طراحی خطوط شبکه اتوبوسرانی شهری با استفاده از روش جستجوی ممنوع

شهریار افندی‌زاده (نویسنده مسئول)، دانشیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران
حسن جوانشیر، استادیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب، تهران، ایران
رضا الیاسی، کارشناس ارشد، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران
Email: zargari@iust.ac.ir

چکیده

عملکرد هر سیستم حمل‌و نقل همگانی نظیر سیستم اتوبوسرانی با توجه به تقابل عرضه و تقاضا صورت می‌گیرد. طراحی خطوط اتوبوسرانی از اهمیت خاصی برخوردار است که با توجه به شرایط فنی و مالی محدود برای سرمایه‌گذاری جهت زیرساخت این سیستم انجام می‌شود. ازآنجا که طراحی شبکه اتوبوسرانی، مسئله ساده‌ای نیست، برای حل آن از روشهای مختلف از جمله از روشهای فراابتکاری استفاده می‌شود. روش مورد استفاده در این مقاله الگوریتم جستجوی ممنوع از روشهای فراابتکاری است. در این روش با تشکیل یک لیست ممنوع، مراحل مختلف جستجو در فضای جواب ذخیره‌سازی می‌شود و از این لیست حافظه جهت هدایت جستجو به سمت جوابهای بهتر استفاده می‌شود. برای مطالعه موردی، شهر قزوین انتخاب شده واز الگوریتم جستجوی ممنوع برای طراحی شبکه اتوبوسرانی این شهر استفاده گردیده است. در این مقاله برای اولین بار از روش جستجوی ممنوع برای طراحی خطوط شبکه اتوبوسرانی استفاده شده است.، نتایج نشان می‌دهند که با استفاده از این روش می‌توان شبکه‌ای طراحی کرد که به کمک آن کاهش قابل توجهی در هزینه‌های استفاده کنندگان و ارائه‌دهندگان سیستم ایجاد می‌شود.

واژه‌های کلیدی: جستجوی ممنوع، حمل‌ونقل همگانی، شبکه اتوبوسرانی، روشهای فراابتکاری، مدلها

۱. مقدمه

طراحی شبکه خطوط اتوبوسرانی مهم‌ترین مرحله در روند برنامه‌ریزی حمل‌ونقل همگانی شهری است. طراحی شبکه خطوط بر روی تنظیم تواتر و زمان‌بندی اتوبوسها و بکارگیری کارکنان آنها تاثیر بسزایی دارد [Fan, 2004].

به‌طورکلی مسئله طراحی شبکه شامل حداقل یا حداکثرکردن یک سری اهداف وابسته با توجه به محدودیتهای مختلف است که این محدودیتها نیازهای اجرایی سیستم و یا محدودیتهای منابع را نشان می‌دهند. در دهه‌های گذشته در چندین تلاش تحقیقاتی مسئله طراحی شبکه خطوط اتوبوسرانی بررسی شده است. روشهای موجود در زمینه طراحی شبکه حمل‌ونقل همگانی را می‌توان به دو گروه عمده تقسیم کرد، گروهی شبکه را به صورت مطلوب[1] یا نظری در نظر گرفته‌اند و گروهی با مسیرهای واقعی کار می‌کنند. اغلب روشهای گروه نخست در زمینه روشهای ریاضی‌اند که در آنها از متغیرهایی چون طول مسیر، فاصله ایستگاهها و سرفاصله‌های زمانی برای طراحی استفاده شده است[افندی زاده، ۱۳۸۲].

بسیاری از روشها بر اساس تقاضای ثابت و متغیرهایی، طراحی محدود و با هدف کمینه‌سازی هزینه‌های استفاده‌کنندگان و گردانندگان سیستم اتوبوسرانی بنا شده‌اند.

بیرن[Byrne, 1976]، هردل[Hurdle, 1973]، نیول[Newell, 1979] این روش (طراحی شبکه به صورت مطلوب) را با تقاضای متغیر و گستره بزرگ تری از متغیرهای بازتابنده علایق استفاده‌کنندگان و گردانندگان مورد استفاده قرار داده‌اند.

پیشگامان نگرش به روشهای گروه دوم که با مسیرهای واقعی کار می‌کنند شامل یک روش شاخه و کرانه[2] از هاسلستروم[Hasselstrom, 1979] و روشهای لامپکین و سااَلمنز[Lines, 1976]، ری[Rea, 1971]، سیلمن و همکاران[Silman, 1974]، ماندل[Mandle, 1980] و دوبوی و همکاران[Dubois, et.al, 1979] بودند. تقاضا در همه این روشها، جز در روش دوبوی و روش هاسلستروم، ثابت و مستقل از کیفیت خدمت ارائه شده فرض شده است.

یکی از تفاوتهای مهم در بین روشهای مختلف نظیر روش لاینز و همکاران[Lines, 1976]، روش بانسال[Bansal, 1981]، روش سدر و ویلسون[Fan, 1976]، روش لبلانک[Leblanc, 1973] و باج و مهمسانی[Baaj, 1995] درخصوص نحوه تخصیص ترافیک به کوتاه‌ترین مسیر یا تخصیص به مسیرهای چندگانه بین یک زوج مبدأ و مقصد است[افندی زاده، ۱۳۸۵].

هنگامی‌که صحبت از مسئله طراحی مسیر حمل‌ونقل همگانی برای شبکه‌ای در اندازه واقعی که در آن پارامترهای زیادی باید در نظر گرفته شوند می شود، این رویکردها خیلی خوب جواب نمی‌دهند. به‌دلیل پیچیدگیهای خاصی که در مسئله طراحی مسیر خطوط اتوبوسرانی وجود دارد، در مطالعات جدیدتر روشهای فراابتکاری[3] که می‌توانند جوابهای نسبتاً خوب محلی مسئله را بیابند مورد استفاده قرارگرفته‌اند. رویکردهای فراابتکاری به‌صورت اساسی با طراحی همزمان شبکه خطوط حمل‌ونقل همگانی و تعیین تناوب سرویس اتوبوسها در خطوط مختلف درگیرند. وی فان و ماچماهل[Fan and Machemehl, 2004]، در پژوهش خود در سال ۲۰۰٤ پیشنهاد کردند که از روشهای فراابتکاری برای حل مسئله طراحی خطوط اتوبوسرانی استفاده شود. آنها در مطالعه بعدی خود[Fan and Machemehl, 2006]، در سال ۲۰۰٦ روش الگوریتم ژنتیک را برای حل مسئله بکار بردند که نتیجه قابل قبولی داشت. در ادامه در مطالعه‌ای که وی فان و همکارانش[Fan and Machemehl, 2008]، در سال ۲۰۰۸ انجام دادند از چند روش فراابتکاری به‌طور همزمان برای حل مسئله بهره بردند و درنهایت لونز و ماچماهل[Lowens, and Machemehl, 2010]، در پژوهشی در سال ۲۰۱۰ از روش‌های فراابتکاری جهت طراحی سیستمهای یکپارچه حمل‌ونقل همگانی استفاده کردند.

در این تحقیق با استفاده از الگوریتم جستجوی ممنوع[4] که یکی از روشهای فراابتکاری است، می‌توان با در نظرگرفتن یک مسئله بهینه‌سازی با هدف حداقل‌کردن مسافت و زمان کل سفر، شبکه خطوط اتوبوسرانی را طراحی کرد.

۲. الگوریتم جستجوی ممنوع (TS)

در مسائل چندجمله‌ای نامقید دشوار (Np-Hard)[۵]، پیچیدگی فضای حل و وجود جوابهای بهینه محلی سبب می‌شود تا روشهای بهینه‌سازی موجود نتوانند به راحتی به جواب بهینه واقعی دست‌یابند و یا جهت دستیابی به چنین جوابی زمان زیادی صرف شود. بنابراین روشهای فراابتکاری نظیر روش گرم و سردکردن شبیه‌سازی شده (SA)[۶]، الگوریتم ژنتیک (GA)[۷]، الگوریتم شبکه‌های عصبی (NN)[۸]، الگوریتم مورچگان (AC)[۹] و روش جستجوی ممنوع (TS)، ارائه شدند که با جستجوی تصادفی به روش سعی و خطا، فضای شدنی مسئله را برای یافتن جوابهای نزدیک به بهینه مورد بررسی قرار می‌دهند. این روشها قابلیت حل مسائل با ابعاد بزرگ و با حداقل نیاز به فرضیات ساده‌سازی را در کمترین زمان ممکن دارا هستند.

فلسفه روش جستجوی ممنوع (TS)، هدایت و بهره‌برداری از یک مجموعه قواعد هوشمند برای حل مسائل است. بنابراین روش جستجوی ممنوع بر مبنای انتخاب مفاهیمی از حوزه‌های هوش مصنوعی و بهینه‌سازی بنیان شده است. روش جستجوی ممنوع، یک روش فراابتکاری است که روش جستجوی ابتکاری محلی را به کاوش حل در فضای ماورای بهینه محلی هدایت می‌کند [Glover and Laguna, 1997].

تجارب محاسباتی نشان می‌دهند که جستجوی ممنوع به عنوان یک تکنیک بهینه‌سازی توانایی رقابت با سایر تکنیک‌های مشهور را دارد و انعطاف‌پذیری آن موجب برتری این روش بر سایر روشهای کلاسیک است. روش TS با استفاده از اهرمهای حافظه کوتاه و بلندمدت، انعطاف‌پذیری بیشتری در عملیات جستجو ایجاد می‌کند و جستجو را در جهت دستیابی به بهینه واقعی هدایت می‌نماید. الگوریتم TS مورد استفاده در طراحی مسائل مختلف ممکن است با توجه به تابع هدف و شاخصهایی مانند حل اولیه، نحوه ایجاد همسایگی و شرایط اتمام الگوریتم، کاملاً متفاوت باشد [Glover and Laguna, 1997].

۲-۱ انتخاب الگوریتم جستجوی ممنوع (TS) برای حل مسئله

با توجه به اینکه در مطالعات گذشته از الگوریتمهای مورچگان، ژنتیک، گرم و سردکردن شبیه‌سازی شده و همچنین روش شبکه‌های عصبی در مطالعات گذشته استفاده شده است، و همچنین با توجه به مطالعات قبلی مشخص شده که الگوریتم جستجوی ممنوع در حل مسائل NP-Hard بسیار کاربردی بوده و از طرف دیگر به گفته ارائه‌کننده الگوریتم گلاور [Glover and Laguna, 1997]، این روش حل برای مسائل طراحی شبکه کاربردی است. از طرف دیگر در چند مطالعه خارجی مانند مطالعات انجام شده توسط باج و مهمسانی [Baaj, and Mahmassani, 1995]، همچنین وی فان [Fan and M chemehl, 2004]، به استفاده از روش جستجوی ممنوع برای حل مسئله طراحی خطوط شبکه اتوبوسرانی توصیه شده است. در این تحقیق روش جستجوی ممنوع که هنوز در مطالعات انجام شده برای حل مسئله طراحی خطوط شبکه اتوبوسرانی مورد استفاده قرار نگرفته است برای حل مسئله انتخاب شده است.

۳. مدل‌سازی

فرض می‌شود در یک شبکه تعدادی مسیر اتوبوس که قبلاً با استفاده از تجربیات مهندسی تولید شده‌اند و نقاط ابتدایی و انتهایی مشخص دارند، موجودند. به‌طوری که از این مسیرها اطلاعات کاملی وجود دارد. با توجه به طول مسیر و در نظرگرفتن سرفاصله زمانی[۱۰] مناسب هر خط تعداد اتوبوس (ناوگان) مورد نیاز مشخص است، در واقع در این مرحله هدف یافتن مسیر بهینه است و تخصیص پس از آن انجام می‌شود. تعداد ناوگان کل در اختیار نیز مقدار محدود و مشخصی است. هدف مدل مورد نیاز در اینجا پیداکردن مجموعه‌ای از مسیرهای پیشنهادی برای کمینه‌کردن هزینه گردانندگان و استفاده‌کنندگان به عنوان تابع هدف است.

۳-۱ تعاریف مدل

اساساً سیستم حمل‌ونقل با گره[۱۱]، کمان[۱۲] و مسیر[۱۳] (خط)

تعریف می‌شود. از گره برای تعیین یک نقطه مشخص جهت بارگذاری، باربرداری و یا نقل و انتقال در شبکه حمل‌ونقل استفاده می‌شود [Fan, 2004]. به‌طورکلی دو نوع گره در سیستم شبکه اتوبوسرانی تعریف می‌شود:

الف) گرههایی که مراکز اصلی نواحی ترافیکی را نشان می‌دهند. (ایستگاههای اصلی)

ب) گرههایی که محل تقاطع خیابانها را نشان می‌دهند.

یک کمان برای نشان‌دادن نحوه ارتباط بین دو گره بکار می‌رود و درواقع برای یک مُد حمل‌ونقلی خاص تعریف می‌شود.

مسیر (خط)، به‌صورت توالی گره‌ها تعریف می‌شود. هر دو گره متوالی با یک کمان به هم وصل می‌شوند و در واقع توالی چند کمان یک خط را تشکیل می‌دهند، خطوط اتوبوسرانی معمولاً با توجه به مراکز جذب و تولید سفر موجود در محدوده و با استفاده از یک سری روش‌های تجربی مبتنی برنظر کارشناسان انتخاب می‌شوند. همچنین سرفاصله زمانی ارسال اتوبوسها در هر خط، به صورت فاصله زمانی بین ارسال دو اتوبوس متوالی در آن مسیر تعریف می‌شود [Baaj and Mahmassani, 1995].

۳-۲ تابع هدف

با توجه به پیشینه مورد بررسی، مسئله در اکثر پژوهشها حداقل‌کردن هزینه‌ها به عنوان تابع هدف مسئله مورد نظر بوده است. در اینجا نیز هدف کمینه سازی مجموع هزینه‌های استفاده‌کنندگان و گردانندگان از شبکه اتوبوسرانی است. عمده‌ترین هزینه استفاده‌کنندگان سیستم، مدت زمان استفاده از سیستم است، زیرا که تمام هزینه‌های دیگر استفاده‌کنندگان مانند عدم راحتی استفاده از اتوبوس، هزینه‌های ریالی و غیره همبستگی بسیار زیادی با زمان دارند. شاید در بسیاری از موارد محاسبه زمان سفر بسیار دشوار باشد اما با توجه به دراختیاربودن نرم‌افزار EMME/2 و اطلاعات مربوط به عرضه و تقاضای حمل‌ونقل، این مقدار قابل محاسبه است.

هزینه‌های گردانندگان سیستم اتوبوسرانی عمدتاً شامل هزینه‌های تعمیر و نگهداری ناوگان، پرداخت حقوق به رانندگان و مدیریت خطوط و ... است. بهترین شاخصی که می‌تواند معرف هزینه‌های گردانندگان سیستم باشد، کل مسافت طی شده توسط ناوگان سیستم اتوبوسرانی است، زیرا که هرچه مسافت طی شده بیشتر باشد، استهلاک و هزینه‌های پرسنلی و مدیریتی نیز افزایش می‌یابد. تابع هدف به‌صورت رابطه (۱) تعریف می‌شود:

$$MinZ = C_1(T_1 + T_2 + T_3 + T_4) + C_2 L_t \qquad (۱)$$

T_1 = زمان دسترسی

T_2 = زمان انتظار مسافران

T_3 = زمان سفر در وسیله نقلیه

T_4 = زمان انتقال از یک وسیله به وسیله دیگر

L_t = کل مسافت طی‌شده توسط ناوگان

C_1 = هزینه تلف‌شدن یک ساعت مسافر

C_2 = هزینه یک کیلومتر پیمایش مسیر اتوبوس

۳-۳ محدودیتها

الف) محدودیت امکان‌پذیری سرفاصله زمانی: در اکثر مطالعات گذشته برای سرفاصله زمانی حد بالا و پایینی تعیین شده که این مقدار برای حد بالا ۶۰ و برای حد پایین ۵ دقیقه بوده است [Fan and Machemehl, 2004]. در این مطالعه نیز این مقادیر مورد استفاده قرار گرفته است، رابطه (۲) این محدودیت را نشان می‌دهد.

$$h_{min} \le h_{rm} \le h_{max} \qquad (۲)$$

h_{max} = حداکثر سرفاصله زمانی سرویس برای خطوط

h_{min} = حداقل سرفاصله زمانی سرویس برای خطوط

ب) محدودیت تعداد ناوگان: این پارامتر محدودیت منابع ارائه‌کنندگان خدمات را نشان می‌دهد. تناوب عرضه معمولاً وابستگی زیادی به منابع گردانندگان دارد. مثلاً در شرایطی که تعداد ناوگان محدود است و انتظار داشتن یک سطح سرویس مشخص برای شبکه طراحی شده وجود دارد. از طرفی این محدودیت تضمین می‌کند که حجم وسایل نقلیه استفاده‌کننده از شبکه بیش از ظرفیت شبکه خطوط انتخابی نشود[Vuchic, 2005]. رابطه (۳) این محدودیت را نشان می‌دهد.

$$\sum_{m=1}^{I} N_{r_m} = \sum_{m=1}^{I} \left(\frac{T_{r_m}}{h_{r_m}}\right) \le W \qquad (۳)$$

T_{rm} = زمان سفر رفت و برگشت[14] در خط rm

N_{rm} = تعداد اتوبوس‌های لازم در خط rm

h_{rm} = سرفاصله زمانی سرویس‌دهی در خط rm

W = حداکثر ظرفیت ناوگان برای سرویس‌دهی در شبکه

m = rm امین خط از خطوط شبکه

پ) محدودیت طول خطوط: این محدودیت خطوطی را که خیلی طولانی هستند حذف می‌کند، زیرا حفظ زمان‌بندی سرویس در خطوط طولانی دشوار است. در عین حال، برای تضمین‌کردن کارآیی شبکه، خطوط نباید خیلی کوتاه باشند. به‌علاوه، مقدار حدود بالا و پایین طول برای خطوط اتوبوس معمولاً توسط کارشناسان به صورت تجربی تعیین می‌شوند. رابطه (٤) این محدودیت را نشان می‌دهد.

$$D_{min} \le D_{rm} \le D_{max} \qquad (٤)$$

D_{max} = حداکثر طول یک خط در شبکه

D_{min} = حداقل طول یک خط در شبکه

D_{rm} = طول m امین خط از خطوط شبکه

ت) محدودیت حداکثر تعداد خطوط شبکه: برای حل مسئله طراحی خطوط شبکه اتوبوسرانی، برنامه‌ریزان حمل‌ونقل همگانی اغلب حداکثر تعداد خطوط را در نظر می‌گیرند، که این مقدار وابسته به ظرفیت ناوگان است و تأثیر بسزایی در زمانبندی کاری رانندگان وسایل نقلیه عمومی دارد. این محدودیت جهت ایجاد واقع‌گرایی بیشتر در انتخاب شبکه بهینه اعمال می‌شود. رابطه (٥) این محدودیت را نشان می‌دهد.

$$I \le R_{max} \qquad (٥)$$

R_{max} = حداکثر تعداد خطوط قابل قبول برای شبکه

I = تعداد خطوط اتوبوسرانی در شبکه

٤. متدولوژی روش حل پیشنهادی

چارچوب روش حل پیشنهادی در این مقاله شامل سه جزء اصلی است:

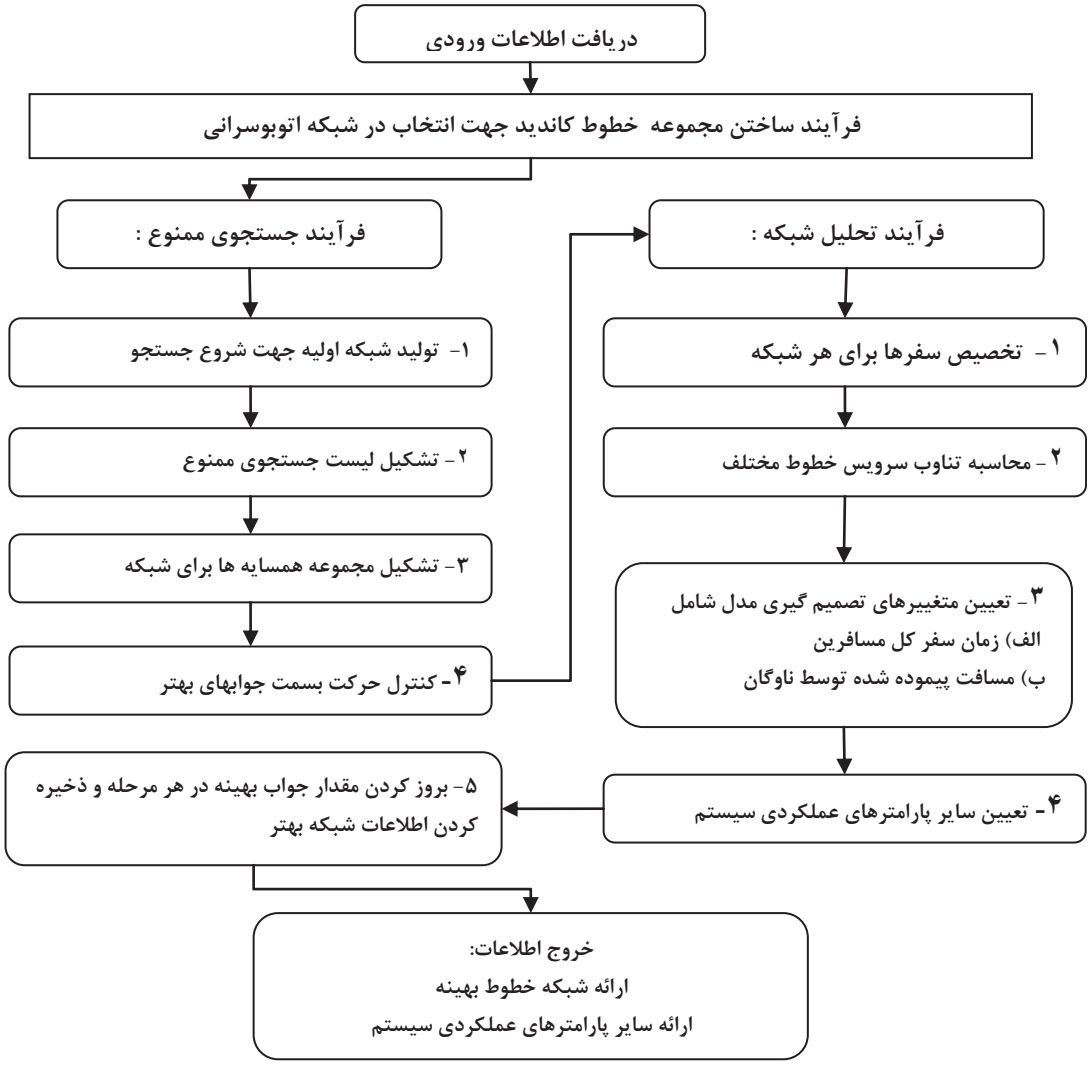
الف) فرآیند تولید مجموعه خطوط کاندید اولیه که در این مرحله با استفاده از راهنمایی‌های تجربی و نظارت کارشناسی یک سری خطوط اولیه قابل قبول جهت استفاده در شبکه اتوبوسرانی انتخاب می‌شوند که در واقع ترکیبی از این خطوط شبکه بهینه را ایجاد خواهد کرد.

ب) فرآیند تحلیل شبکه که این مرحله برای تخصیص سفرهای انجام‌شده با سیستم اتوبوسرانی و همچنین تعیین تناوب سرویس ناوگان اتوبوسرانی در هر خط بکار رفته است. همچنین در این مرحله سایر پارامترهای عملکردی سیستم مانند زمان سفر استفاده‌کنندگان و مسافت طی‌شده توسط ناوگان محاسبه می‌شود. با توجه به دسترسی به نرم‌افزار EMME/2 و اطلاعات مورد نیاز، تحلیل شبکه‌های تولید شده توسط این نرم‌افزار صورت می‌گیرد و نرم‌افزار پارامترهای عملکردی مختلف شبکه را به عنوان خروجی تولید خواهد کرد.

پ) فرآیند جستجوی ممنوع، در این مرحله دو فرآیند قبل ادغام شده و روشی جهت هدایت جستجو در راه‌حلهای قابل قبول به سمت بهترین جواب بهینه و یافتن ترکیب خطوط مناسب در فضای بسیار گسترده‌ای از جواب‌های ممکن مورد استفاده قرار می‌گیرد. الگوریتم جستجوی ممنوع به عنوان روش یافتن جواب نزدیک به بهینه از ترکیب خطوط در زمان قابل قبول جهت طراحی شبکه اتوبوسرانی شهری مورد استفاده قرار می‌گیرد. اجزای الگوریتم جستجوی ممنوع شامل بیان ریاضی مسئله، تولید جواب اولیه، تولید همسایگیهای مختلف برای هر جواب، تعیین حرکات ممنوع و مجاز و فرآیند جستجوی همسایه است. در شکل ١ فلوچارت روش حل پیشنهادی ارائه شده‌است.

٤-١ جواب اولیه

در این مطالعه، تمام جوابهای اولیه برای شروع کار جستجو به صورت تصادفی تولید شده‌اند و این انتخاب تصادفی از میان خطوطی که از پیش تعریف شده‌اند، صورت گرفته و تعداد خطوط مورد نظر برای ایجاد یک شبکه برابر n خواهد بود که در ابتدای الگوریتم، مقدار آن تعیین می‌شود.



شکل ۱. فلوچارت روش حل پیشنهادی

٤-۲ ساختار همسایگی‌ها

به‌طورکلی می‌توان گفت چگونگی تعریف همسایگی برای یک شبکه، بر کیفیت و کارآیی روش جستجوی جواب مناسب در فضای قابل قبول تأثیر خواهد داشت. بنابراین نتیجه تعاریف گوناگون برای همسایگی یک جواب، می‌تواند در تفاوت کیفیت جوابهای به‌دست آمده با توجه به هر تعریف، دیده شود. در این مقاله، برای هر مجموعه خطوط مانند X^t یک مجموعه همسایگی به‌شکل $N(X^t)$ تعریف می‌شود. همسایگی یک شبکه خطوط (X^t) نیز یک حل قابل قبول دیگر است که از جایگزینی یکی از خطوط شبکه موجود مانند R^t_i با یکی از خطوط نزدیکش مانند R^t_{i-1} یا R^t_{i+1} از خطوطی که در شبکه اولیه موجود نباشند به‌دست آمده است.

٤-۳ حرکتهای مجاز و ممنوع

درشروع الگوریتم، هیچ منعی از نظر حرکت وجود ندارد و به عبارتی هیچ حرکت ممنوعی وجود ندارد. در هر تکرار، بهترین حرکت مجاز در همسایگی راه‌حل موجود، توسط الگوریتم انتخاب می‌شود.

بعد از انجام هر حرکت، حرکت معکوس آن حرکت برای P

مرحله تکرار ممنوع می‌شود، P (ظرفیت لیست ممنوع) پارامتری است که توسط کاربر تعریف شده و یا به‌صورت تصادفی در نظر گرفته می‌شود.

٤-٤ فرآیند جستجوی همسایه

در t امین تکرار، X^t برابر با $X^t=(R^t_1,R^t_2,...,R^t_n)$ قرار داده می‌شود که یکی از حلهای ممکن مرتبط با مقدار تابع $F(X^t)$ است. $N(X^t)$ به صورت مجموعه‌ای از همسایگی‌های ممکن حل X^t که قبلاً تعریف شد، در نظر گرفته می‌شود.

بهترین همسایه شبکه X^t ، شبکه $X^t_{i^*j^*}$ است که عضوی از مجموعه $N(X^t)$ بوده و از حرکت و جایگزینی خط $R^t_{i^*}$ با همسایه آن یعنی خط $R^t_{j^*}$ به‌دست آمده است. به‌طور مشابه بهترین همسایگی ممکن و غیرممنوع برای شبکه X^t به صورت Xtij تعریف می‌شود که عضوی از مجموعه $N(X^t)$ است. (ممکن است $X^t_{i^*j^*}$ بر X^t_{ij} منطبق شود).

اگر مقدار تابع هدف به ازای X^t_{ij} کمتر از مقدار کمینه آن تا این مرحله $Z(X^*)$ شود، X^t_{ij} به عنوان بهترین نامزد (بهترین جواب شناخته شده ممکن) در نظر گرفته می‌شود و جایگزین بهترین شبکه یافته شده تا این مرحله X^* می‌شود. سپس حرکت معکوس یعنی از خط $R^t_{j^*}$ به $R^t_{i^*}$ طی p تکرار، ممنوع می‌شود وگرنه حرکت از خط R^t_i به $R^t_{j^*}$ طی p تکرار، ممنوع می‌شود.

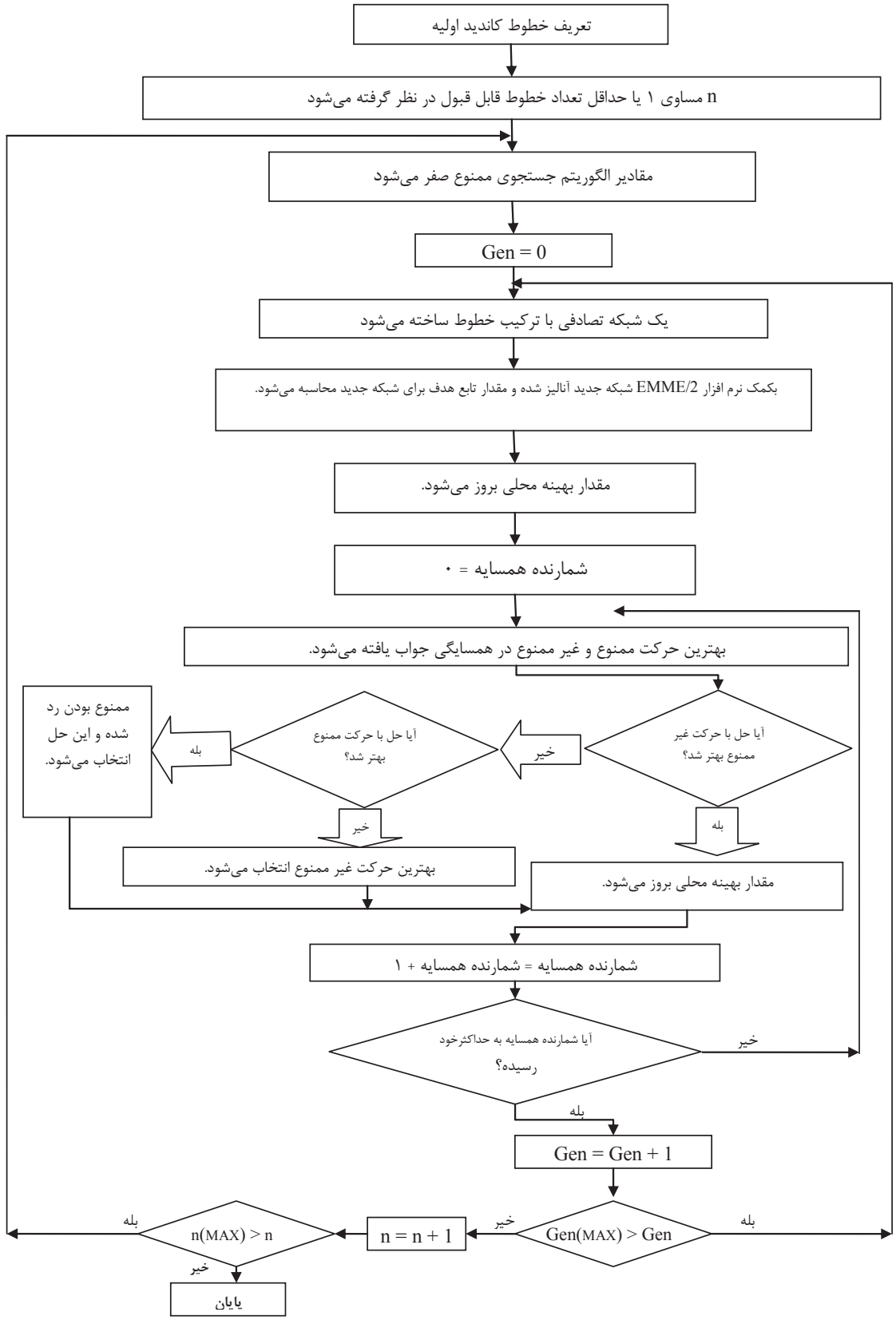
در ابتدای اجرای الگوریتم جستجوی ممنوع، راه حل اولیه به‌صورت تصادفی تولید می‌شود. در مراحل بعدی تولید جواب، الگوریتم جستجوی ممنوع جهت هدایت تولید جواب جدید بکار برده می‌شود. به این ترتیب جستجو با استفاده از الگوریتم تابو شروع می‌شود. سپس با استفاده از روش تحلیل شبکه و نرم‌افزار EMME/2، سفرها بین مراکز نواحی، تخصیص‌یافته و با تعیین تناوب سرویسها در هر خط، تابع هدف هریک از مجموعه خطوط (شبکه‌ها) مشخص می‌شود. در هر مرحله از تکرار الگوریتم، اگر شبکه تعیین شده در مرحله جدید مناسب‌تر از شبکه مرحله قبل باشد، شبکه جدید جایگزین شبکه قبلی می‌شود. درحالتی‌که تعداد دفعات تکرار به حداکثر تعداد دفعات تعریف شده برسد، تکرارها برای یافتن شبکه با اندازه مشخص به پایان رسیده و پس از آن با افزایش تعداد خطوط شبکه، مراحل بالا تکرار می‌شود تا الگوریتم به حداکثر اندازه شبکه ممکن یعنی شبکه با حداکثر تعداد خطوط ممکن برسد. بهترین شبکه از بین کلیه شبکه‌های به‌دست آمده از مراحل قبل به عنوان جواب مسئله طراحی شبکه خطوط اتوبوسرانی تعیین می‌شود.

فلوچارتی که چارچوب کلی انتخاب شبکه خطوط اتوبوسرانی با استفاده از الگوریتم جستجوی ممنوع را نشان می‌دهد، در شکل ۲ دیده می‌شود.

۵. مطالعه موردی (شهر قزوین)

به منظور کاربرد این مدل، سیستم اتوبوسرانی شهر قزوین انتخاب شد. دلیل انتخاب شهر قزوین وجود اطلاعات عرضه و تقاضای حمل‌ونقل این شهر و همچنین دسترسی به شبکه شبیه‌سازی شده این شهر بود. برای پیاده‌سازی این مدل بر روی شهر قزوین نیاز است تا اطلاعات عرضه و تقاضای سفر این شهر که با استفاده از آمارگیری به دست آمده‌اند، به مدل معرفی شوند. اتوبوسرانی شهر قزوین ۱۷ خط دارد و کل ناوگان اتوبوسرانی شهر قزوین ۱۷۸ دستگاه است. این تعداد ناوگان محدودیت اصلی مسئله طراحی شبکه است.

علاوه بر ۱۷ خط موجود یعنی خطوط ۱۰۱ تا ۱۱۷ اتوبوسرانی ١٦ خط جدید به صورت حلقوی و رفت و برگشت به ترکیب خطوط اضافه شد که جمع این خطوط بالغ بر ۳۳ خط شده است که مشخصات این ۳۳ خط در جدول ۱ آورده شده است[افندی زاده و اشراق، ۱۳۸۵]. حالات ممکن برای انتخاب مسیر بهینه ۲ به توان ۳۳ حالت است که امکان انتخاب بهترین ترکیب خطوط با استفاده از روش‌های کلاسیک ممکن نیست، بنابراین با استفاده از الگوریتم جستجوی ممنوع یک ترکیب مناسب و نزدیک به بهینه انتخاب می‌شود.



شکل ۲. فلوچارت الگوریتم جستجوی ممنوع برای مسئله

جدول ۱. وضعیت فیزیکی و عملکردی خطوط اتوبوسرانی شهر قزوین[افندی زاده و اشراق، ۱۳۸۵]

شماره خط	ایستگاه مبدأ	ایستگاه مقصد	وضعیت خطوط	طول خط	تعداد ایستگاه	تعداد اتوبوس فعال	متوسط سرعت	زمان توقف	
۱۰۱	میدان تهران قدیم	دانشگاه پزشکی	درون‌شهری	۹۶۵۶	۲۲	۱۳	۱۵	۱۰	۱۰
۱۰۲	پایانه شهید بهشتی	دانشگاه آزاد نواب	درون‌شهری	۱۰۱۸۳	۲۱	۷	۱۵	۵	۱۰
۱۰۳	٤۰۰ دستگاه	پرسی گاز	درون‌شهری	۲۲۳۳۸	۳۳	۱۷	۱۵	۱۰	۱۰
۱۰٤	میدان تهران قدیم	میدان آزادی	درون‌شهری	۳۷۹٦	۱۹	٤	۱۵	۵	۱۰
۱۰۵	بازار	پادگان	درون‌شهری	۷۱۰۱	۱۸	٦	۱۵	۵	۱۰
۱۰٦	میدان آزادی	دانشگاه امام خمینی	درون‌شهری	۱٦۱۱	۲۹	۱۵	۱۵	۱۰	۱۰
۱۰۷	بازار	شهرک کوثر	درون‌شهری	۱۵۱۱۲	۳۲	۲۸	۱۵	۱۰	۱۰
۱۰۸	میدان امام خمینی	شهرک مینودر	درون‌شهری	۱۵٦۷۹	۳۳	۱٦	۱۵	۱۰	۱۰
۱۰۹	پایانه شهید بهشتی	میدان امام خمینی	درون‌شهری	۷۰۹۱	۱۲	۷	۱۵	۵	۱۰
۱۱۰	پایانه شهید بهشتی	٤۰۰ دستگاه	درون‌شهری	۱٤۳۳٤	۳۱	۷	۱۵	۵	۱۰
۱۱۱	میدان تهران قدیم	میدان امام خمینی	درون‌شهری	۷۲۵۷	۲۱	٤	۱۵	۵	۱۰
۱۱۲	بلوار معلم	دانشگاه آزاد باراجین	درون‌شهری	۵۲۸۰	۲	٤	۱۵	۷	۷
۱۱۳	بلوار اسدآبادی	اقبالیه	برون شهری	۱۹۰۰۰	۱۹	۳	٤۰	۱۰	۱۰
۱۱٤	پایانه شهید بهشتی	محمدیه	برون شهری	۳٤۰۰۰	۲۵	۱۷	٤۰	۱۰	۱۵
۱۱۵	پایانه شهید بهشتی	الوند	برون شهری	۳٤۰۰۰	۲۱	۱۷	٤۰	۱۰	۱۵
۱۱٦	پایانه شهید بهشتی	شهرک مینودر	درون‌شهری	۱۳۳۱۵	۳۰	۹	۱۵	۱۰	۱۰
۱۱۷	شهربانی	دوراه همدان	درون‌شهری	٤۰۸٦	۱۳	٤	۱۵	۵	۱۰
۱۱۸	میدان تهران قدیم	کمربندی دوراه همدان	درون‌شهری	۵۸۷۸	۱۲	۷	۱۵	۱۵	_
۱۱۹	میدان تهران قدیم	میدان ۲۲ بهمن	درون‌شهری	۷۱۵۹	۱۷	۸	۱۵	۱۵	_
۱۲۰	سبزه میدان	دانشگاه علوم پزشکی	درون‌شهری	۵۷۸۰	۱٤	۷	۱۵	۱۵	_
۱۲۱	سبزه میدان	بیمارستان قدس	درون‌شهری	۵۹۷۰	۱٦	۷	۱۵	۱۵	_
۱۲۲	میدان ولیعصر	پارک ملت	درون‌شهری	۸۲۹٤	۲۰	۹	۱۵	۱۵	_
۱۲۳	چهار راه فلسطین	٤۰۰ دستگاه	درون‌شهری	۹۳۵۲	۱۹	۹	۱۵	۱۵	_
۱۲٤	دانشگاه علوم پزشکی	ابتدای مینودر	درون‌شهری	۸٦۹٤	۱۷	۹	۱۵	۱۵	_
۱۲۵	بلوار معلم	دانشگاه بین‌المللی	درون‌شهری	٦۸۵۱	۱٤	۷	۱۵	۱۵	_
۱۲٦	ابتدای جاده نجف‌آباد	دانشگاه علوم پزشکی	درون‌شهری	۹۵۱٤	۲۵	۱۰	۱۵	۱۰	۵
۱۲۷	میدان تهران قدیم	دوراه همدان	درون‌شهری	٤۸۹۲	۱۳	٦	۱۵	۱۰	۵
۱۲۸	میدان ۲۲ بهمن	میدان مینودر	درون‌شهری	۱۰۵۲	۲۵	۱۱	۱۵	۱۰	۵
۱۲۹	بیمارستان قدس	دانشگاه آزاد اسلامی	درون‌شهری	۱۱۷۸	۱۷	۱۲	۱۵	۱۰	۵
۱۳۰	دوراه همدان	بلوار سعادت	درون‌شهری	۱٦۷۰	۲۳	۱۵	۱۵	۱۰	۵
۱۳۱	دانشگاه آزاد باراجین	کوثر	درون‌شهری	۱٦۵۰	۲۹	۱۵	۱۵	۱۰	۵
۱۳۲	میدان تهران قدیم	انتهای مینودر	درون‌شهری	۱۷۳٦	۳۹	۱٦	۱۵	۱۰	۵
۱۳۳	ایران گاز	ابتدای جاده نجف‌آباد	درون‌شهری	۱۱۱٦	۱۷	۱۱	۱۵	۱۰	۵
مجموع				۳۱۹۱۳۱		۳۳۷			

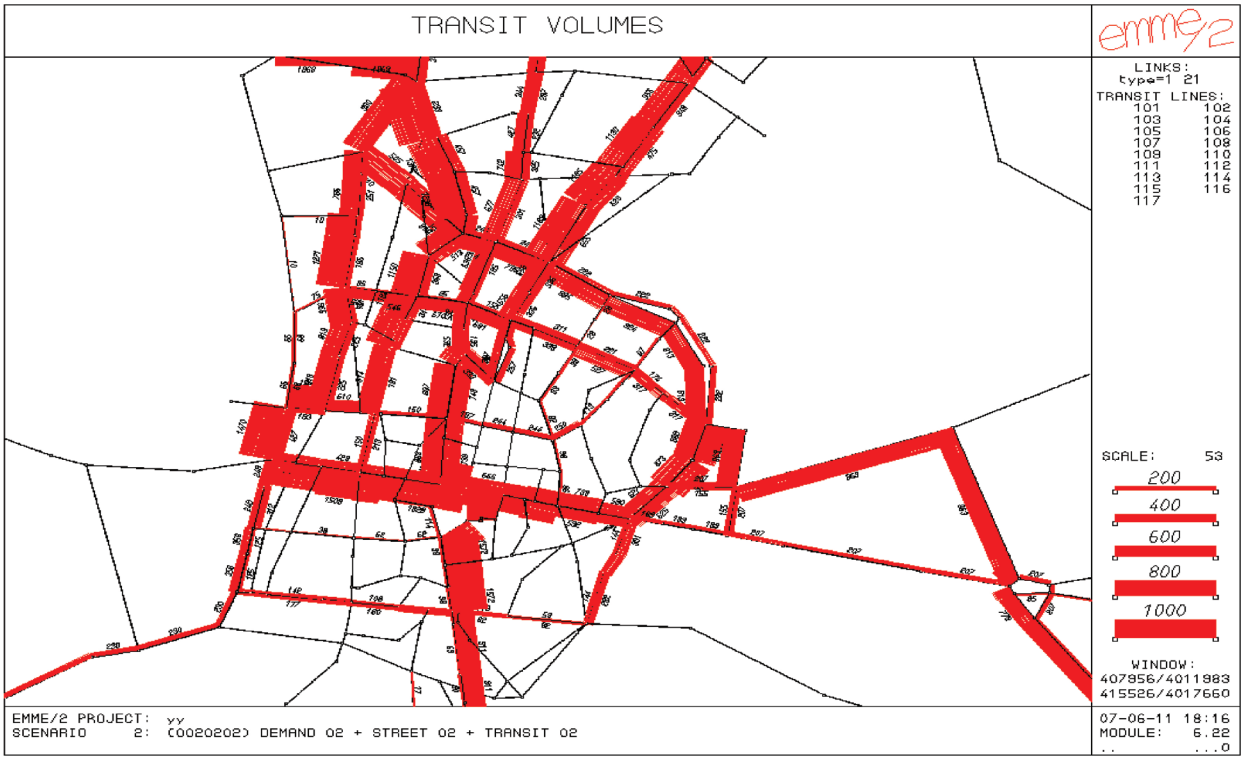
در این مقاله برای تخصیص وسیله نقلیه همگانی از استراتژی بهینه[۱۵] استفاده شده است. از آمارگیری به‌دست آمده از شهر قزوین می‌توان اطلاعات تقاضای سفر را جمع‌آوری کرد، که طبق آن تقاضا، ماتریس تقاضای سفر به تفکیک وسایل نقلیه مختلف به‌دست می‌آید. در بخش عرضه اطلاعات فیزیکی شبکه معابر از اطلاعات مربوط به سیستم حمل‌ونقل عمومی شامل اطلاعات مسیر حرکت، مبدأ- مقصد، زمان سفر و زمان توقف در ایستگاه مبدأ و مقصد و ... استفاده شده است. سپس با استفاده از این اطلاعات و نرم‌افزار EMME/2 می‌توان تعداد مسافر هر خط، زمان رفت و برگشت در هر خط تعداد مسافر سوار و پیاده شده و ... را به‌دست آورد که اینها خروجی‌های نرم‌افزار EMME/2 بوده و شاخص‌های ارزیابی و تصمیم‌گیری هستند. شکل ۳ حجم جابجایی مسافر در سیستم اتوبوسرانی شهر قزوین را نمایش می‌دهد.

قبل از معرفی نتایج به دست آمده از مدل، تحلیل حساسیت بر پارامترهای مدل انجام شد؛ به این معنی که مقدار بهینه هریک از پارامترهای مدل شامل تعداد تکرار(T) و تعداد تولید (Gen) و ظرفیت لیست ممنوع (P) ، باید تعیین می‌شدند. این کار با استفاده از ثابت نگه‌داشتن همه پارامترها و تغییر یکی از آنها انجام شد. در حالتی که مقدار تابع هدف به ازای آن پارامتر کمینه شود، مقدار بهینه آن پارامتر تعیین می‌شود. همان‌طورکه اشاره شد تابع هدف برابر با مجموع هزینه‌های استفاده‌کنندگان و گردانندگان سیستم است.

خروجیهای نرم‌افزار EMME/2 پارامترهای زمان دسترسی به سیستم، زمان داخل وسیله نقلیه، زمان انتظار و انتقال و همچنین مسافت پیموده‌شده توسط ناوگان هستند. تابع هدف وضع موجود (۱۷ خط اتوبوسرانی) شهر قزوین با استفاده از پارامترهای به دست آمده از تخصیص EMME/2 برابر ۱۱۷۴۹۶۶۰۰ ریال است.

۵-۱ نتایج اجرای مدل و تحلیل شبکه پیشنهادی

با توجه به الگوریتم ارائه‌شده برنامه‌ای در محیط Visual Fox-Pro نوشته شد که با استفاده از الگوریتم جستجوی ممنوعه و نرم‌افزار EMME/2 کار می‌کند. همچنین با توجه به آنالیز



شکل ۳. حجم جابجایی مسافر اتوبوسرانی شهر قزوین

حساسیت انجام شده مقادیر مناسب پارامترهای ثابت مدل (T = ٦ , Gen = ٤, P = ٣) به‌دست آمده و همچنین با ثابت در نظرگرفتن خطوط خارج شهری یعنی خطوط ۱۱۳ تا ۱۱۵ و همچنین خط ۱۱۲ که مخصوص دانشگاه آزاد است بهترین جواب به‌دست آمده با توجه به برنامه نوشته‌شده و محدودیتهای موجود شبکه‌ای مرکب از خطوط ۱۰۲ و ۱۰۳ و ۱۰٤ و ۱۰٦ و ۱۰۷ و ۱۰۸ و ۱۱۰ و ۱۱۲ و ۱۱۳ و ۱۱٤ و ۱۱۵ و ۱۱٦ و ۱۱۹ و ۱۲۱ و ۱۲۲ و ۱۲۳ و ۱۲٦ و ۱۲۸ و ۱۲۹ و۱۳۰ و ۱۳۳ است.

تابع هدف به ازای این مسیرها برابر ۱۰۸۰٦۳۸۰۰ ریال به‌دست آمد که به نسبت تابع هدف وضع موجود که ۱۱۷٤۹٦٦۰۰ ریال بود حدود۷/۸ درصد وضعیت را بهبود داده است. علاوه بر بهبود تابع هدف نتایج اجرای گزینه پیشنهادی در نرم‌افزار EMME/2 و مقایسه شاخصهای عملکردی آن با نتایج وضع موجود شبکه شهر قزوین در جدول ۲ آورده شده‌اند. همان‌طورکه در این جدول مشاهده می‌شود متوسط سرعت از ۷/۳۵ به ۱/۳۷ رسیده است که حدود ٤ درصد افزایش پیدا کرده و این به این دلیل است که تعدادی از مسافران وسایل نقلیه شخصی از حمل‌ونقل عمومی استفاده کرده‌اند و خیابان‌ها خلوت‌تر شده اند.

شایان ذکر است که افزایش ٤ درصدی سرعت به معنی صرفه جویی میلیاردها ریال هزینه است، چراکه نتایج برخی مطالعات نشان داده است برای افزایش ۱ واحد به متوسط سرعت در یک شهر باید میلیاردها ریال صرف سرمایه‌گذاری برای ساخت معابر جدید گردد. شکل ٤ تعداد مسافر جابجا شده در سیستم اتوبوسرانی پیشنهادی برای شهر قزوین را نمایش می‌دهد

۵-۲ مقایسه روش پیشنهادی با روش فراابتکاری دیگر

با توجه به اینکه در مطالعه دیگری برای طراحی شبکه شهر قزوین از روش فراابتکاری الگوریتم مورچگان [افندی زاده و اشراق، ۱۳۸۵] استفاده شده است و اطلاعات آن مطالعه موجود است و ۳۳خط اتوبوسرانی مورد استفاده جهت انتخاب در دو مطالعه یکسان است، جهت مقایسه و اثبات کارآیی روش حل این مقاله به مقایسه نتایج این دو تحقیق پرداخته می‌شود. برای اینکه نتایج به‌دست آمده توسط روش این مطالعه با نتایج مطالعه الگوریتم مورچگان مقایسه شود بایستی فرضیات دو مطالعه یکسان باشند، در این راستا شرط ثابت‌بودن خطوط خارج شهری یعنی خطوط ۱۱۲ تا ۱۱۵ برداشته شده تا شرایط حل مسئله با شرایط موجود در مطالعه قبلی یکسان شود بقیه شرایط دو تحقیق یکسان است. با توجه به شرایط جدید که محدودیت مسئله را کاهش می‌دهد مجدداً مسئله حل شده و شبکه جدید به‌دست آمده است که شامل خطوط ۱۰۳ و ۱۰٤ و ۱۰٦ و ۱۰۷ و ۱۰۸ و ۱۰۹ و ۱۱۰ و ۱۱۱ و ۱۱۲ و ۱۱٤ و ۱۱٦ و ۱۲۱ و ۱۲۲ و ۱۲۳ و ۱۲٦ و ۱۲۸ و ۱۳۰ و ۱۳۲ و ۱۳۳ می شود. مقدار تابع هدف برای این شبکه برابر است با ۹۹۱٤۱۰۰۰ ریال، حال برای حل ارائه شده مطالعه طراحی شبکه خطوط اتوبوسرانی با استفاده از الگوریتم مورچگان که شامل خطوط ۱۰۲ و ۱۰۷ و ۱۰۸ و ۱۱۰ و ۱۱۱ و ۱۱۲ و ۱۱٤ و ۱۲۱ و ۱۲۲ و ۱۲٤ و ۱۲٦ و ۱۳۰ و ۱۳۱ و ۱۳۳ است[افندی زاده و افیونیان، ۱۳۸۲]، مقدار تابع هدف را حساب می‌کنیم که برابر ۱۰٤۸۸۷۹۰ ریال می‌شود. با مقایسه مقادیر تابع هدف به‌دست آمده از مطالعه فعلی با مقدار تابع هدف حاصل از

جدول ۲. مقایسه نتایج گزینه پیشنهادی با وضع موجود

گزینه‌ها / شاخص	وضع موجود	گزینه پیشنهادی	درصد تغییر شاخص برای گزینه پیشنهادی نسبت به وضع موجود
متوسط سرعت در شبکه (Km/h)	۳۵/۷	۳۷/۱	+۳/۹ ٪
تعداد مسافر سوار شده	۲۲٤۷۱	۲٤٤۹۱	+۹ ٪
کل زمان سفر در داخل وسیله (ساعت)	٤۱۸۲	۳٦۲۲	-۱۵/٤٦ ٪
متوسط سرعت داخل وسیله نقلیه (Km/h)	۱۵/۸	۱۷/۵	+۱۰/۷٦ ٪

شکل ٤. حجم جابجایی مسافر در شبکه پیشنهادی

نتایج مطالعه قبلی دیده می‌شود که نتیجه روش حل پیشنهادی این مطالعه حدود ۱۰/۵ درصد بهتر است. نتایج حاصل از تحلیل گزینه پیشنهادی مطالعه فعلی به‌کمک نرم‌افزار EMME/2 و مقایسه آن با نتایج حل پیشنهادی مطالعه طراحی شبکه خطوط اتوبوسرانی با استفاده از الگوریتم مورچگان برای شهر قزوین در جدول ۳ آمده است.

با توجه به جدول نتایج مدل‌سازی شبکه بهبود قابل توجه در شاخص‌های عملکردی سیستم اتوبوسرانی را نشان می‌دهد که افزایش سرعت و از طرف دیگر کاهش زمان سفر که از مهم‌ترین شاخصهای عملکرد سیستم هستند را دربر می‌گیرد.

جدول ۳. مقایسه نتایج گزینه پیشنهادی با مطالعه به روش الگوریتم مورچگان

گزینه‌ها / شاخص	گزینه پیشنهادی	گزینه مطالعه قبلی	درصد تغییر شاخص برای گزینه پیشنهادی نسبت به مطالعه قبلی
متوسط سرعت در شبکه (Km/h)	۳۵/۸	۳۵/٦	+۰/٥٦ ٪
تعداد مسافر سوارشده	۲۱۳۸۲	۲۲۰٦٤	-۳/۱۹ ٪
کل زمان سفر مسافران در داخل وسیله (hr)	۳۰۱۷	۳٤۳٥	-۱۳/٥٥ ٪
متوسط سرعت داخل وسیله نقلیه (Km/h)	۱٥/٦	۱٤/۲	+۹/۸ ٪

۵-۳ نتایج مطالعه موردی

نتایج پیاده‌سازی این روش برروی شهر قزوین نشان داد که در شرایط ثابت فرض‌کردن خطوط خارج شهری می‌توان تابع هدف را حدود ۹ درصد بهبود داد. در این حالت کل زمان سفر صرف شده مسافران حمل‌ونقل همگانی ۱۵/۵ درصد کاهش می‌یابد.

با توجه به اینکه مقدار تابع هدف به‌دست آمده از روش این مطالعه (جستجوی ممنوع) حدود ۱۰/۵ درصد از نتایج شبکه بهینه به‌دست آمده با استفاده از الگوریتم مورچگان بهتر است، می‌توان این روش را برای حل مسائل پیچیده طراحی خطوط شبکه اتوبوسرانی پیشنهادکرد.

٦. نتیجه‌گیری

در این مقاله برای اولین بار از روش جستجوی ممنوع که یک روش فرا ابتکاری و هوشمند جهت حل مسائل پیچیده NP-Hard طراحی خطوط شبکه اتوبوسرانی است، استفاده شده است. که با روشهای کلاسیک موجود قابل حل نبود و زمان حل مسئله با روش‌های دیگر بیش از حد قابل قبول بود.

در واقع الگوریتم جستجوی ممنوع با هدایت و جهت‌دادن به فرآیندهای جستجو و با استفاده از حافظه‌ای جهت ثبت حرکات انجام شده حرکت به سمت جواب‌های بهتر را تضمین می‌کند. به عبارت دیگر این روش قادر بود بهبود قابل ملاحظه‌ای در سیستم حمل‌ونقل همگانی در شهر قزوین ایجاد کند.

نوآوری دیگر این مقاله طراحی یک متدولوژی سه مرحله‌ای است که به‌کمک آن ترکیب خطوط و تناوب سرویس به‌طور همزمان تعیین شده و در واقع مسئله در وضعیتی نزدیک به واقعیت مورد مدلسازی قرار گرفته است.

با توجه به مقایسه نتایج حاصل از روش جستجوی ممنوع مورد استفاده در این تحقیق با نتایج مطالعه دیگری بر پایه الگوریتم مورچگان که شرایط یکسانی داشتند توانایی روش این مطالعه برای حل مسئله طراحی خطوط شبکه اتوبوسرانی تایید شد.

در این پژوهش برای یافتن پیکربندی بهینه از الگوریتم جستجوی ممنوع استفاده شد. استفاده از سایر الگوریتمهای فرا ابتکاری برای یافتن مسیر بهینه و مقایسه آنها با جوابهای به‌دست آمده از این تحقیق می‌تواند زمینه‌ای برای پژوهشهای آینده باشد. همچنین با توجه به توانایی بالای جستجوی ممنوع جهت مدل‌سازی شبکه‌ها و امکان تلفیق این روش با الگوریتم مورچگان پیشنهاد می‌شود از الگوریتمی ترکیبی از این دو روش برای حل مسئله استفاده شود. با توجه به نتایج حاصله از کاربرد این روش در سیستم اتوبوسرانی شهر قزوین می‌توان تأثیرات پارامترهای اصلی مدل نظیر تعداد تکرار، تعداد تولید و ظرفیت لیست ممنوع را در کارآیی روش حل پیشنهادی مورد بررسی قرار داد.

۷. پانویس‌ها

1- Idealized
2- Branch & Bound
3- Meta-heuristic
4- Tabu Search
5- Nondeterministic Polynominal Hard (Np-Hard)
6- Simulated Annealing
7- Genetic Algorithm
8- Neural Network
9- Ant Colony
10- Headway
11- Node
12- Link
13- Route
14- Round Trip
15- Optimum Strategy

۸. مراجع

- افندی‌زاده زرگری، شهریار و افیونیان، مجیدرضا (۱۳۸۲) "طراحی شبکه خطوط حمل‌ونقل عمومی (اتوبوسرانی) با استفاده از تکنیک شاخه و کرانه"، مجله علمی و پژوهشی امیرکبیر، شماره ۳۱، ص.۵۱-۵۹

- افندی‌زاده زرگری، شهریار و اشراق، سپیده (۱۳۸۵) "کاربرد الگوریتم مورچگان در طراحی شبکه اتوبوسرانی"، مجله علمی و پژوهشی امیرکبیر، شماره ۷۱، ص. ۷۰-۷۸.

- Baaj, M. H. and Mahmassani, H. S. (1995) "Hybrid rout generation heuristic algorithm for design of

transit network", Transportation Research, Vol. 3C, pp 31-50.

- Bansal, Alok N. (1981) "Optimization of bus route network for a fixed spatial distribution", In Jaiswal N.K., Scientific Management of Transport System, Netherlands, Amsterdam: North Holland Pub. Co.

- Byrne, B. (1976) "Cost minimizing positions, lengths and headways parallel public transit lines having different speeds" Trans P. Res. Vol. 10, pp.209-214.

- Dubois, D., Bell, G. and Libre, M. (1979) "A set of methods in transportation network synthesis and analysis" Journal of Operations Research Society, Vol. 30, pp. 797-808.

- Fan, Wei and Machemehl, R. B. (2006) "Optimal transit route network design problem with variable transit demand: Genetic algorithm approach" Journal of Transportation Engineering. Vol. 132, pp.40-52.

- Fan, Wei and Machemehl, R.B. (2008) "Some computational insights on the optimal bus transit route network design problem" Journal of the Transportation Research Forum, Vol. 47, pp. 61-75

- Fan, Wei and Machemehl, R.B. (2004) "Optimal transit rout network design problem: Algorithms, implementation and numerical results" Research Report SWUTC/04/167244-1.

- Glover, F. and Laguna, M. (1997) "Tabu Search", Amsterdam, Kluwer Academic Publishers

- Hasselstrom, D. (1981) "Public transportation planning - A mathematical programming approach", Ph.D. Dissertation, Department of Business Administration, University of Gothenburg, Sweden.

- Hurdle, V.F. (1973) "Minimum cost schedules for a public transportation route – I. Theory" , Transportation Science, Vol. 7, No. 2, pp. 109-137.

- Leblanc, L. J. (1973) "An algorithm for discrete network design problems", Transportation Science, Vol. 9, pp. 97-102.

- Lines, A. H, Lampkin,W. and Saalmans, P. D. (1976) "The design of routes, service frequencies and schedules for a municipal bus undertaking, a case study", Operational Research.Quarterly, Vol. 18.

- Lownes, Nicholas E. and Machemehl, R. B. (2010) "Exact and heuristic methods for public transit circulator design" Transportation Research Part B: Methodological, Vol. 44, Issue 2, pp. 309-318

- Mandl, C.E. (1980) "Evaluation and optimization of urban public transport networks" European Journal of Operational Research, Vol. 6, pp. 31-56

- Newell, G. F. (1979) "Some issues relating to the optimal design of bus routes," Transportation Science, Vol. 13, No. 1, pp. 20-35.

- Rea, J. C. (1971) "Designing urban transit systems: An approach to the rout-technology selection problem," PB 204881, University of Washington, Seattle.

- Silman, L.A., Barzily, Z. and Passy, U. (1974) "Planning the route system for urban buses", Computers and Operations Research, Vol. 1, pp. 201-211.

- Vuchic, V. R (2005) "Urban transit: Operations, planning and economics", 3rd. Edition, USA , New Jersey: John Wiley and Sons.