یافتن کوتاه‌ترین مسیر همیلتونی برای شهرهای ایران با استفاده از الگوریتم‌های جستجوی ممنوعه و ممتیک

مسعود یقینی(نویسنده مسئول) ، استادیار، دانشکده مهندسی راه‌آهن، دانشگاه علم‌وصنعت ایران، تهران، ایران
محسن مومنی، دانش آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی راه‌آهن، دانشگاه علم‌وصنعت ایران، تهران، ایران
محمدرضا سرمدی، دانش آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی راه‌آهن، دانشگاه علم‌وصنعت ایران، تهران، ایران
E-mail: yaghini@iust.ac.ir

تاریخ دریافت: ۸۹/۱۱/۱۰ تاریخ پذیرش:۹۰/۱۰/۱۲

چکیده

هدف مسئله یافتن کوتاه‌ترین مسیر همیلتونی، به دست‌آوردن کوتاه‌ترین مسیر بین مجموعه‌ای از شهرهاست، به گونه‌ای که هر شهر فقط یک بار در مسیر قرار گرفته و مسیر ساخته شده به شهر اول منتهی شود. این مسئله علاوه بر جنبه نظری از جنبه کاربردی نیز اهمیت فراوانی دارد و در ساخت تراشه‌های الکترونیکی، زمانبندی کارها، تعیین توالی کارها و در مسیریابی وسایل نقلیه مورد استفاده قرار می‌گیرد. با توجه به اهمیت و کاربرد گسترده یافتن کوتاه‌ترین مسیر همیلتونی، در این مقاله برای اولین بار، این مسئله بین ٤٢٣ شهر ایران با استفاده از الگوریتمهای فراابتکاری حل شده است. با توجه به تفاوت الگوریتمهای فراابتکاری، الگوریتم جستجوی ممنوعه به عنوان یک الگوریتم فراابتکاری مبتنی بر جواب منفرد و الگوریتم ممتیک به عنوان یک الگوریتم فراابتکاری مبتنی بر جمعیت، برای حل این مسئله استفاده شده است. به منظور ارزیابی عملکرد الگوریتمهای پیشنهادی، مسائل استاندارد با ابعاد مختلف ۱۶ شهر تا ۱۰۶۰ شهر انتخاب گردیده است. پیاده‌سازی الگوریتمهای پیشنهادی با استفاده از زبان جاوا صورت گرفته و در نهایت عملکرد هر الگوریتم با توجه به کیفیت جواب به دست آمده و زمان حل، ارزیابی شده و نتایج مورد مقایسه قرار گرفته اند. نتایج به‌دست آمده نشان‌دهنده کارآیی و اثربخشی بسیار الگوریتمهای پیشنهادی است.

واژه‌های کلیدی: فروشنده دوره‌گرد، مسیر همیلتونی، الگوریتم جستجوی ممنوعه، الگوریتم ممتیک

۱. مقدمه

در مسئله یافتن کوتاه‌ترین مسیر همیلتونی یا مسئله فروشنده دوره‌گرد (TSP)[۱] مجموعه شهرها با $\{c_1,c_2,...,c_n\}$ و همچنین فواصل بین شهرها با $d(c_i,c_j)$ نشان داده می شود. در این مسئله، هدف، یافتن کوتاه‌ترین مسیر همیلتونی است که از یک شهر شروع و به همه شهرها دقیقاً یک بار وارد شود و در انتها به شهر اول بازگردد [Hahsler and Hornik, 2009]. منشا پیدایش این مسئله دهه ۱۹۲۰ است، زمانی که ریاضیدانی به نام منجر این مسئله را مورد توجه قرار داد. سپس کار بر روی این مسئله توسط انجمن ریاضی پرینستون در دهه ۱۹۳۰ ادامه پیدا کرد .[Applegate et al., 1988] در دهه ۱۹۴۰ ریاضیدانی به نام فلود این مسئله را با نام مسئله فروشنده دوره‌گرد معرفی کرد [Lawler, 1985]. مسئله فروشنده دوره‌گرد، یک مسئله کلاسیک بهینه‌سازی گسسته است و در زمره مسائل پژوهش عملیاتی قرار می‌گیرد که توضیح و شرح آن ساده و حل آن مشکل است. مسئله یافتن کوتاه‌ترین مسیر همیلتونی از نتایج حل مسئله فروشنده دوره‌گرد است. این مسئله می‌تواند متقارن[۲] و یا نامتقارن[۳] باشد. در حالت متقارن فاصله دو شهر به جهت حرکت بستگی ندارد [Johnson and Papadimitriou, 1985]. همچنین این مسئله می‌تواند به صورت احتمالی[۴]، با پنجره زمانی[۵]، به صورت چندکالایی[۶] و در شبکه راه‌آهن[۷] باشد.

یافتن کوتاه‌ترین مسیر همیلتونی کاربردهای متفاوتی دارد و در ساخت تراشه‌های الکترونیکی[۸]، زمانبندی کارها[۹]، تعیین توالی کارها[۱۰] و در مسیریابی وسایل نقلیه[۱۱] استفاده می شود. این مسئله علاوه بر جنبه نظری از لحاظ جنبه کاربردی نیز اهمیت فراوانی دارد. شناخت روشهای حل این مسئله و مقایسه آنها با یکدیگر و انتخاب روش مناسب، یکی از زمینه‌های پژوهشی مهم محسوب می‌شود [Johnson and Lyle, 1997].

با توجه به تفاوت الگوریتمهای فراابتکاری، الگوریتم جستجوی ممنوعه (TS)[۱۲] به عنوان یک الگوریتم فراابتکاری مبتنی بر جواب منفرد[۱۳] و الگوریتم ممتیک (MA)[۱۴] به عنوان یک الگوریتم فراابتکاری مبتنی بر جمعیت[۱۵] برای تعیین کوتاه‌ترین مسیر همیلتونی بین ۴۲۳ شهر ایران مورد استفاده قرار گرفته است. این دو الگوریتم قابلیت زیادی را برای رسیدن به جوابهایی با کیفیت بالا و در زمان کوتاه را داشته و با استفاده از روشهای مختلف، مانع از توقف الگوریتم در نقاط بهینه محلی می‌شوند. معیار ارزیابی عملکرد الگوریتمهای پیشنهادی، اختلاف جواب به دست آمده از جواب بهینه مسائل استاندارد و زمان حل در نظر گرفته شده و نتایج به دست آمده از الگوریتمهای پیشنهادی، مورد مقایسه قرار گرفته است.

مقاله به این صورت سازماندهی شده است: در بخش اول، مروری بر ادبیات موضوع انجام شده است. در بخش دوم، الگوریتم پیشنهادی جستجوی ممنوعه و الگوریتم پیشنهادی ممتیک ارائه شده است. در بخش سوم به تنظیم پارامترها و در بخش چهارم به مقایسه نتایج به دست آمده از الگوریتمهای پیشنهادی پرداخته شده است. در بخش پنجم کوتاه‌ترین مسیر همیلتونی در بین شهرهای ایران با استفاده از الگوریتمهای پیشنهادی به دست آمده است. نتیجه‌گیری و جمع‌بندی مطالب در بخش ششم ارائه شده است.

۲. مروری بر ادبیات موضوع

در این بخش انواع روشهای حل مسئله کوتاه‌ترین مسیر همیلتونی یا فروشنده دوره‌گرد مورد بررسی قرار گرفته است. مسئله فروشنده دوره‌گرد را می‌توان به انواع مختلفی نظیر مسئله فروشنده دوره‌گرد احتمالی، مسئله فروشنده دوره‌گرد با پنجره زمانی، مسئله فروشنده دوره‌گرد چندکالایی و مسئله فروشنده دوره‌گرد شبکه راه‌آهن تقسیم‌بندی نمود.

مسئله فروشنده دوره‌گرد احتمالی کاربردهای عملی زیادی در زمینه‌های حمل‌ونقل، برنامه‌ریزی و زمانبندی دارد. این مسئله بسیار شبیه به مسئله کلاسیک فروشنده دوره‌گرد است با این تفاوت که هر شهر با احتمال مشخصی نیاز به بازدید دارد. هدف مسئله یافتن مسیر همیلتونی است که هزینه مسیر هرس شده را حداقل نماید. مسیر هرس شده با مشخص کردن شهرهایی که نیاز به بازدید داشته و حذف شهرهایی که نیاز به بازدید ندارند و نیز براساس قوانین از پیش تعیین شده، حاصل می‌گردد[Jaillet,

1988; Bertsimas, 1988] . مسئله فروشنده دوره‌گرد با پنجره زمانی از جمله مسائل مهم در زمینه مسیریابی محسوب شده و علاوه بر آن در مسائل زمانبندی نیز کاربرد زیادی دارد [Savelbergh, 1985]. در مسئله فروشنده دوره‌گرد چندکالایی برای هر کمان یک هزینه ثابت و یک هزینه متغیر برای حمل کالا درنظر گرفته می‌شود. ساختار هزینه در این مسئله از محاسبه جواب بهینه، که نسبت به کیفیت خدمات ارائه شده حساسیت لازم را نداشته باشد جلوگیری می‌کند [Balas, 1979, 1985].

در مسئله فروشنده دوره‌گرد شبکه راه‌آهن، فروشنده دوره‌گرد، بر روی شبکه راه‌آهن قصد بازدید از تعداد مشخصی ایستگاه و به قصد حمل تقاضا از یک ایستگاه، مسیر خود را آغاز می‌کند. هدف در این مسئله، کمینه سازی زمان کل سفر است. این مسئله از نوع مسئله فروشنده دوره‌گرد نامتقارن است [Sarubbi et al., 2008; Gutin, 2003; Noon and Bean, 1991]. در سال ۲۰۰۷ هادجی و همکاران مقاله‌ای را در این زمینه ارائه نموده اند. این مدل برنامه زمانی بهینه حرکت قطارها را مشخص می کند. تابع هدف، کمینه کردن زمان سفر است که به صورت برنامه‌ریزی خطی و عدد صحیح فرمول‌بندی شده است [Harjicharalambous, 2007].

مزیت روشهای دقیق، رسیدن به جواب بهینه و فقط برای مسائل کوچک مناسب است. این روش برای حل مسائل بزرگ زمان بر بوده و کارآیی لازم را ندارد. از روشهای دقیق می‌توان به روشهای شمارش کامل[16]، شاخه‌وکران[17] و برنامه‌ریزی پویا[18] اشاره کرد [Byung et al., 1998]. با افزایش تعداد شهرها، روشهای دقیق عملا قابل استفاده نبوده و باید از روشهای فراابتکاری استفاده کرد. در مرحله ساخت جواب اولیه و همچنین بهبود جوابهای به دست آمده، می‌توان از روشهای ابتکاری نظیر روش نزدیک‌ترین همسایه استفاده کرد و برای بهبود جوابهای به دست آمده در طول اجرای یک الگوریتم فراابتکاری می‌توان از روشهای ابتکاری نظیر 2-opt و 3opt استفاده کرد [Nilsson, 2003].

روشهای حل مسئله فروشنده دوره‌گرد را می‌توان به دو گروه دقیق و فراابتکاری تقسیم کرد. در اواسط دهه ۱۹۵۰ دنزینگ و همکاران روشی را برای حل این مسئله ارایه کردند. آنها کارآیی این روش را با در نظر گرفتن مسئله‌ای با ۴۹ شهر مورد بررسی قرار دادند [Dantzig et al., 1954].

در سال ۱۹۸۶ رادهارامان از روش شاخه و کران برای حل مسئله فروشنده دوره‌گرد متقارن و نامتقارن استفاده کرده است [Ramaharamanan and Choi, 1986]. همچنین پاپ و همکاران در مقاله‌ای، مسئله فروشنده دوره‌گرد شبکه راه‌آهن را با استفاده از روش برشی[20] حل کرده‌اند [Pop, 2008]. در سال ۲۰۰۸ ساروبی و همکاران کاربرد مسئله فروشنده دوره‌گرد را در مسائل چندکالایی[21] مورد بررسی قرار داده و آن را با روش شاخه‌و برش[22] حل کردند [Sarubbi et al., 2008]. در سال ۲۰۱۰ زمانی و لاو مقاله‌ای را در زمینه یافتن کران پایین برای مسئله فروشنده دوره‌گرد با استفاده از تکنیک‌های آزادسازی لاگرانژ[23] ارائه کردند[Zamani and Lau, 2010].

روشهای ابتکاری حریصانه[24] در سال ۱۹۹۴ توسط چنگ مورد استفاده قرار گرفت که این روش منجر به تغییراتی در عملیات بازترکیب در الگوریتم ژنتیک شد و هدف آن کاهش طول مسیر در فرزندان است [Cheng and Mitsuo, 1994]. در سال ۲۰۰۲ مون و همکاران با استفاده از الگوریتم ژنتیک به حل مسئله فروشنده دوره‌گرد با در نظر گرفتن محدودیت اولویت شهرها پرداخته‌اند. در این مسئله، برداری وجود دارد که نشان‌دهنده اولویت شهرها است. عملیات بازترکیب در این مقاله به روشی متفاوت انجام شده است که در نهایت منجر به بهبود عملکرد الگوریتم شده است [Moon et al., 2002]. بونتکس و همکاران در سال ۲۰۰۹ مسئله فروشنده دوره‌گرد کلاسیک[25] را با الگوریتم ممتیک حل کرده‌اند. در این مسئله شهرها به دسته‌های مختلفی تقسیم می‌شوند، به طوری که هر کدام از این دسته‌ها باید دقیقاً یک بار بازدید شوند. هدف از این مسئله کمینه کردن هزینه است [Moscato and Cotta, 2005; Bontoux et al., 2009]. در این سال بالاپ‌راکاش و همکاران در مقاله‌ای، از ترکیب الگوریتم ژنتیک و الگوریتمهای جستجوی محلی، برای حل مسئله فروشنده دوره‌گرد احتمالی استفاده کرده‌اند

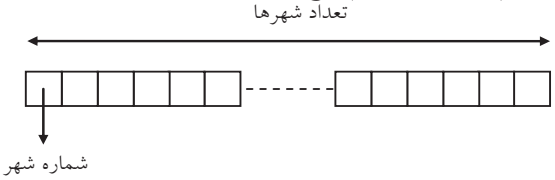
[Balaprakash et al., 2009]. لیو سه روش تولید جواب اولیه را برای مسئله فروشنده دوره‌گرد احتمالی با استفاده از الگوریتم ژنتیک ارائه کرده است. این مقاله که در سال ۲۰۱۰ ارائه شده، از مسائل مختلفی برای ارزیابی کارآیی سه روش استفاده کرده است [Liu, 2010].

در مقاله‌ای که در سال ۲۰۱۰ توسط ماریناکیس و همکاران ارائه شده است، از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات[۲۶] برای حل مسئله فروشنده دوره‌گرد احتمالی استفاده شده است [Mar- nakis and Marinaki, 2010]. لی در سال ۲۰۰۸ به بهبود الگوریتم کلونی مورچه‌ها جهت حل این مسئله پرداخته است. در این مقاله از روش حد پایین هلدکارپ استفاده شده است که میزان تاثیر مقدار هیوریستیک و مقدار فرمون را در انتخاب مسیر تنظیم می‌کند. این روش منجر به نتایج بهتری نسبت به روشهای معمول الگوریتم کلونی مورچه‌ها می‌شود [Li and Ju, 2008]. همچنین در سال ۲۰۰۹ تیان‌کان و همکاران الگوریتم کلونی مورچه‌ها را برای حل این مسئله، از طریق ایجاد تفاوت در نحوه بهنگام سازی فرمون بهبود بخشیدند [Tiankun et al., 2009]. در همین سال ژانگ الگوریتمهای شبکه عصبی، ژنتیک و کلونی مورچه‌ها را برای حل مسئله فروشنده دوره‌گرد مورد بررسی قرار داده است [Zhang, 2009]. مقاله قصیری و سرحدی در سال ۱۳۸۸ با عنوان یافتن کوتاه‌ترین تور همیلتونی شهرهای ایران با استفاده از الگوریتم کلونی مورچه‌ها منتشر شده است. از نقاط ضعف این پژوهش می توان به عدم استفاده از مسائل استاندارد برای ارزیابی الگوریتم ارائه شده، مشخص نبودن روش تنظیم پارامترها و طولانی بودن زمان حل اشاره کرد. تعداد شهرهای مورد استفاده ۳۶۰ شهر بوده، که با توجه به زمان حل ۵۵۲۳ ثانیه‌ای الگوریتم ارائه شده، امکان بهبود در الگوریتم مطرح شده وجود دارد. در مقاله حاضر مسیر همیلتونی برای ۴۲۳ شهر ایران در زمانی بسیار کمتر به دست آمده و تنظیم پارامترها برای هر الگوریتم به صورت مجزا انجام شده است. برای ارزیابی عملکرد الگوریتمهای پیشنهادی از مسائل استاندارد با ابعاد مختلف استفاده شده است [Ghoseiri and Sarhadi, 2009].

۳. الگوریتمهای پیشنهادی

۳-۱ الگوریتم پیشنهادی جستجوی ممنوعه

الگوریتم جستجوی ممنوعه در سال ۱۹۸۶ توسط گلوور معرفی شده است [Glover, 1986] . این الگوریتم با استفاده از لیست ممنوعه و حافظه‌های مختلف T مانع از توقف الگوریتم در نقاط بهینه محلی می‌شود. اجزای الگوریتم پیشنهادی جستجوی ممنوعه شامل نمایش جوابها، ایجاد جواب اولیه، نحوه انتقال به همسایگی[۲۷]، لیست ممنوعه[۲۸]، مدت قرارگیری در لیست ممنوعه[۲۹]، مکانیزم تنفس[۳۰]، مکانیزم تشدید[۳۱]، مکانیزم تنوع‌سازی[۳۲] و شرط خاتمه[۳۳] است.



شکل ۱. نحوه نمایش جوابها

برای نمایش جوابها از آرایه‌ای به طول تعداد شهرها استفاده می‌شود که در هر عنصر این آرایه شماره شهر مورد نظر قرار می‌گیرد (شکل ۱). در نهایت، توالی قرار گرفتن شماره شهرها در آرایه، نشان‌دهنده مسیر ساخته شده است. برای ایجاد جواب اولیه از روش ابتکاری نزدیک‌ترین همسایه استفاده شده است. استفاده از این الگوریتم منجر به ایجاد جواب اولیه مناسب شده و روند الگوریتم را برای نزدیک‌شدن به جواب بهینه تسریع می‌کند.

یکی از مهم ترین اجزای الگوریتم پیشنهادی جستجوی ممنوعه نحوه انتقال به همسایگی است. استفاده از روشهای معمول مانند وارونه سازی[۳۴]، جایگذاری[۳۵] و جابجایی[۳۶]، برای مسائل با ابعاد بزرگ مناسب نیستند [Basu and Ghosh, 2008]. بنابراین برای حل این‌گونه مسائل استفاده از جستجوی محلی[۳۷] مناسب است به این‌گونه که برای هر انتقال، چند شهر به صورت تصادفی انتخاب شده و جابجایی‌های آنها با تعداد مشخصی از شهرهای نزدیک بررسی می‌شود و در نهایت بهترین شهر برای انتقال انتخاب می‌گردد. این روش منجر به بهبود کیفیت جواب و کاهش مدت زمان رسیدن به جواب می‌شود [Jayaswal, 2008; Misevičius, 2007].

پارامتر مدت قرارگیری در لیست ممنوعه منجر به جستجوی

مناسب فضای جواب شده و مانع از توقف الگوریتم در بهینه‌های محلی می‌شود. لیست ممنوعه در این مسئله به صورت آرایه دو بعدی تعریف شده است. زمانی که جابجایی انجام می شود، پارامتر مدت قرارگیری در لیست ممنوعه، در داخل عنصری که متعلق به آن کمان است قرار می‌گیرد و از عناصر غیر صفر دیگر یک واحد کم می‌شود. برای از دست ندادن جوابهای خوب از سازوکار تنفس استفاده می‌شود. در این الگوریتم هرگاه جواب همسایگی تولید شده در لیست ممنوعه بوده، اما منجر به بهبود طول مسیر شود، لیست ممنوعه نادیده گرفته شده و این جواب پذیرفته می‌شود.

برای جستجو در اطراف جوابهای مناسب به دست آمده، از سازوکار تشدید استفاده می‌شود. در الگوریتم پیشنهادی با توجه به تعداد جابجایی‌های مناسب در اطراف جواب، همسایگی به طور مناسب جستجو می‌گردد و برای سازوکار تنوع‌سازی نیز کمانهایی که بر روی آنها جابجایی انجام نشده است، انتخاب می‌گردند. به‌این منظور آرایه‌ای دو بعدی تعداد جابجایی‌های انجام شده بر روی هر کمان را در خود ذخیره می‌کند [Glover and Laguna, 1993, 2002; Gendreau, 2003]. شرط خاتمه در این الگوریتم تعداد تکرار بدون بهبود است که در بخش تنظیم پارامترها مقدار مناسب آن تعیین شده است. شبه کد[۳۸] الگوریتم پیشنهادی جستجوی ممنوعه در شکل ۲ نشان داده شده است.

```
// Pseudocode of the proposed Tabu Search algorithm
Read data;
Let currentTour = initial feasible solution by nearest neighbor heuristic method;
Let currentTourLength= current tour length;
Let bestSoFarTour= currentTourLength;
Let bestSoFarTourLength= currentTourLength;
Initialize the tabu list;
While (stopping criterion not met)
   Let neighbourTour= best neighbourhood of current solution;
   Let currentTour= neighbourTour;
   Let currentTourLength= neighbourTourLength;
   If (neighbourTourLength < bestSoFarTourLength) Then
      bestSoFarTourLength= currentTourLength;
      bestSoFarTour= currentTour;
   End If
   If (iteration criterion met) Then
      Do diversification;
   End If
   Update tabu list;
End While
Output: bestSoFarTourLength
End.
```

شکل ۲. شبه کد الگوریتم پیشنهادی جستجوی ممنوعه برای پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر همیلتونی

۳-۲ الگوریتم پیشنهادی ممتیک

به ترکیب الگوریتم ژنتیک که یک الگوریتم فراابتکاری مبتنی بر منطق تکاملی است با تکنیکهای جستجوی محلی، الگوریتم ممتیک گفته می‌شود [Holland, 1975; Hart et al., 2005; Moscato and Norman, 1992]. اجزای الگوریتم پیشنهادی ممتیک شامل نمایش جوابها، تعداد جمعیت، روش انتخاب والد[۳۹]، روش بازترکیب[۴۰]، روش جهش[۴۱]، روش جایگزینی[۴۲] و شرط خاتمه است.

برای نمایش جوابها از آرایه‌ای به طول تعداد شهرها استفاده می‌شود که در شکل ۱ نمایش داده شده است. برای ایجاد جواب اولیه از روش ابتکاری نزدیک‌ترین همسایه استفاده شده است. با توجه به ماهیت الگوریتم ممتیک، انتخاب تعداد جمعیت از اهمیت زیادی برخوردار است. اگر تعداد جمعیت کم باشد، مسئله دچار همگرایی زودهنگام می‌شود و به جواب مورد نظر نخواهیم رسید و اگر تعداد جمعیت زیاد باشد، زمان زیادی لازم است تا الگوریتم به همگرایی برسد. بنابراین باید تعداد جمعیت در حد مناسبی قرار داشته باشد تا بتوان به نتایج مطلوبی دست یافت[Holland, 1975] .

برای انتخاب والد روشهای مختلفی وجود دارد. برخی از روشها نظیر چرخ رولت[۴۳] و نمونه‌گیری سراسری احتمالی[۴۴]، والد را به صورت کامل بر اساس برازندگی[۴۵] انتخاب می‌کنند. یکی از معایب این روشها آن است که ممکن است فضای جواب را به خوبی جستجو نکرده و دچار همگرایی زودهنگام شوند و در نتیجه به جوابی با کیفیت مناسب نمی‌رسند. در مقابل روشهایی مانند انتخاب بر اساس رتبه[۴۶] و تورنومنت[۴۷] وجود دارند که به صورت کامل بر برازندگی تمرکز نداشته و به صورت نسبی آن را مورد توجه قرار می‌دهند. در این مقاله از روش تورنومنت استفاده شده است. هر اندازه پارامتر این روش بزرگ تر باشد، اهمیت بیشتری به برازندگی داده شده است. در این مسئله این پارامتر، ۲ در نظر گرفته شده است تا الگوریتم به خوبی قادر به جستجوی فضای جواب باشد و به جوابی با کیفیت مناسب برسد [Moscato and Nor-

man, 1992]. در الگوریتم پیشنهادی از روش بازترکیب ترتیبی[48] استفاده شده است. معمولاً احتمال بازترکیب عددی بین ۵۰ تا ۷۰ درصد مناسب است [Dreo et al., 2006] . جهش بر روی یک کروموزوم انجام می‌شود. عملیات جهش در الگوریتم پیشنهادی با استفاده از جستجوی محلی انجام شده است. به این ترتیب که بجای استفاده از یک جابجایی ساده، جابجایی‌های مختلفی انجام می‌شود و در نهایت بهترین جابجایی انتخاب شده و عملیات جهش بر اساس آن انجام می‌گردد. با استفاده از جستجوی محلی، الگوریتم در زمان کمتری به جواب‌هایی با کیفیت بالاتر همگرا می‌شود. بر روی هر ژن با احتمال p_m جهش انجام می‌شود که در بخش تنظیم پارامترها، مقدار آن مشخص شده است.

روشهای مختلفی نظیر روش FIFO[49]، روش جایگزینی تصادفی[50]، روش نخبه‌گرایی[51] و روش حذف جوابهای نامطلوب[52] برای جایگزینی وجود دارند.در روش FIFO، کروموزومهایی که پس از چند نسل، بهبودی در جواب ایجاد نمی‌کنند، حذف می‌شوند. روش جایگزینی تصادفی هم معمولاً استفاده نمی‌شود، زیرا ممکن است جوابهایی را که دارای کیفیت مناسبی هستند، حذف کند. روش نخبه‌گرایی، درصدی از بهترین جوابها را نگهداری کرده و بقیه را جایگزین می‌کند و به این صورت تضمین می‌کند که جوابهای با کیفیت حذف نمی‌شود. روش حذف جوابهای نامطلوب، درصدی از بدترین جوابها را حذف می‌کند و نسل جدید جایگزین آن می‌شود و ممکن است استفاده از این روش منجر به همگرایی زودهنگام شود. در الگوریتم پیشنهادی از روش نخبه‌گرایی استفاده شده است. این روش تضمین می‌کند جوابهایی که دارای کیفیت بالایی هستند، از بین نمی‌روند [Dreo et al., 2006; Eiben and Smith, 2003]. شرط خاتمه در الگوریتم پیشنهادی تعداد تکرار بدون بهبود در نظر گرفته شده است که تعداد تکرار در تنظیم پارامترها مشخص شده است. شبه کد الگوریتم پیشنهادی ممتیک در شکل ۳ نشان داده شده است.

```
// Pseudocode of the proposed Memetic algorithm
Read data;
Find candidate list;
For each chromosome Do
  Generate an initial feasible solution by nearest neighbor heuristic method;
End For
While (stopping criterion not met)
  For each chromosome Do
    Calculate tour length;
  End For
  Keep Best tour for next generation;
  Select parents;
  Do crossover;
  Do mutation ;
End While
Output: bestSoFarTourLength
End.
```

شکل ۳. شبه کد الگوریتم پیشنهادی ممتیک برای پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر همیلتونی

٤. تنظیم پارامترها

٤-١ انتخاب مسائل استاندارد برای تنظیم پارامترها

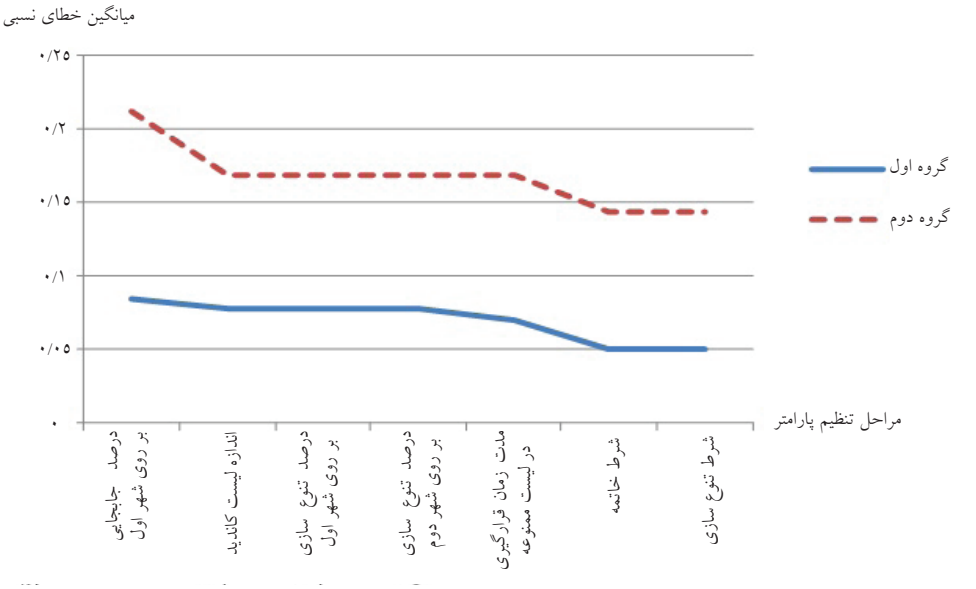
برای تنظیم پارامتر الگوریتمهای پیشنهادی، از چهار مسئله استاندارد از وب سایت TSPLIB استفاده شده است [Reinelt, 1991]. این مسائل بر اساس اندازه و ابعاد به دو گروه تقسیم‌بندی شده است. برای گروه اول، مسائل eil51 و kroA100 و برای گروه دوم، مسائل a280 و pr1002 انتخاب شده و برای هر یک از این دو گروه، تنظیم پارامترها به صورت مجزا انجام شده است (جدول ۱). روش کار به این گونه است که برای هر پارامتر مقدار اولیه‌ای در نظر گرفته می‌شود. سپس هر پارامتر به صورت جداگانه در دامنه مشخص، تغییر داده شده و هر یک از مسائل انتخاب شده ده بار اجرا می‌شود. در نهایت میانگین درصد خطا برای هر گروه، در دامنه مشخص محاسبه شده و با مقایسه این شاخص بهترین مقدار برای هر پارامتر به دست آمده است.

٤-٢ تنظیم پارامترهای الگوریتمهای پیشنهادی

شکل ٤ نشان‌دهنده تغییرات خطای نسبی[53] در مراحل مختلف انجام تنظیم پارامترهای الگوریتم جستجوی ممنوعه برای مسائل گروه اول و دوم است. خطای نسبی از رابطه (۱) به دست آمده است. همان طور که در شکل دیده می شود در هر یک از مراحل انجام تنظیم پارامترها، خطای نسبی کاهش یافته است. در جدول ۲ پارامترهای نهایی برای حل مسائل گروه اول و دوم نشان داده

جدول ۱. مسائل استاندارد برای تنظیم پارامترهای الگوریتم‌های پیشنهادی

گروه اول			گروه دوم		
نام مسئله	تعداد شهر	نوع فاصله	نام مسئله	تعداد شهر	نوع فاصله
eil51	۵۱	اقلیدسی	a280	۲۸۰	اقلیدسی
kroA100	۱۰۰	اقلیدسی	pr1002	۱۰۰۲	اقلیدسی



شکل ٤. نمودار تغییرات خطای نسبی در هنگام انجام تنظیم پارامتر الگوریتم پیشنهادی جستجوی ممنوعه

جدول ۲. پارامترهای نهایی برای الگوریتم پیشنهادی جستجوی ممنوعه

پارامتر	مقدار نهایی برای گروه اول	مقدار نهایی برای گروه دوم
درصد جابجایی بر روی شهر اول	۱۰٪ x تعداد شهرها	۵٪ x تعداد شهرها
اندازه لیست کاندید	٤۰٪ x تعداد شهرها	۳٪ x تعداد شهرها
درصد تنوع‌سازی بر روی شهر اول	۵٪ x تعداد شهرها	۱٪ x تعداد شهرها
درصد تنوع‌سازی بر روی شهر دوم	۵٪ x تعداد شهرها	۱٪ x تعداد شهرها
مدت زمان قرارگیری در لیست ممنوعه	۱۲ جابجایی	۱۲ جابجایی
شرط خاتمه (عدم بهبود در بهترین جواب)	۳۰۰۰۰ تکرار	٤۰۰۰ تکرار
شرط تنوع‌سازی (عدم بهبود در بهترین جواب)	۲۰۰۰ تکرار	۲۰۰۰ تکرار

شده است. این پارامترها برای حل نهایی مسائل ثابت بوده و تغییر نخواهد کرد.

$$relative\ gap = \frac{best\ so\ far\ tour\ length\ -\ optimal\ value}{optimal\ value} \quad (۱)$$

در جدول ۳ پارامترهای نهایی برای الگوریتم ممتیک نشان داده شده است. این پارامترها برای حل نهایی مسائل ثابت بوده و تغییر نخواهد کرد.

جدول ۳. پارامترهای نهایی برای الگوریتم پیشنهادی ممتیک

پارامتر	مقدار نهایی برای گروه اول	مقدار نهایی برای گروه دوم
اندازه جمعیت	۷۰۰	۵۰
شرط خاتمه (عدم بهبود در بهترین جواب)	۳۰ تکرار	۲۰ تکرار
احتمال بازترکیب	۰/٦	۰/۸
احتمال جهش	۰/۵	۰/٦
انتخاب برای نسل بعد (روش نخبه‌گرایی)	٪۱۰ x اندازه جمعیت	٪۱۰ x اندازه جمعیت
اندازه لیست کاندید	٪۲۰ x اندازه جمعیت	٪۵ x اندازه جمعیت

۵. تحلیل عملکرد الگوریتم‌های پیشنهادی

۵-۱ انتخاب مسائل استاندارد

به منظور ارزیابی الگوریتمهای پیشنهادی، از مسائل استاندارد با اندازه‌های ١٦ تا ١٠٦٠ شهر در وب سایت TSPLIB استفاده شده است [Reinelt, 1991]. مسائل مطرح شده در این سایت دارای جواب بهینه است، که با استفاده از جواب بهینه می‌توان کارآیی الگوریتمهای پیشنهادی را مورد بررسی قرار داد. این مسائل دارای ابعاد مختلفی هستند که نشان‌دهنده عملکرد مناسب الگوریتم پیشنهادی در حل مسائل با ابعاد متنوع است. با توجه به رابطه مستقیم زمان حل و تعداد شهرها، مسائل به دو گروه تقسیم می‌شوند که تقسیم‌بندی مورد استفاده در جدول ٤ نمایش داده شده است. به منظور بررسی بهتر دقت الگوریتمها، در بخش تحلیل نتایج از این مسائل صرف نظر شده است.

هر یک از مسائل استاندارد انتخاب شده، ده بار اجرا و بهترین جواب، بدترین جواب، میانگین جوابها، میانگین زمان حل، میانگین خطای نسبی و خطای نسبی بهترین جواب در این اجراها به منظور مقایسه نتایج محاسبه شده است. همچنین میانگین نتایج حاصل از حل کلیه مسائل برای سه شاخص میانگین خطای نسبی، میانگین زمان حل و خطای نسبی بهترین جواب محاسبه شده است.

۵-۲ تحلیل عملکرد الگوریتم پیشنهادی جستجوی ممنوعه

نتایج به دست آمده برای مسائل استاندارد با استفاده از الگوریتم پیشنهادی جستجوی ممنوعه در جدول ۵ نشان داده شده است. نتایج جدول ۵ از میانگین ده بار اجرای هر مسئله محاسبه شده است. میانگین خطای نسبی کمتر از ده درصد، میانگین زمان حل مسائل ۵۰ ثانیه و خطای بهترین جواب به دست آمده تنها ۷ درصد است که این اعداد نشان‌دهنده کارآیی الگوریتم پیشنهادی جستجوی ممنوعه در حل مسائل با ابعاد متنوع است.

جدول ٤. مسائل استاندارد برای حل با استفاده از الگوریتمهای پیشنهادی

گروه اول			گروه دوم		
نام مسئله	تعداد شهر	نوع فاصله	نام مسئله	تعداد شهر	نوع فاصله
ulysses16	١٦	جغرافیایی	gr202	٢٠٢	جغرافیایی
ulysses22	٢٢	جغرافیایی	pcb442	٤٤٢	اقلیدسی
berlin52	٥٢	اقلیدسی	gr666	٦٦٦	جغرافیایی
rd100	١٠٠	اقلیدسی	u1060	١٠٦٠	اقلیدسی

جدول ۵. نتایج الگوریتم پیشنهادی جستجوی ممنوعه برای مسائل استاندارد

نام مسئله	بهینه سراسری	میانگین جواب ها	میانگین خطای نسبی	میانگین زمان حل (s)	بدترین جواب	بهترین جواب	خطای نسبی بهترین جواب
ulysses16	٦٨٥٩	٦٨٥٩/٠٠٠	٠/٠٠٠	٠/١٩	٦٨٥٩/٠٠	٦٨٥٩/٠٠	٠/٠٠٠٠
ulysses22	٧٠١٣	٧٠١٣/٠٠٠	٠/٠٠٠	٠/٤٥	٧٠١٣/٠٠	٧٠١٣/٠٠	٠/٠٠٠٠
berlin52	٧٥٤٢	٧٩٠٢/١٠٠	٠/٠٤٨	٤/٨٩	٧٩٩٤/٤٠	٧٥٤٤/٣٢	٠/٠٠٠٣
rd100	٧٩١٠	٨٤٨٧/١٣٠	٠/٠٧٣	٨٥/١٥	٨٧٧٦٢٥/٠٠	٨٣٨٥/٣٠	٠/٠٦٠١
gr202	٤٠١٦٠	٤٤٦٤٣/٦٠٠	٠/١١٢	٨/٩٧	٤٥٠٨٩/٠٠	٤٣٩٨٧/٠٠	٠/٠٩٥٣
pcb442	٥٠٧٧٨	٥٨٧٨٥/٦٥٠	٠/١٥٨	٥٦/٨٠	٦٠١٠٠/٦٠	٥٧٩٦٥/٩٠	٠/١٤١٦
gr666	٢٩٤٣٥٨	٣٤٥٧٠٠/١٠٠	٠/١٧٤	٩١/٦٤	٣٥٥٩٧٦/٠٠	٣٤٠٢٣٦/٠٠	٠/١٥٥٩
u1060	٢٢٤٠٩٤	٢٦٤٩٠٦/١٠٠	٠/١٨٢	١٥٤/٨٨	٢٧٨٦٩٣/٠٠	٢٦٢٩٦٠/٠٠	٠/١٧٣٤
میانگین کل	_	_	**٠/٠٩٣**	**٥٠/٣٧**	_	_	**٠/٠٧٨٣**

۵-۳ تحلیل عملکرد الگوریتم پیشنهادی ممتیک

در مورد الگوریتم پیشنهادی ممتیک نیز کلیه شاخصهای ذکر شده در قسمت ۵-۱ محاسبه و در نهایت به منظور امکان مقایسه دو الگوریتم پیشنهادی، میانگین نتایج حاصل از حل کلیه مسائل استاندارد برای سه شاخص میانگین خطای نسبی، میانگین زمان حل و خطای نسبی بهترین جواب محاسبه شده است.

نتایج به دست آمده در جدول ٦ نشان‌دهنده تاثیر مثبت جستجوی محلی بکار رفته در الگوریتم پیشنهادی ممتیک برای حل مسائل با ابعاد متنوع است. نکته قابل توجه در نتایج حاصل از این الگوریتم، میانگین زمان حل بسیار پایین الگوریتم پیشنهادی در حل مسائل مختلف است. میانگین خطای نسبی کمتر از ۱۰ درصدی حاصل از این الگوریتم در حل مسائل استاندارد در کنار میانگین زمان حل ۷ ثانیه‌ای آن، نشان‌دهنده کارایی الگوریتم پیشنهادی است.

جدول ٦. نتایج الگوریتم پیشنهادی ممتیک برای مسائل استاندارد

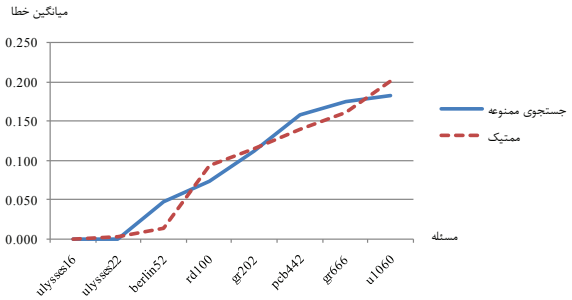
نام مسئله	بهینه سراسری	میانگین جواب ها	میانگین خطای نسبی	میانگین زمان حل (s)	بدترین جواب	بهترین جواب	خطای نسبی بهترین جواب
ulysses16	٦٨٥٩	٦٨٥٩/٠٠٠	٠/٠٠٠	٠/٠٩	٦٨٥٩/٠٠	٦٨٥٩/٠٠	٠/٠٠٠٠
ulysses22	٧٠١٣	٧٠٣٤/٠٠٠	٠/٠٠٣	٠/١٣	٧٠٨٣/٠٠	٧٠١٣/٠٠	٠/٠٠٠٠
berlin52	٧٥٤٢	٧٦٤٦/٧٣٨	٠/٠١٤	٠/٣٩	٧٨٩٤/١٧	٧٥٤٤/٣٢	٠/٠٠٠٣
rd100	٧٩١٠	٨٦٥٤/٥٠٢	٠/٠٩٤	١/٨٤	٨٨٧٣/٢٨	٨٤١٧/٠٦	٠/٠٦٤١
gr202	٤٠١٦٠	٤٤٧٩٨/٨٠٠	٠/١١٦	٠/٤٠	٤٥٠٢٢/٠٠	٤٤٥٦٨/٠٠	٠/١٠٩٨
pcb442	٥٠٧٧٨	٥٧٨٥٢/٣٠٦	٠/١٣٩	٢/٢٦	٥٨٨٩٠/٣٠	٥٦٦١٣/٨٠	٠/١١٤٩
gr666	٢٩٤٣٥٨	٣٤١٨١٦/٦٠٠	٠/١٦١	٩/٧٤	٣٤٤٠١٩/٠٠	٣٣٩١٧٤/٠٠	٠/١٥٢٢
u1060	٢٢٤٠٩٤	٢٦٩٠٦٩/٦١٢	٠/٢٠١	٤٢/٩٧	٢٧٠٤٣٢/٠٠	٢٦٧٧١١/٠٠	٠/١٩٤٦
میانگین کل	_	_	**٠/٠٩١**	**٧/٢٣**	_	_	**٠/٠٧٩٥**

٤-٥ مقایسه عملکرد الگوریتمهای پیشنهادی

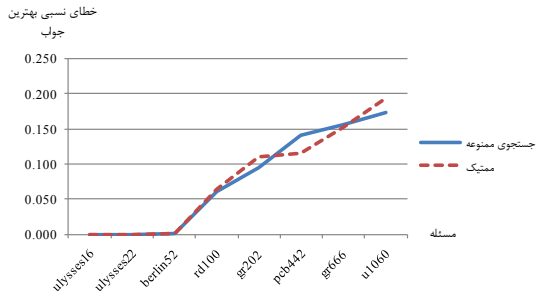
پس از حل مسائل توسط دو الگوریتم پیشنهادی جستجوی ممنوعه و ممتیک، میانگین نتایج حاصل از حل کلیه مسائل برای سه شاخص میانگین خطای نسبی، میانگین زمان حل و خطای نسبی بهترین جواب به دست آمده و این نتایج در جدول ۷ نشان داده شده است. نتایج نهایی به صورت گرافیکی بر روی نمودار شکلهای ٥، ٦ و ۷ با یکدیگر مقایسه شده‌اند. با توجه به ده اجرا برای هر مسئله و محاسبه میانگین کل، مقایسه بسیار سختگیرانه بوده و با توجه به مقایسه دو الگوریتم از لحاظ زمان حل و کیفیت جواب به دست آمده، صحت دو الگوریتم و کارآیی آنها در حل مسائل مختلف ارزیابی شده است. در جدول ۷ الگوریتمها در ستون اول از جنبه خطای بهترین جواب به دست آمده، در ستون دوم از جنبه میانگین خطای به دست آمده و در ستون سوم از جنبه مدت زمان حل برای هر مسئله مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. نتایج حاصل از دو الگوریتم فراابتکاری پیشنهادی برای حل مسائل استاندارد، نشان‌دهنده تفاوت جزیی در میانگین خطای نسبی و تفاوت قابل ملاحظه در زمان حل است. تفاوت میانگین خطای بهترین جواب به دست آمده از الگوریتم پیشنهادی جستجوی ممنوعه نسبت به الگوریتم پیشنهادی ممتیک کمتر از ۲ درصد است. در مقابل این برتری نسبی، تفاوت زمان حل الگوریتم پیشنهادی ممتیک نسبت به الگوریتم پیشنهادی جستجوی ممنوعه بیش از ٦۹۰ درصد بوده که می‌تواند باعث چشم پوشی تفاوت ناچیز این دو الگوریتم در میانگین خطا شود. همان طور که در شکل ٥ و ٦ مشخص است با بزرگ شدن ابعاد مسئله، میانگین خطای نسبی و میانگین خطای بهترین جواب افزایش یافته است. همان طور که از جدول ۸ و شکل ۸ مشخص است از جنبه

جدول ۷. مقایسه الگوریتمهای پیشنهادی در ده مرتبه اجرا

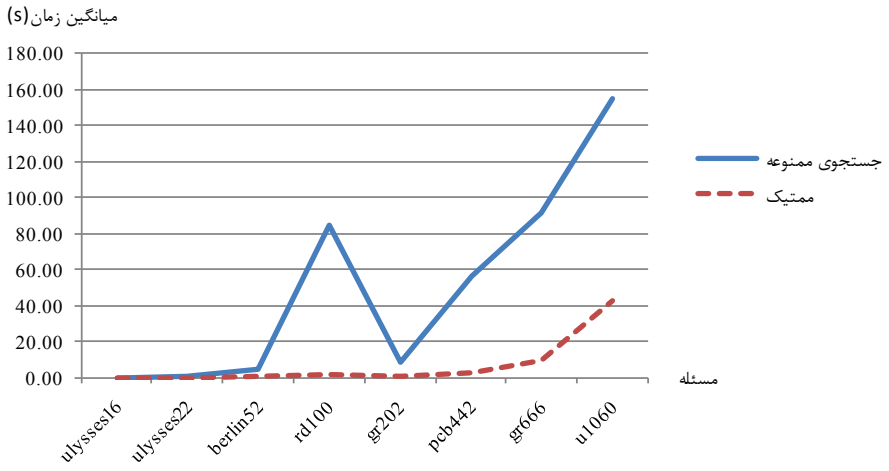
مسائل	خطای بهترین جواب		میانگین خطا		زمان حل (s)	
	TS	GA	TS	GA	TS	GA
ulysses16	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۱۹	۰/۰۹
ulysses22	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۳	۰/٤٥	۰/۱۳
berlin52	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰٤۸	۰/۰۱٤	٤/۸۹	۰/۳۹
rd100	۰/۰٦۰	۰/۰٦٤	۰/۰۷۳	۰/۰۹٤	۸٥/۱٥	۱/۸٤
gr202	۰/۰۹٥	۰/۱۱۰	۰/۱۱۲	۰/۱۱٦	۸/۹۷	۰/٤۰
pcb442	۰/۱٤۲	۰/۱۱٥	۰/۱٥۸	۰/۱۳۹	٥٦/۸۰	۲/۲٦
gr666	۰/۱٥٦	۰/۱٥۲	۰/۱۷٤	۰/۱٦۱	۹۱/٦٤	۹/۷٤
u1060	۰/۱۷۳	۰/۱۹٥	۰/۱۸۲	۰/۲۰۱	۱٥٤/۸۸	٤۲/۹۷
میانگین	**۰/۰۷۸**	**۰/۰۷۹**	**۰/۰۹۳**	**۰/۰۹۱**	**٥۰/۳۷**	**۷/۲۳**



شکل ٦. مقایسه الگوریتمهای پیشنهادی از جنبه میانگین خطا



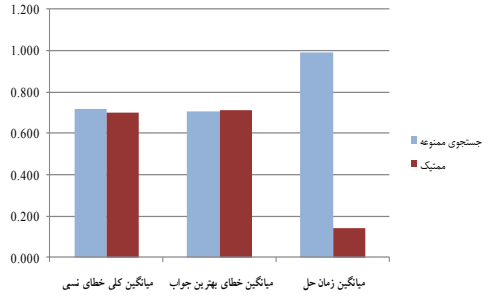
شکل ٥. مقایسه الگوریتمهایی پیشنهادی از جنبه خطای بهترین جواب



شکل ۷. مقایسه الگوریتمهای پیشنهادی از جنبه زمان حل

جدول ۸. مقایسه الگوریتم‌های پیشنهادی (جدول نرمال شده)

شاخص ارزیابی	TS	MA
میانگین خطای نسبی	۰/۷۱۵	۰/۶۹۹
میانگین خطای نسبی بهترین جواب	۰/۷۰۳	۰/۷۱۲
میانگین زمان حل	۰/۹۹۰	۰/۱۴۲



شکل ۸. نمودار مقایسه الگوریتم‌های پیشنهادی

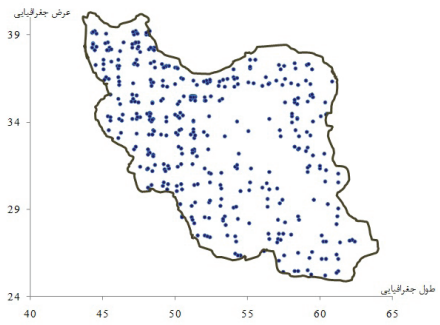
خطای بهترین جواب به دست آمده به صورت میانگین الگوریتم جستجوی ممنوعه در وضعیت بهتری قرار دارد. از جنبه میانگین خطای به دست آمده در مسائل الگوریتم پیشنهادی ممتیک تا حدودی عملکرد بهتری داشته است. اما از نظر مدت زمان حل الگوریتم ممتیک وضعیت بهتری دارد. برای مقایسه بهتر الگوریتمها جدول ۸ و نمودار ۸ رسم شده است. به منظور قابل مقایسه‌شدن مقیاس‌های مختلف اندازه‌گیری، از بی‌مقیاس‌سازی استفاده شده است. جدول ۸ با استفاده از روش نورم بی‌مقیاس شده است (رابطه ۲). در این نوع بی‌مقیاس‌سازی، هر عنصر ماتریس بر مجذور مربعات عناصر آن شاخص تقسیم می شود.

$$n_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{m} a_{ij}^2}} \qquad (۲)$$

در رابطه (۲)، n_{ij} مقدار بی‌مقیاس شده گزینه i، از نظر شاخص j و a_{ij} مقدار گزینه i، از نظر شاخص j قبل از بی‌مقیاس‌سازی است [Momeni, 2006].

٦. یافتن کوتاه‌ترین مسیر همیلتونی شهرهای ایران

پس از حل مسائل استاندارد و ارزیابی الگوریتم‌های پیشنهادی جستجوی ممنوعه و ممتیک، طول کوتاه‌ترین مسیر همیلتونی ممکن بین ٤٢٣ شهر ایران به دست آمده است. به این منظور طول و عرض جغرافیایی ٤٢٣ شهر ایران با در نظر گرفتن پارامترهای اقتصادی اجتماعی استخراج شده است [The Road maps of Iran, 2009] شکل ۹ نمایش دو بعدی این شهرها را نشان می‌دهد. سپس به منظور تبدیل این اطلاعات به شکل قابل استفاده توسط الگوریتم‌های پیشنهادی، طول و عرضهای جغرافیایی به فاصله‌های جغرافیایی بر روی کره‌ای به شعاع ٦٣٧٨/٣٨٨ کیلومتر تبدیل و در قالب ماتریس ٤٢٣ در ٤٢٣ ذخیره شده است. جدول ۹ طول و عرض جغرافیایی و جدول ۱۰ فاصله بین پنج شهر را به عنوان نمونه بر حسب کیلومتر نشان می‌دهد.



شکل ۹. نمایش دوبعدی ٤٢٣ شهر ایران

جدول ۹. طول وعرض جغرافیایی ۵ شهر نمونه

نام شهر	طول جغرافیایی	عرض جغرافیایی
تهران	۵۱/۲٦	۳۵/٤۰
کرج	۵۰/۵۹	۳۵/٤۸
قزوین	۵۰/۰۰	۳٦/۱٦
قم	۵۰/۵٤	۳٤/۳۹
زنجان	٤۸/۲۹	۳٦/٤۰

جدول ۱۰. فاصله جغرافیایی بین ۵ شهر نمونه

شهر	تهران	کرج	قزوین	قم	زنجان
تهران	۰	٤٤	۱٤٦	۱۲٤	۲۸۸
کرج	٤٤	۰	۱۰۳	۱۲۹	۲٤۵
قزوین	۱٤٦	۱۰۳	۰	۱۹۸	۱٤۳
قم	۱۲٤	۱۲۹	۱۹۸	۰	۳۱٤
زنجان	۲۸۸	۲٤۵	۱٤۳	۳۱٤	۰

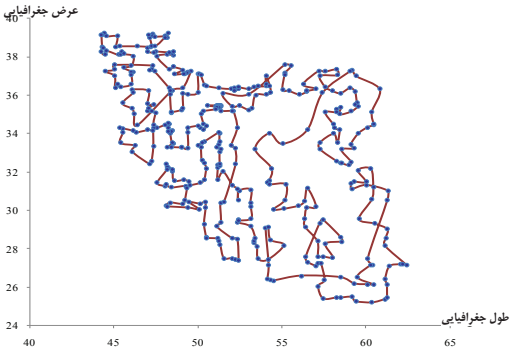
هر یک از الگوریتمهای پیشنهادی ده بار اجرا شده و میانگین طول مسیر (بر حسب کیلومتر)، میانگین بهترین و بدترین مسیر و زمان هر اجرا (برحسب ثانیه) از آن استخراج شده است (جدول ۱۱). در اجرای الگوریتمهای پیشنهادی با توجه به تعداد شهرها، از مقادیر پارامترهای به دست آمده برای مسائل گروه دوم، در جداول ۲ و۳ استفاده شده است. این الگوریتمها ماتریس فواصل را به عنوان ورودی در نظر گرفته و کوتاه‌ترین مسیر همیلتونی بین ٤۲۳ شهر را تعیین می‌کند.

شکل ۱۰ بهترین مسیر حاصل از الگوریتم پیشنهادی جستجوی ممنوعه و شکل ۱۱ بهترین مسیر حاصل از الگوریتم پیشنهادی ممتیک را نشان می‌دهد. به عنوان نمونه توالی پنج شهر در بهترین مسیر به دست آمده حاصل از الگوریتم پیشنهادی ممتیک، در شکل ۱۲ ارائه شده است.

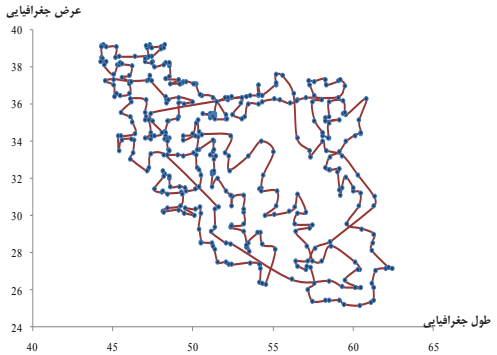
برتری نسبی الگوریتم پیشنهادی ممتیک در حل مسائل استاندارد در یافتن کوتاه‌ترین مسیر همیلتونی برای ٤۲۳ شهر ایران نیز مشهود است. الگوریتم ممتیک پیشنهادی از نظر کیفیت جواب نسبت به الگوریتم پیشنهادی جستجوی ممنوعه از برتری نسبی برخوردار بوده و از لحاظ زمان حل نیز برتری محسوسی دارد. تفاوت جواب به دست آمده از الگوریتم ممتیک نسبت به الگوریتم جستجوی ممنوعه سه درصد است، در حالی‌که زمان حل این الگوریتم به میزان قابل توجهی کمتر از الگوریتم جستجوی ممنوعه است.

جدول ۱۱. نتایج الگوریتمهای پیشنهادی برای مسیر همیلتونی شهرهای ایران

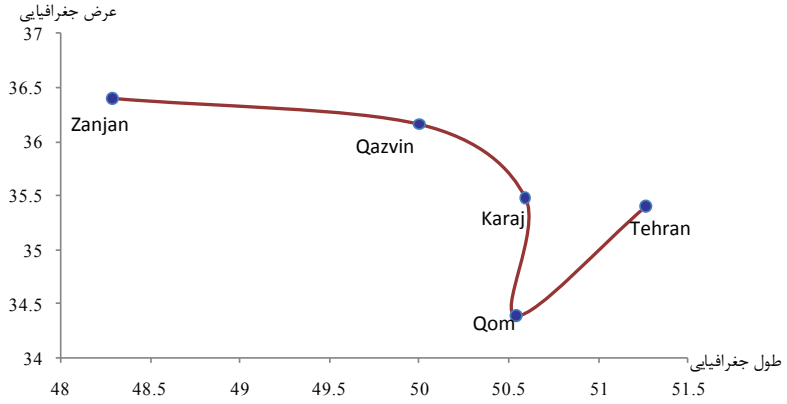
الگوریتم	میانگین طول مسیر	میانگین زمان حل (s)	بدترین مسیر	بهترین مسیر
جستجوی ممنوعه (TS)	۲۲۱۹٤/۸۰۰	۵۲/۳٤۷	۲۲۳۵۸/۰۰۰	۲۲۰۲۷/۰۰۰
ممتیک (MA)	۲۱۷٤۳/۸۰۰	۹/۹۸۳	۲۲۳۸٦/۰۰۰	۲۱۲۹۷/۰۰۰



شکل ۱۱. نمایش بهترین مسیر
حاصل از الگوریتم پیشنهادی ممتیک



شکل ۱۰. نمایش بهترین مسیر
حاصل از الگوریتم پیشنهادی جستجوی ممنوعه



شکل ۱۲. نمایش توالی پنج شهر نمونه در بهترین مسیر به دست آمده از الگوریتم پیشنهادی ممتیک

۷. نتیجه‌گیری

در این مقاله برای اولین بار از دو الگوریتم فراابتکاری متفاوت، یکی مبتنی بر جواب منفرد و دیگری مبتنی بر جمعیت برای یافتن کوتاه‌ترین مسیر همیلتونی بین ٤٢٣ شهر از شهرهای ایران استفاده شده و نتایج با یکدیگر مقایسه شده‌اند. با توجه به وجود تفاوت در نتایج الگوریتم، سعی شده است که بهترین جواب ممکن در کوتاه‌ترین زمان به دست آید. برای ارزیابی کارآیی الگوریتمهای پیشنهادی از مسائل استاندارد استفاده شده و رسیدن به فاصله مناسب از جواب بهینه در کوتاه‌ترین زمان ممکن معیار ارزیابی قرار گرفته است. نتایج نشان‌دهنده تفاوت جزیی در کیفیت جواب به دست آمده حاصل از الگوریتمهای پیشنهادی است. جواب به دست آمده از الگوریتم پیشنهادی ممتیک در حل مسائل استاندارد در زمانی بسیار کمتر از زمان حل الگوریتم پیشنهادی جستجوی ممنوعه حاصل شده و کیفیت جواب به دست آمده نیز از برتری نسبی برخوردار است. برای رسیدن به بهترین مقادیر پارامترها، الگوریتمهای پیشنهادی در بخش مربوطه بارها با مقادیر مختلف برای پارامترها ارزیابی و در نهایت بهترین مقدار برای هر پارامتر تعیین شده است. تعیین کارآیی الگوریتم پیشنهادی ممتیک با استفاده از حل مسائل استاندارد و زمان حل نه ثانیه‌ای الگوریتم ممتیک پیشنهادی برای یافتن کوتاه‌ترین مسیر همیلتونی بین شهرهای ایران نشان‌دهنده کارآیی این الگوریتم در مسائل کاربردی است. می‌توان گفت که این الگوریتم توانایی بهتری را در یافتن کوتاه‌ترین مسیر همیلتونی بین شهرهای ایران دارد. در نهایت در این مقاله با افزایش تعداد شهرها نسبت به کارهای

پژوهشی مشابه، شاهد کاهش چشمگیر زمان حل برای یافتن کوتاه‌ترین مسیر همیلتونی بین ۴۲۳ شهر ایران هستیم که این موضوع نشان‌دهنده کارآیی الگوریتمهای پیشنهادی برای مسائل با ابعاد بزرگ است. برای کارهای آتی استفاده از روشهای دیگر تنظیم پارامترها نظیر روشهای دینامیکی[۵۵] و تطابقی[۵۶] برای رسیدن به جوابهایی با کیفیت بالاتر و همچنین ارزیابی عملکرد نتایج با استفاده از روشهای آماری پیشنهاد می‌شود.

۸. پی نوشتها

1- Traveling Salesman Problem (TSP)
2- Symmetric
3- Asymmetric
4- Probabilistic traveling salesman problem
5- Traveling salesman problem with time windows
6- Multicommodity traveling salesman problem
7- Railway Traveling Salesman Problem (RTSP)
8- Chip fabrication
9- Job scheduling
10- Job sequencing
11- Vehicle Routing Problem (VRP)
12- Tabu search
13- Single solution based
14- Memetic algorithm
15- Population based
16- Enumeration method
17- Branch and bound
18- Dynamic programming
19- Nearest neighbor heuristic method
20- Cutting Plane
21- Multicommodity
22- Cut and branch
23- Lagrangian relaxation
24- Greedy heuristic method
25- Generalized Traveling Salesman Problem (GTSP)
26- Particle Swarm Optimization (PSO)
27- Neighborhood structure
28- Tabu list
29- Tabu tenure
30- Aspiration criteria
31- Intensification
32- Diversification
33- Termination criteria
34- Inversion
35- Insertion
36- Swap
37- Local search
38- Pseudocode
39- Parent selection mechanism
40- Recombination
41- Mutation
42- Survivor selection mechanism (replacement)
43- Roulette Wheel Selection (RWS)
44- Stochastic Universal Sampling (SUS)
45- Fitness
46- Ranking selection
47- Tournament selection
48- Order crossover
49- First In First Out (FIFO)
50- Replace random
51- Elitism
52- Genitor
53- Relative gap
54- Normalization
55- Dynamic
56- Adaptive

۹. مراجع

اطلس راه‌های ایران، (۱۳۸۸)، تهران: انتشارات گیتاشناسی.

قصیری، ک و سرحدی، ح (۱۳۸۸) "یافتن کوتاه‌ترین تور همیلتونی ایران با استفاده از ترکیب الگوریتم سیستم اجتماع مورچه‌ها و جستجوی محلی"، پژوهشنامه حمل‌ونقل، سال ششم، شماره دوم، تابستان ۱۳۸۸، ص. ۱۴۹-۱۶۱.

مومنی، م. (۱۳۸۵) "مباحث نوین تحقیق در عملیات"، تهران: انتشارات دانشگاه تهران.

Applegate, D., Bixby, R., Chvatal, V. and Cook, V. (1998) "On the solution of the traveling salesman problems", Documenta Mathematica – Extra Volume Proceedings ICM III, 1998, pp.645–656.

Balaprakash, P., Birattari, M., Stutzle, T. and Dorigo, M. (2009) "Estimation-based metaheuristics for the probabilistic traveling salesman problem", European Journal of Operational Research, 37, pp.1939–1951

Balas, E. (1979) "Disjunctive programming", Annals of Discrete Mathematics, 5, pp.3–51.

Balas, E. (1985) "Disjunctive programming and a hierarchy of relaxations for discrete optimizations problems", SIAM Journal on Algebraic and Discrete Methods, 6, pp.446–486.

Basu, S. and Ghosh, D. (2008) "A review of the tabu search literature on traveling salesman problems", IIMA Working Papers, Indian Institute of Management, Ahmedabad.

Bertsimas, D. (1988) "Probabilistic combinatorial optimization problems", Massachusetts Institute of Technology, Ph.D thesis, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge.

Bontoux, B., Artigues, C. and Feillet, D. (2009) "A Memetic algorithm with a large neighborhood crossover operator for the Generalized Traveling Salesman Problem", Computers and Operations Research, 37, pp.1844–1852.

Byung, I., Shim, J. and Zhang, Z. (1998) "Comparison of TSP algorithms", Project for models in facilities planning and materials handling, n.p. December 1998.

Cheng, R. and Mitsuo, G. (1994) "Crossover on intensive search and traveling salesman problem", Computers and Industrial Engineering, 27, pp. 485–488.

Dantzig, B., Fulkerson, R. and Johnson, M. (1954) "Solution of a large-scale traveling salesman problem". Operations Research, 2, pp.393–341.

Dreo, J., Petrowski, A., Siarry, p. and Taillard, E. (2006) "Metaheuristics for hard optimization", Springer-Verlag.

Eiben, A.E. and Smith, J.E. (2003) "Introduction to evolutionary computing", Springer-Verlag, New York.

Gendreau, M. (2003) "An introduction to tabu search", In Handbook of Metaheuristics, Ochenberger, G. and Glover, F., (eds.), Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.

Glover, F. (1986) "Future paths for integer programming and links to artificial intelligence", Computers and Operations Research, 13, pp.533–549.

Glover, F.and Laguna, M. (1993) "Tabu search", John Wiley & Sons, New York.

Glover, F.and Laguna, M. (2002) "Tabu search", In Handbook of Applied Optimization, In: Pardalos, P.M.and Resende, M.G.C., (eds.), Oxford University Press, pp.194-208.

Gutin, G. (2003) "Traveling salesman and related problems of graph theory", In: Gross, J., Yellen, J., (eds.), Handbook of Graph Theory, CRC Press, Boca Raton.

Hadjicharalambous, G., Pop, P., Pyrga, E., Tsaggouris, G. and Zaroliagis, C. (2007) "The railway traveling salesman problem", Springer Heidelberg.

Hahsler, M. and Hornik, H. (2009) "Introduction to TSP - infrastructure for the traveling salesperson problem", Journal of Statistical Software, 23, pp.1–21.

Hart, W., Krasnogor, N. and Smith, J. (2005) "Recent advances in memetic algorithms", Berlin: Springer.

Holland, H. (1975) "Adaption in natural and artificial systems", Ann Arbor: University of Michigan Press.

Jaillet, P. (1988) "Apriori solution of a travelling salesman problem in which a random subset of the customers are visited", Operations Research, 36, pp.929–936.

Jayaswal, S. (2008) "A comparative study of tabu search and simulated annealing for traveling salesman problem", Department of Management Sciences, University of Waterloo.

Johnson, S. and Lyle, A. (1997) "The traveling salesman problem: A case study in local optimization, local search in combinatorial optimization", In: Aarts, E.H.L. and Lenstra, J.K. (eds.), John Wiley & Sons, 215–310.

Johnson, S. and Papadimitriou, H. (1985) "The trav-

Noon, C. and Bean, J. (1991) "A Lagrangian based approach for the asymmetric generalized traveling salesman problem", Operations Research, 39, pp.623–632.

Pop, P., Christos, D., Zaroliagis, Cnd. a Hadjicharalambous, G. (2008) "A cutting plane approach to solve the railway travelling salesman problem", Mathematica, 3, pp.63–73.

Radharamanan, R. and Choi, L. (1986) "A branch and bound algorithm for the travelling salesman and the transportation routing problems", Computers and Industrial Engineering, 11, pp.236–240.

Reinelt, G. (1991) "TSPLIB: a traveling salesman problem library", ORSA Journal on Computing, 3, pp.376–384.

Sarubbi, J., Miranda, G., Luna, H. and Mateus, G. (2008) "A branch and-cut algorithm for the multi commodity traveling salesman problem", International Conference on Service Operations and Logistics, and Informatics, Beijing.

Savelsbergh, M. (1985) "Local search in routing problems with time windows", Annals of Operations Research, 4, 285–305.

Tiankun, L., Chen, W., Zheng, X. and Zhang, Z. (2009) "An improvement of the ant colony optimization algorithm for solving Travelling Salesman Problem (TSP)", Proceedings of the 5th International Conference on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing, Beijing.

Zamani, R. and Lau, K. (2010) "Embedding learning capability in Lagrangean relaxation: An application to the travelling salesman problem", European Journal of Operational Research, 201, pp.81–88.

Zhang, J. (2009) "Natural computation for the traveling salesman problem", Second International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation, pp.366–369.

elling salesman problem: A guided tour of combinatorial optimization", In: Lawler, E. L., Lenstra, J.K., Rinnooy Kan, A.H.G. and Shmoys, D.B. (eds.), John Wiley & Sons, pp.37–85.

Lawler, E., Lenstra, J., Rinnooy Kan, A.and Shmoys, D. (1985) "The traveling salesman problem: A guided tour of combinatorial optimization", ed. Chichester: John Wiley & Sons.

Li, L. and Ju, S. (2008) "Improved ant colony optimization for the traveling salesman problem", International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation.

Liu, Y. (2010) "Different initial solution generators in genetic algorithms for solving the probabilistic traveling salesman problem", Applied Mathematics and Computation, 216, pp.125–137.

Marinakis, Y. and Marinaki, M. (2010) "A hybrid multi-swarm particle swarm optimization algorithm for the probabilistic traveling salesman problem", Computers and Operations Research, 37, pp.432–442.

Misevičius, A. (2007) "Using iterated tabu search for the travelling salesman problem", Kaunas University of Technology.

Moon, C., Kim, J., Choi, G. and Seo, Y. (2002) "An efficient genetic algorithm for the traveling salesman problem with precedence constraints", European Journal of Operational Research, 140, pp.606–617.

Moscato, P. and Cotta, C. (2005) "A gentle introduction to memetic algorithms", Operations Research and Management Science, 57, pp.105–144.

Moscato, P. and Norman, M. (1992) "A memtic approach for the traveling salesman problem implementation of a computational ecology for combinatorial optimization on message-passing systems", In: Parallel computing and transputer applications. Amsterdam: IOS Press; 177–186.

Nilsson, C. (2003) "Heuristics for the traveling salesman problem", Theoretical Computer Science Reports, Linkoping University.