.8	0.3	0	24	28	0.065	0.278	0.316	0.229	0.228	0.175	7E-04	0.312	0.22
10	11	1.167	0.382	1.002	0.631	0.792	38	76	0.019	0.502	0.442	1349	1.361	0.054	0.022	0.461	0.551
10	9	1.167	0.357	1.002	0.678	0.796	30	60	0.024	0.347	0.3	0.715	0.713	0.067	0.002	0.274	0.443
10	6	1.167	0.367	1.043	0.735	0.877	44	88	0.017	0.624	0.562	0.672	1.456	0.049	0.586	0.444	0.633
9	10	1.167	0.357	1.002	0.678	0.796	30	60	0.024	0.347	0.3	0.715	0.713	0.067	0.002	0.275	0.443

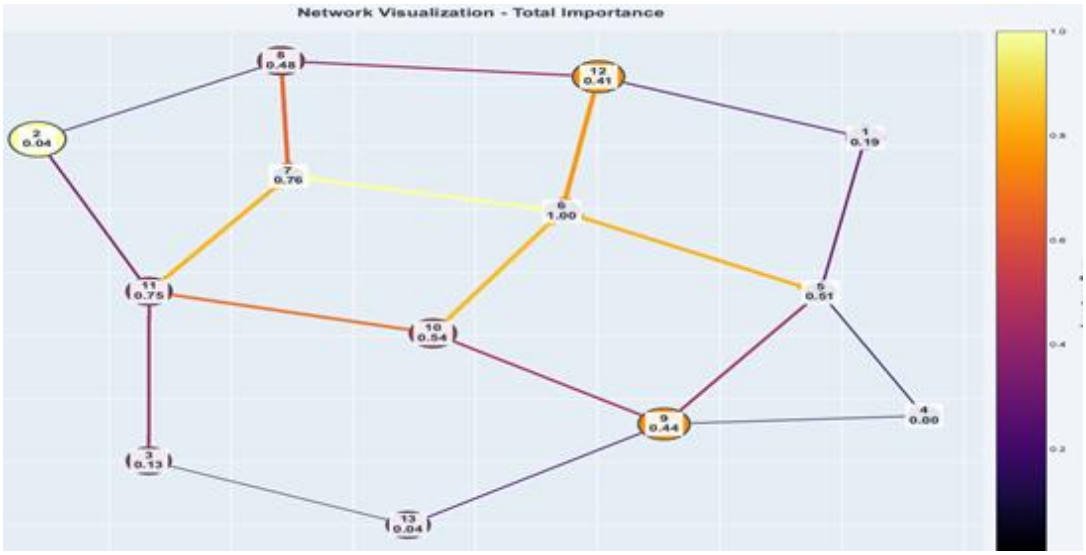
From	To	Classical_ Degree	Classical_ Beetweenness	Classical_ Closeness	Classical_ Eigenvector	Classical_ importance	Incide_Degree	Incide _ Beetweenness	Incide _ Closeness	Incide_Eigenvector	Incide importance	Tensor _Degree	Tenso-Beetweenness	Tensor -_ Closeness	Tensor _Eigenvector	Tensor importance	Total-importance
9	13	1	0.265	0.88	0.502	0.437	18	36	0.069	0.171	0.275	0.102	0.102	0.161	3E-04	0.246	0.318
9	4	1	0.204	0.88	0.575	0.423	28	42	0.026	0.303	0.223	0.111	0.111	0.107	9E-04	0.151	0.268
9	5	1.333	0.402	0.96	0.721	0.876	30	60	0.024	0.368	0.309	0.107	0.175	0.067	0.05	0.096	0.436
13	3	0.667	0.121	0.8	0.3	0	24	28	0.065	0.278	0.316	0.229	0.228	0.175	7E-04	0.312	0.22
13	9	1	0.265	0.88	0.502	0.437	18	36	0.069	0.171	0.275	0.102	0.102	0.161	3E-04	0.246	0.318
4	5	1	0.197	0.88	0.603	0.432	30	46	0.024	0.383	0.271	0.013	0.082	0.103	0.05	0.13	0.291



شکل ٤. مقایسه اهمیت گره‌ها در شبکه نگوین –دوپویس بر اساس سه رویکرد تحقیق



شکل ٥. مقایسه اهمیت یال‌ها در شبکه نگوین –دوپویس بر اساس سه رویکرد تحقیق



شکل ٦. تجسم شبکه بر اساس اهمیت در ساختار کل در شبکه نگوین –دوپویس بر اساس سه رویکرد تحقیق

۷. بحث و نتیجه‌گیری

مقایسه خروجی سه رویکرد مورد استفاده در این پژوهش – روش کلاسیک مرکزیت‌های گرافی، مدل مبتنی بر ماتریس هم‌وقوع و نمایه تانسوری – نشان می‌دهد که هر یک زوایای متفاوتی از اهمیت گره‌ها و یال‌های شبکه را آشکار می‌سازد. در روش کلاسیک، تمرکز اصلی بر اتصالات محلی است؛ یعنی گره‌هایی که تعداد ارتباط مستقیم بیشتری دارند (درجه بالا) به‌عنوان عناصر مهم‌تر شناسایی می‌شوند. این رویکرد از دیدگاه توپولوژیک، گره‌هایی مانند گره ٦ را به‌عنوان هسته‌های ساختاری شبکه برجسته می‌کند. بااین‌حال، این معیار در شناسایی نقش‌های میان‌لایه‌ای یا مسیرهای چندوجهی محدودیت دارد.

در مقابل، رویکرد مبتنی بر ماتریس هم‌وقوع (Incidence-Based) قادر است اهمیت گره‌ها را در بستر مسیرهای مشترک و تعاملات گسترده‌تر بررسی کند. برای مثال، گره ٦ با مقدار $Incidence_Degree = 28$ نه‌تنها از نظر اتصالات محلی، بلکه در پیوند بین مسیرهای متعدد نیز مؤثر است؛ در واقع، این گره مانند یک «هاب ارتباطی» عمل می‌کند که جریان ترافیک بین چند مسیر را هماهنگ می‌سازد. این ویژگی در روش‌های کلاسیک قابل‌مشاهده نیست و نشان می‌دهد که مدل‌های مبتنی بر وقوع، توانایی نمایش لایه‌های پنهان‌تری از ساختار شبکه را دارند.

در سطح بالاتر، مدل تانسوری به‌عنوان پیشرفته‌ترین چارچوب در این پژوهش، با لحاظ‌کردن سه بُعد مسیر–یال–گره، روابط چندمسیره و چندسطحی شبکه را هم‌زمان تحلیل می‌کند. نتایج نشان داد که این روش گره‌هایی مانند گره ۱۱ را با $Tensor_Degree = 0.7367$ به‌عنوان عناصر تأثیرگذار شناسایی کرده است؛ درحالی‌که این گره از دیدگاه روش کلاسیک، اهمیت کمتری داشت. چنین تفاوتی بیانگر آن است که مدل تانسوری قادر است نقش‌های غیرمستقیم و میان‌لایه‌ای گره‌ها را آشکار سازد؛ نقشی که در پایداری و تاب‌آوری شبکه حیاتی است.

از منظر تحلیلی، ترکیب سه رویکرد فوق از طریق میانگین‌گیری وزنی شاخص‌ها (به‌عنوان مثال، $TotalImportance = 0.7161$ برای گره ٦ و 0.6046 برای گره ۱۱) باعث افزایش دقت در شناسایی نقاط بحرانی شده است. این هم‌پوشانی و هم‌افزایی میان روش‌ها، نشان می‌دهد که هیچ معیار منفردی قادر به ارائه تصویر کامل از ساختار شبکه نیست؛ بلکه استفاده تلفیقی از مدل‌های تک‌لایه و چندلایه می‌تواند دیدگاهی جامع‌تر ایجاد کند.

از نظر کاربردی، این یافته‌ها پیام‌های قابل‌توجهی برای مدیران شهری و طراحان سامانه‌های حمل‌ونقل دارد. روش کلاسیک می‌تواند برای شناسایی تقاطع‌های پرتردد و پراتصال مورد استفاده قرار گیرد، درحالی‌که مدل‌های ماتریسی و تانسوری در برنامه‌ریزی‌های کلان‌تر، مانند مدیریت بحران، بهینه‌سازی مسیرهای جایگزین، یا طراحی سامانه‌های هوشمند کنترل ترافیک مؤثرتر خواهند بود. بدین‌ترتیب، تصمیم‌گیرندگان باید هنگام تخصیص منابع، هر دو بعد را مدنظر قرار دهند:

۱. نقاط با درجه بالا (محلی) که پتانسیل ازدحام یا خرابی موضعی دارند.

۲. نقاط با نقش چندمسیره (جهانی) که در صورت اختلال، ساختار کل شبکه را دچار فروپاشی می‌کنند.

تحلیل حساسیت مبتنی بر الگوریتم حریصانه حداکثر پوشش (Maximum Coverage) نیز کارایی این عناصر بحرانی را در سطح شبکه تأیید کرد. انتخاب پنج گره برتر (٦، ١١، ٥، ٨، ٩) منجر به پوشش ۹۲/۳۱٪ از کل گره‌ها شد، که به‌طور معناداری از حد تئوریک مسائل زیرمدولار $(1 - 1/e \approx 63\%)$ فراتر رفت. این نتیجه نشان می‌دهد که ساختار پیشنهادی نه‌تنها از نظر نظری معتبر است، بلکه در عمل نیز کارایی بالایی در شناسایی اجزای کلیدی شبکه دارد.

در مجموع، نتایج این پژوهش بر اهمیت تحلیل چندوجهی در شبکه‌های حمل‌ونقل تأکید دارد. مدل تانسوری توانسته است روابط پیچیده و پنهان بین مسیرها، یال‌ها و گره‌ها را آشکار کند، درحالی‌که تلفیق آن با روش‌های کلاسیک و ماتریسی موجب افزایش دقت، پایداری و تفسیرپذیری نتایج شده است. چنین رویکردی می‌تواند مبنای توسعه مدل‌های تصمیم‌یار در سامانه‌های هوشمند حمل‌ونقل آینده قرار گیرد.

۸. پیشنهادات

یافته‌های این پژوهش کاربردهای مستقیم و قابل‌اجرایی برای مدیریت و طراحی شبکه‌های حمل‌ونقل شهری فراهم می‌آورند.

- گسترش به تانسورهای زمانی- فضایی (Spatio-Temporal Tensors)
- ساخت تانسور $\boldsymbol{T_{p,s,i,t}}$ که زمان را نیز وارد کند تا تغییرات دینامیک ترافیک و الگوهای زمانی شناسایی شوند.
- خروجی: مرکزیت‌های زمان‌محور، شاخص تاب‌آوری زمانی.
- ادغام داده‌های جریان و ظرفیت (Weighted Tensor/Graph)
- وارد کردن وزن‌ها (حجم ترافیک، ظرفیت معابر، سرعت متوسط) در درایه‌های تانسور یا ماتریس‌ها برای تحلیل عملکردی به‌جای صرفاً توپولوژیک.
- بهینه‌سازی وزن‌های تلفیق با روش‌های داده‌محور
- استفاده از الگوریتم‌های ژنتیک، بهینه‌سازی چندهدفه یا روش‌های یادگیری ماشین برای تعیین (w_1, w_2, w_3) به‌صورتی که شاخص‌های کارایی شبکه (مثلاً میانگین زمان سفر، پوشش، پایداری) بهینه شوند.
- شبیه‌سازی سناریوهای مختلف اختلال (بسته شدن یک گره یا یال) و ارزیابی تأثیر با متریک‌های تاب‌آوری (مثلاً افت پوشش، افزایش زمان سفر، درصد مسیرهای از دست‌رفته).
- استفاده از روش‌های ترکیبی با داده‌کاوی
- تلفیق تجزیه تانسور با الگوریتم‌های خوشه‌بندی و یادگیری عمیق برای کشف الگوهای پنهان پیچیده و آنومالی‌ها.
- تحلیل اقتصادی و تحلیل ریسک-پاداش

۹. پی‌نوشت‌ها

1. Nguyen-Dupuis network

۱۰. مراجع

- Albert, R., & Barabási, A.L. (2002). Statistical mechanics of complex networks. Rev. Mod. Phys., 74, 47-97.

- Albert, R., Jeong, H., & Barabási, A. L. (1999). Internet: Diameter of the world-wide web. Nature, 401, 130–131.

- Albert, R., Jeong, H., & Barabási, A. L. (2000). Error and attack tolerance of complex networks. Nature, 406(6794), 378-382.

- Amini, M.H., Arasteh, H., & Siano, P. (2019). Sustainable smart cities through the lens of complex interdependent infrastructures: Panorama and state-of-the-art. In Sustainable Interdependent Networks II (pp. 45-68). Springer, Cham, Switzerland.

- Arul, S. M., Senthil, G., Jayasudha, S., Alkhayyat, A., Azam, K., & Elangovan, R. (2023) "Graph Theory and Algorithms for Network Analysis", E3S Web of Conferences, Vol. 399, pp. 08002.

- Bae, J., & Kim, S. (2014). Identifying and ranking influential spreaders in complex networks by neighborhood coreness. Physica A, 395, 549–559.

- Berman, O., Larson, R. C., and Fouska, N. (1992)"Optimal location of discretionary service facilities", Transportation Science, Vol. 26, pp. 201-211-16.

- Bonacich, P. (1972). Factoring and weighting approaches to status scores and clique identification. Journal of Mathematical Sociology, 2, 113–120.

- Brin, S., & Page, L. (1998). The anatomy of a large-scale hypertextual web search engine. Web Conference, 30, 107–117.

- Castillo, E., Jimenez, P., Menéndez, J. M., & Conejo, A. J. (2008). The observability problem in traffic models: algebraic and topological methods. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 9(2), 275 – 28.

- Chen, D. B., Lü, L. Y., Shang, M. S., Zhang, Y. C., & Zhou, T. (2012). Identifying influential nodes in complex networks. Physica A, 391.

- Chen, X., Wang, Y., & Li, J. (2008). Identification of critical nodes in urban traffic networks using complex network theory. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 125, 103018.

- Estrada, E., & Rodriguez-Velazquez, J. A. (2005). Subgraph centrality in complex networks. Physical Review E, 71, 056103.

- Gryzkov, T., Tortosa, L., Vicent, J. F., & Wilson, R. (2019). A centrality measure for urban networks based on the eigenvector centrality concept. Environment and Planning B: Urban Analytics and City Science, 46(4), 668-689.

- Hage, P., & Harary, F. (1995). Eccentricity and centrality in networks. Social Networks, 17, 57–63.

- Henry, E., Bonnetain, L., Furno, A., El Faouzi, N.-E., & Zimeo, E. (2019) Spatio-temporal Correlations of Betweenness Centrality and Traffic Metrics, IEEE International Conference on Big Data (Big Data), pp. 4725-4733.

- Katz, L. (1953). A new status index derived from sociometric analysis. Psychometrika, 18, 39–43.

- Kirkley, A., Barbosa, H., Barthelemy, M., & Ghoshal, G. (2018). From the betweenness centrality in street networks to structural invariants in random planar graphs. Nature Communications, 9(1), 2501.

- Luo, L., Yang, Y., Chen, Z. and Wei, Y., 2018. Identifying opinion leaders with improved weighted LeaderRank in online learning communities. International Journal of Performability Engineering, 14(2), p.193.777–1787.

- Kleinberg, J. M. (1999). Authoritative sources in a hyperlinked environment. Journal of the ACM, 46, 604–632.

- Li, L., Lin, X., Ran, B., & Du, B. (2025). Tensor decomposition of transportation temporal and spatial big data: A brief review. Fundamental Research, in press.

- Li, Y., Huang, Z., & Wu, J. (2023). Tensor-based centrality measures for dynamic traffic networks. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 24(5), 4782-4795.

Lü, L., Zhang, Y.C., Yeung, C.H. and Zhou, T., 2011. Leaders in social networks, the delicious case. PloS one, 6(6), p.e21202.

- Weng, J., Lim, E. P., Jiang, J., & He, Q. (2010). Twitterrank: Finding topic-sensitive influential twitterers. In Proceedings of the Third ACM International Conference on Web Search and Data Mining (pp. 261–270). ACM Press: New York, NY, USA.

- Lü, L. Y., Zhou, T., Zhang, Q. M., & Stanley, H. E. (2016). The h-index of a network node and its relation to degree and coreness. Nature Communications, 7, 10168.

- Mamdoohi, A. R., & Mahpur, A. (2011). Development of incremental traffic assignment algorithm based on variable number of step size: case study of Mashhad. Journal of Traffic Engineering, 12(47), 31-37.

- Mamdoohi, A. R., Kamyab, S., & Mahpur, A. (2012b). The effect of zone size on traffic assignment results, case study of Mashhad. Journal of Traffic Engineering, 13(48), 12-18.

- Mamdoohi, A. R., Mahpur, A., & Masudi, M. (2011). An economic impact analysis of distance-learning as a transportation demand management strategy for educational trips. Sharif Journal of Civil Engineering, 27-2(3), 17-22.

- Mamdoohi, A.R. and Mahpur, A., (2010). Analyzing the effect of number of iterations on incremental traffic assignment results accuracy: case study of mashhad. Journal of Traffic Engineering, 11(44), pp.45-52.

- Mamdoohi, A.R., Mahpour, A. and Yousefikia, M., (2012a). Minimum Spanning Tree concept development to the case of loaded networks and its application in transportation analysi. Modares Civil Engineering journal, 12(2), pp.61-69.

- Mínguez, R., Sánchez-Cambronero, S., Castillo, E., & Jiménez, P. (2010). Optimal traffic plate scanning location for od trip matrix and route estimation in road networks. Transportation Research Part B: Methodological, 44(2), 282 – 298.

- Morone, F., & Makse, H. A. (2015). Influence maximization in complex networks through optimal percolation. Nature, 524, 65–68.

- Nie, T. Y., Guo, Z., Zhao, K., & Lu, Z. M. (2016). Using mapping entropy to identify node centrality in complex networks. Physica A, 453, 290–297.

- Nikitina, N. N., & Ivashko, E. E. (2024). Calculation of centrality in the analysis of congestion of city roads on the example of Petrozavodsk. Mathematical Game Theory and Applications, 15(3), 41–63.

- Peranginangin, A. P. (2024) "Analysis of Graph Theory in Transport Network Optimisation: A Mathematical Approach and Its Applications", Jurnal Educatio, Vol. 10, No. 4, pp. 1431-1439.

- Piraveenan, M., & Saripada, N. B. (2023) Transportation Centrality: Quantifying the

Relative Importance of Nodes in Transportation Networks Based on Traffic Modeling, IEEE Access, Vol. 11, pp. 142214-142234.

- Ruan, Y. R., Lao, S. Y., Wang, J. D., Bai, L., & Chen, L. D. (2017). Node importance measurement based on neighborhood similarity in complex network. Acta Physica Sinica, 66, 38902.

- Ruan, Y. R., Lao, S. Y., Xiao, Y. D., Wang, J. D., & Bai, L. (2016). Identifying influence of nodes in complex networks with coreness centrality: Decreasing the impact of densely local connection. Chinese Physics Letters, 33, 028901.

- Sabidussi, G. (1966). The centrality index of a graph. Psychometrika, 31, 581–603.

- Stephenson, K., & Zelen, M. (1989). Rethinking centrality: Methods and examples. Social Networks, 11, 1–37.

- Taylor, D., Myers, S. A., Clauset, A., Porter, M. A., & Mucha, P. J. (2017). Eigenvector-based centrality measures for temporal networks. Multiscale Modeling & Simulation, 15(1), 537-574.

- Tepsan, W., Phaphuangwittayakul, A., Sokantika, S., & Harnpornchai, N. (2025) Identifying Hubs Through Influential Nodes in Transportation Network by Using a Gravity Centrality Approach, Algorithms, Vol. 18, pp. 356.

- Wang, L., Zhang, H., & Kim, S. (2022). A comprehensive review of graph theory applications in transportation networks. Transportation Research Part B: Methodological, 156, 46-68.

- Yang, H. and Zhou, J., 1998. Optimal traffic counting locations for origin–destination matrix estimation. Transportation Research Part B: Methodological, 32(2), pp.109-126.

- Yang, H., & An, S. (2020). Critical nodes identification in complex networks. Transportation Research Record, 2083(1), 1-12.

- Yang, H., Iida, Y. and Sasaki, T., 1991. An analysis of the reliability of an origin-destination trip matrix estimated from traffic counts. Transportation Research Part B: Methodological, 25(5), pp.351-363.

- Zaoli, S., Mazzarisi, P., & Lillo, F. (2021) "Betweenness centrality for temporal multiplexes", Scientific Reports, Vol. 11, pp. 4919.

- Zhao, S., Zhao, P., & Cui, Y. (2017). A network centrality measure framework for analyzing urban traffic flow: A case study of Wuhan, China. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 478, 121-128.