

# مدلسازی و حل مسئله تعیین تعداد واگن‌های باری با در نظر گرفتن اهداف چندگانه و ناوگان ریلی ناهمگون توسط الگوریتم‌های فراابتکاری

الیس مسیحی (مسئول مکاتبات)، استادیار، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.  
زهرا مفاخری، دانش آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.

E-mail: masehian@modares.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۲/۱۰/۲۶ پذیرش: ۱۳۹۳/۰۶/۲۴

## چکیده:

مسئله تعیین تعداد ناوگان، هدف مشخص کردن تعداد بهینه هر نوع ناوگان در سیستم حمل و نقلی است. به نحوی که اهداف سیستم بهینه شوند. تاکنون این مسئله در زمینه حمل و نقل ریلی، با وجود اهداف مختلف در سیستم‌های واقعی، به صورت تک هدفه همچنین با فرض همگونی در ناوگان بررسی شده است. بنابراین در این مقاله پس از بررسی‌های صورت گرفته، تابع هدف دیگری در نظر گرفته شد. با توجه به نظر کارشناسان راه‌آهن جمهوری اسلامی ایران، کاهش تعداد تأخیرات در پاسخگویی به تقاضاها در طول دوره برنامه ریزی، به عنوان تابع هدف دوم، از اهمیت بسیاری برخوردار است. مسئله حل شده پویا است و تقاضای واگن و زمان سیر به صورت قطعی است. در این مقاله پس از تعریف مسئله به صورت مدل ریاضی، نحوه محاسبه ضریب اهمیت هر تابع هدف با استفاده از نظر تعدادی از کارشناسان مرکز تحقیقات راه‌آهن جمهوری اسلامی ایران و روش وزنی ارایه شده است. جهت حل مدل و یافتن جواب‌های پارتو، سه روش حل مبتنی بر الگوریتم‌های ژنتیک، شبیه‌سازی تبرید، و ترکیب آنها طراحی شده و پس از تنظیم پارامترهای آنها، مسئله برای سیستم حمل و نقل ریلی جمهوری اسلامی ایران به سه روش حل شده و نتایج مورد بحث و تحلیل قرار گرفته اند.

واژه‌های کلیدی: اندازه ناوگان حمل و نقل ریلی، ناوگان ناهمگون، بهینه‌سازی چند هدفه، شبیه‌سازی تبرید، الگوریتم ژنتیک.

## ۱. مقدمه

افزایش سود و کاهش تعداد تاخیرات سیستم، ناهمگونی واکن‌های باری نیز در نظر گرفته می‌شود. به منظور حل مدل دو هدفه، از روش وزنی که یکی از روش‌های تصمیم‌گیری چند هدفه است، استفاده شده است. در برخی از روش‌های حل مسائل تصمیم‌گیری با چندین هدف، استفاده از وزن، امری ضروری است. وزن‌ها، اهمیت نسبی اهداف را بیان می‌کنند. هدفی که وزن بیشتری را به خود اختصاص می‌دهد، از دیدگاه تصمیم‌گیرنده یا تصمیم‌گیرندگان از اهمیت بیشتری برخوردار است. در این پژوهش جهت وزن‌دهی از تعدادی از کارشناسان مرکز تحقیقات راه‌آهن خواسته شد تا اهمیت هر کدام از توابع هدف یعنی افزایش سود و کاهش تعداد تأخیرات در پاسخ‌گویی به تقاضاها را، به طریقی که توضیح داده می‌شود بیان کنند.

از آنجا که مسئله مورد مطالعه جزء مسائل سخت و پیچیده است و در سایزهای متوسط و واقعی روش‌های دقیق قابلیت پاسخگویی ندارند، بنابراین جهت حل مدل دو هدفه و پویای ارایه شده و یافتن جواب‌های پارتو، سه روش حل مبتنی بر ۱- الگوریتم شبیه‌سازی تبریدی، ۲- الگوریتم ژنتیک، ۳- ترکیب الگوریتم ژنتیک و شبیه‌سازی تبریدی طراحی می‌شود و به منظور ارزیابی و مقایسه مسئله مورد نظر برای شبکه راه‌آهن جمهوری اسلامی ایران مورد حل و بررسی قرار می‌گیرد. این مقاله به صورت زیر ساختاردهی شده است: در بخش دوم خلاصه‌ای از مطالعات انجام شده در این زمینه بیان می‌شود. در بخش سوم توضیحاتی پیرامون مسئله تعیین اندازه بهینه ناوگان، فرضیات در نظر گرفته شده در این پژوهش و مدل ریاضی مورد مطالعه به طور کامل ارایه می‌شود. در بخش چهارم سه روش طراحی شده برای حل مدل ریاضی ارایه شده تشریح می‌شود. در بخش پنجم پس از توضیح نحوه تنظیم پارامترها، نتایج حل سه روش برای مسئله با داده‌های واقعی نمایش داده می‌شود. در بخش ششم پس از نتیجه‌گیری پیشنهاداتی برای پژوهش‌های آتی و انطباق بیشتر مدل طراحی شده با سیستم حمل و نقل واقعی بیان می‌شود.

سیستم حمل و نقل ریلی به عنوان یک شبکه حمل و نقلی، نقش بسیار مهمی در جابجایی کالا و مسافر دارد. این نقش و دیگر ویژگی‌های آن، از جمله قابلیت حجم سرمایه‌گذاری بالا در تجهیزات و نیروی انسانی، باعث شده است تا مطالعات و تحقیقات متعددی در ارتباط با مدیریت بهره‌وری از منابع موجود در سیستم انجام شود. ظرفیت و کارایی یک سیستم حمل و نقل به طور مستقیم با تعداد ناوگان موجود در سیستم ارتباط دارد. شرکت‌های حمل و نقل ریلی به منظور دستیابی به ظرفیت مورد نیاز برای پاسخگویی به موقع تقاضاها جهت افزایش رضایتمندی مشتریان در ناوگان ریلی سرمایه‌گذاری می‌کنند و به دلیل قیمت بسیار بالای آن، ناوگان ریلی از منابع بزرگ سرمایه‌گذاری در صنعت راه‌آهن به شمار می‌رود که بهینه‌سازی در بهره‌برداری آنها توجه صنعت و پژوهشگران را به خود جلب کرده است. وجود ناوگان بسیار کم در شبکه، منجر به کیفیت پایین سرویس‌دهی به تقاضای مشتریان و در نتیجه آن، کاهش تقاضای سیستم حمل و نقل ریلی می‌شود، در حالی که ناوگان بسیار زیاد منجر به هزینه‌های مفرط تملک، عملیات و نگهداری می‌شود. مطالعات صورت گرفته در زمینه سیستم‌های حمل و نقل به سه دسته تقسیم می‌شوند. دسته اول بر روی تخصیص بهینه ناوگان موجود جهت رسیدن به اهداف مختلف تمرکز دارند. دسته دوم به دنبال تعیین تعداد بهینه ناوگان جهت دستیابی به اهداف مورد نظر است. دسته سوم علاوه بر تعیین تعداد بهینه ناوگان، به دنبال تخصیص بهینه آنها نیز هست. اخیراً، پژوهشگران به اهمیت تخصیص ناوگان خالی جهت افزایش بهره‌برداری از ناوگان موجود در شبکه و در نتیجه کاهش هزینه‌های خرید و هزینه‌های عملیاتی پی برده‌اند. از آنجا که در مطالعات پیشین در زمینه حمل و نقل ریلی به مسائل تک هدفه پرداخته شده است و همچنین به دلیل پیچیدگی مسئله، واکن‌های باری همگون فرض شده‌اند، بنابراین در مدل مورد بررسی در این مقاله جهت تطبیق با شرایط سیستم واقعی علاوه بر در نظر گرفتن دو تابع هدف،

## ۲. مروری بر ادبیات موضوع

واژه ناوگان (fleet)، معانی مختلفی می‌تواند داشته باشد از جمله: واگن، لکوموتیو، کامیون و غیره. در سال‌های اخیر پژوهش‌های متعددی پیرامون مسئله تعیین تعداد ناوگان صورت گرفته است. از جمله مطالعات صورت گرفته در زمینه حمل و نقل ریلی عبارتند از: بوژان و ترنکوئیست در سال ۱۹۹۱، یک مدل احتمالی و چند دوره‌ای جهت تعیین تعداد ناوگان، با هدف بیشینه کردن درآمد مورد انتظار برای حمل بار و کاهش هزینه‌های حرکت واگن‌های پر و خالی مطرح کردند. تقاضا و زمان سیر بر اساس یک تابع توزیع احتمال تعریف شده و مسئله با استفاده از مدل جریان شبکه، حل گردید [Beaujon and Turnquist, 1991]. در سال ۲۰۰۲ بجویچ مسئله تعیین تعداد بهینه واگن‌ها را با هدف کمینه کردن هزینه کل به منظور تأمین تقاضای مشتریان، مورد مطالعه قرار داد [Bojovic, 2002]. در سال ۲۰۰۳ کخل و همکاران مسئله تعیین تعداد واگن‌های باری و سیاست تخصیص وسایل نقلیه را از طریق بیشینه کردن میانگین سود و با استفاده از روش ترکیب شبیه‌سازی با رویکرد الگوریتم ژنتیک، بررسی کردند [Kochel, Kunze and Nielander, 2003]. در سال ۲۰۰۳ لیست و همکاران از طریق مدل‌های بهینه‌سازی غیرقطعی، یک روش حل جدید برای مسئله تعیین تعداد واگن‌های باری ارائه کردند [List et al., 2003]. در سال ۲۰۰۸ گادوین و همکاران کاربرد از شبیه‌سازی جهت تعیین تعداد لکوموتیو مورد نیاز برای انجام عملیات قطارهای باری ارائه کردند که سیستم ریلی تحت مطالعه، برنامه زمان‌بندی از پیش تعیین شده‌ای نداشت [Godwin, Gopalan and Narendran, 2008]. در سال ۲۰۰۹ سیارشاد و قصبیری جهت تعیین تعداد واگن‌های باری و سیاست توزیع واگن‌های خالی جهت پاسخگویی به تقاضای مشتریان مدلی ارائه و با استفاده از الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده آن را حل کردند. در این مدل تقاضا و زمان سیر، قطعی فرض شد [Sayarshad and Ghoseiri, 2009]. سیارشاد

و توکلی مقدم در سال ۲۰۱۰ یک مدل احتمالی مطرح کردند که برای حل آن یک روش دو مرحله‌ای با استفاده از رویکرد الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده ارائه شد [Sayarshad and Tavakkoli-Moghaddam, 2010]. یقینی و خندق‌آبادی در سال ۲۰۱۳ یک روش حل ابتکاری که ترکیبی از الگوریتم ژنتیک و الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده است، برای مسئله تعیین اندازه واگن‌های باری ارائه کردند. مدل مورد مطالعه چند پربودی و پویا است که در آن زمان سفر و تقاضا، قطعی در نظر گرفته شده است [Yaghini and Khandaghabadi, 2013].

در حمل و نقل جاده‌ای نیز مطالعات مختلفی صورت گرفته است. در سال ۲۰۰۸ سانگ و ارل یک مدل ریاضی برای تعیین تعداد ناوگان باری و سیاست جابجایی وسایل نقلیه خالی در یک سیستم خدمت‌دهی دارای دو دپو ارائه کردند، با فرض اینکه ناوگان همگون باشند [Song and Earl, 2008]. لی و تائو در سال ۲۰۱۰ مسئله تعیین اندازه بهینه ناوگان مسافری و سیاست جابجایی برای یک شرکت اجاره دهنده خود را که به دو شهر سرویس می‌دهد مورد مطالعه قرار دادند و یک مدل پویای دو مرحله‌ای توسعه دادند که در مرحله اول تعداد ناوگان و در مرحله دوم سیاست جابجایی تعیین می‌شود [Li and Tao, 2010]. در مطالعات انجام شده، حمل و نقل کانتینری به صورت زمینی و دریایی مورد مطالعه قرار گرفته است. در سال ۲۰۰۱ ایمای و ریورا کاربردی از تکنیک‌های شبیه‌سازی برای تعیین ترکیب کانتینرهای یخچال‌دار ارائه کردند، با فرض اینکه ناوگان همگون و تقاضا و زمان سفر قطعی باشند [Imai and Rivera, 2001]. دنگ و سانگ در سال ۲۰۰۹ به بررسی مسئله تعیین تعداد کانتینر مورد نیاز و توزیع کانتینرهای خالی از طریق سیستم کشتیرانی، به نحوی که هزینه کل کمینه شود، با فرض همگونی در ناوگان و عدم قطعیت در تقاضا پرداختند و با استفاده از شبیه‌سازی مسئله را بهینه کردند [Dong and Song, 2009]. در جدول (۱) مقایسه جامعی از مدل‌های بررسی شده در زمینه حمل و نقل ریلی آورده شده است.

جدول ۱. مقایسه تفصیلی مدل‌های تعیین اندازه ناوگان ریلی

دیدگاه حل	تابع هدف		پنجره زمانی		محیط مدل		زمان سفر		تقاضا		نوع واگن		مقاله	
	یکد هدفه	تک هدفه	ندارد	دارد	دینامیک	استاتیک	غیر قطعی	قطعی	قطعی	مسانی	باری	ناهمگون همگون		
روش چند مرحله ای														
Network مبتنی بر	-	*	*	-	*	-	*	-	*	-	-	*	-	[Beaujon and Turnquist, 1991]
Approximation Decomposition Heuristic	-	*	*	-	*	*	-	*	-	*	-	*	-	[Sherali and Tuncbilek, 1997]
General System Theory	-	*	*	-	-	*	*	-	*	-	-	*	-	[Bojovic, 2002]
Simulation , GA	-	*	*	-	-	*	*	-	*	-	-	*	-	[Köchel et al., 2003]
Approximation Model	-	*	-	*	-	*	-	*	*	-	*	-	-	[Diana et al., 2006]
Simulation	-	*	*	-	*	-	*	-	*	-	-	*	-	[Godwin et al., 2008]
SA	-	*	*	-	*	-	-	*	-	*	-	*	-	[Sayarshad and Ghoseiri, 2009]
SA	-	*	*	-	*	-	*	-	*	-	-	*	-	[Sayarshad and Tavakkoli, 2009]
SA & GA	-	*	*	-	-	*	-	*	-	*	-	*	-	[Yaghini and Khandagh-Abadi, 2013]

می‌شود، بنابراین می‌توان بر اساس استراتژی شرکت حمل و نقلی، از وسایل نقلیه اجاره‌ای استفاده کرد. وسایل نقلیه مورد استفاده می‌توانند به صورت همگون یا غیرهمگون فرض شوند که در صورت غیرهمگون بودن، لازم است سازگاری بین محموله و وسیله نقلیه در نظر گرفته شود. زمان سیر بین دو ایستگاه در شبکه در حالت رفت و برگشت به مسیر بستگی دارد. در حالت استاتیک مسئله تعیین تعداد ناوگان، تمامی اجزای تصمیم‌گیری در ابتدای دوره برنامه‌ریزی مشخص بوده و پس از برنامه‌ریزی تا پایان اجرای آن بدون تغییر می‌مانند. در حالت دینامیک مسئله تعیین تعداد ناوگان، اجزای مسئله در طول دوره برنامه‌ریزی و متناسب با زمان تغییر می‌کنند. لازم به ذکر است که تعیین تعداد بهینه ناوگان برای یک سیستم حمل و نقلی، به برقراری تعادل بین هزینه تملک یا اجاره ناوگان و هزینه‌های عملیاتی نیاز دارد.

### ۳. مسئله تعیین تعداد ناوگان باری ریلی

در این بخش پس از بیان مسئله مورد بررسی، فرضیات در نظر گرفته شده و در نهایت مدل ریاضی طراحی شده، بیان می‌شود.

#### ۳-۱ تعریف مسئله

مسئله تعیین تعداد ناوگان عبارت است از: تعیین تعداد بهینه وسایل نقلیه یک سیستم حمل و نقل و همچنین تعیین جریان جابجایی وسایل نقلیه پر و خالی جهت خدمت به مشتریان، به طوری که اهداف سیستم بهینه گردند. تاکنون در مطالعات انجام شده در زمینه حمل و نقل ریلی، بیشینه کردن سود یا کمینه کردن هزینه‌ها مد نظر قرار گرفته است، در صورتی که در سیستم واقعی اهداف مختلفی مد نظر قرار می‌گیرند. تعداد وسایل نقلیه مورد استفاده در طول دوره تصمیم‌گیری، ثابت در نظر گرفته

### ۲-۳ مفروضات مسئله

مفروضات اساسی در نظر گرفته شده در مدل پویا و دو هدفه تعیین تعداد ناوگان به شرح زیر است:

- حالت مسئله، پویا در نظر گرفته می‌شود، به این صورت که تقاضای مشتریان در هر دوره زمانی متغیر است و الگوی از پیش تعیین شده‌ای وجود ندارد.

- واگن‌های باری موجود در سیستم حمل و نقلی ناهمگون فرض شده‌اند.

- میزان تقاضا و زمان سیر، قطعی در نظر گرفته شده است.

- تعداد هر نوع واگن باری موجود در سیستم تا پایان دوره برنامه‌ریزی ثابت است و امکان اجاره و خرید ناوگان وجود ندارد.

- هر ایستگاه در شبکه حمل و نقل می‌تواند مبدا برخی تقاضاها و مقصد تقاضاهای دیگر باشد.

- دوره برنامه‌ریزی به دوره‌های زمانی گسسته که هر دوره زمانی برابر با یک روز است، تقسیم می‌شود.

- تقاضای مشتریان بر حسب تعداد واگن تعریف می‌شود.

- تقاضای مشتریان نمی‌تواند زودتر از زمان مشخص شده به مقصد برسد و در صورتی که تقاضای مشتری دیرتر از موعد مقرر به مقصد برسد، هر روز دیرکرد هر واگن یک تأخیر محسوب می‌شود.

- تقاضاهای پاسخ داده نشده در هر روز در سیستم از بین نمی‌روند، بلکه به تقاضاهای روز بعد اضافه می‌شود.

### ۳-۳ مدل‌سازی ریاضی

در این بخش، مدل ریاضی مسئله مورد بررسی ارائه می‌شود. ساختار اولیه این مدل ابتدا توسط بوژان و ترنکوئیست در سال ۱۹۹۱ ارائه شد [Beaujon and Turnquist, 1991]. پس از مطالعات و بررسی نظر کارشناسان مرکز تحقیقات راه‌آهن جمهوری اسلامی ایران نتیجه گیری شد که اغلب ایستگاه‌ها هم مبدا و هم مقصد تقاضاهای مختلف هستند و بعلاوه، واگن‌های باری ناهمگون هستند که در این مدل لحاظ می‌گردند. همچنین با توجه به اهمیت بهره‌برداری ناوگان، کمینه کردن تعداد تاخیرات

در کنار بیشینه کردن سود مورد بررسی قرار می‌گیرد. با در نظر گرفتن این موارد و مفروضات در نظر گرفته شده در بخش قبل، مدل زیر برای مسئله تعیین تعداد واگن‌های باری طراحی شده است.

مجموعه ایستگاه‌های شبکه با  $N$  نمایش داده می‌شوند. همچنین دوره برنامه‌ریزی  $T$  به دوره‌های زمانی گسسته تقسیم می‌شود. هر دوره زمانی  $t$  برابر با یک روز است ( $t = 0, 1, \dots, T$ ). پارامترها و متغیرهای تصمیم‌گیری مدل عبارت اند از:

#### پارامترها

$R_{ijk}$ : درآمد حاصل از جابجایی یک واگن حامل بار نوع  $k$  از مبدا  $i \in N$  به مقصد  $j \in N$

$FC_{ijk}$ : هزینه جابجایی یک واگن حامل بار نوع  $k$  از مبدا  $i \in N$  به مقصد  $j \in N$

$EC_{ijk}$ : هزینه جابجایی یک واگن خالی نوع  $k$  از مبدا  $i \in N$  به مقصد  $j \in N$

$Q_k$ : هزینه تملک یک واگن نوع  $k$ .

$HC_{ik}$ : هزینه نگهداری یک واگن نوع  $k$  در ایستگاه  $i \in N$ .

$tt_{ijk}$ : زمان سیر واگن نوع  $k$  از مبدا  $i \in N$  به مقصد  $j \in N$  (بر حسب روز)،

$D_{ijk}(t)$ : میزان تقاضای مرتبط با واگن نوع  $k$  که باید در دوره  $t$  از مبدا  $i \in N$  به مقصد  $j \in N$  (بر حسب واگن)،

$\alpha_{i,j,k}(\tau, t) = 1$ : اگر در دوره  $\tau$  مجموعه ای از واگن‌های پر

نوع  $k$  از مبدا  $i$  ارسال شود و در دوره  $t \geq \tau$  به مقصد  $j$

$\alpha_{i,j,k}(\tau, t) = 0$ : در غیر صورت فوق

$\beta_{i,j,k}(\tau, t) = 1$ : اگر در دوره  $\tau$  مجموعه ای از واگن‌های پر

نوع  $k$  از مبدا  $i$  ارسال شود و در دوره  $t \geq \tau$  به مقصد  $j$

$\beta_{i,j,k}(\tau, t) = 0$ : در غیر صورت فوق

#### متغیرها

$x_{ijk}(t)$ : تعداد واگن‌های حامل بار نوع  $k$  که در دوره  $t$  از مبدا  $i \in N$  به مقصد  $j \in N$  ارسال می‌شود

$y_{ijk}(t)$ : تعداد واگن‌های خالی نوع  $k$  که در دوره  $t$  از مبدا  $i \in N$  به مقصد  $j \in N$  ارسال می‌شود

در ایستگاه). تابع هدف (۲) عبارت است از کاهش تعداد تاخیرات در پاسخگویی به تقاضای مشتریان.  
 محدودیت (۳) تضمین می‌کند مجموع تعداد واگن‌های پر و خالی که در هر دوره زمانی از یک ایستگاه ارسال می‌شود، بیشتر از موجودی واگن‌های خالی در انتهای دوره زمانی قبل در همان ایستگاه نباشد. محدودیت (۴) تضمین می‌کند تعداد واگن‌ها در ابتدای دوره برنامه ریزی با تعداد واگن‌ها در انتهای دوره برنامه ریزی برابر باشد. محدودیت (۵) تضمین می‌کند مقادیر متغیرهای تصمیم‌گیری غیر منفی و عدد صحیح باشد.

#### ۴. الگوریتم‌های طراحی شده جهت حل مسئله پویا و دو هدفه تعیین تعداد ناوگان

در این بخش سه روش حل پیشنهادی مبتنی بر دو الگوریتم پر کاربرد ژنتیک و شبیه‌سازی تبریدی ارائه می‌شود. لازم به ذکر است در هر سه روش نحوه نمایش و تولید جواب یا جواب‌های اولیه یکسان است.

##### ۴-۱ نمایش جواب

نحوه نمایش به صورت ماتریسی با ابعاد  $K \times N$  نمایش داده می‌شود که در آن  $N$  بیانگر تعداد ایستگاه‌ها و  $K$  بیانگر انواع واگن‌های باری است. محتوای هر درایه از ماتریس برابر است با پارامتر  $V_{ki}(t)$  که نشان دهنده تعداد واگن‌های موجود از نوع  $k \in K$  در ایستگاه  $i \in N$  در ابتدای دوره برنامه ریزی است. با توجه به اینکه تعداد واگن‌ها از هر نوع تا پایان دوره برنامه ریزی تغییر نمی‌کنند و ثابت هستند، بنابراین مجموع موجودی واگن خالی از هر نوع در ابتدای دوره برنامه ریزی، کل تعداد ناوگان را ص می‌کند. شکل (۱) یک نمونه جواب پیشنهادی را با چهار ایستگاه و سه نوع واگن نشان می‌دهد.

##### ۴-۲ تولید جواب اولیه

در این پژوهش از یک رویه تصادفی برای تولید جواب اولیه استفاده می‌شود، که در آن به ایستگاه‌هایی که مبدا جریان واگن پر نیستند، مقدار صفر و برای دیگر ایستگاه‌ها کران بالا و پایین

$v_{ik}(t)$ : تعداد واگن‌های موجود از نوع  $k$  در ایستگاه  $i \in N$  در پایان دوره زمانی  $t$

$$V_{ik}(t) = V_{ik}(t-1) + \sum_j \sum_{\tau < t} \{x_{jik}(\tau) \times \alpha_{jik}(\tau, t) + y_{jik}(\tau) \times \beta_{jik}(\tau, t)\} - \sum_j \{x_{ijk}(t) + y_{ijk}(t)\}, \quad \forall i, t, k$$

$w_{ik}(t)$ : تعداد واگن‌های مستقر از نوع  $k$  در ایستگاه  $i \in N$  در طول دوره زمانی  $t$

$$W_{ik}(t) = V_{ik}(t-1) - \sum_j \{x_{ijk}(t) + y_{jik}(t)\}, \quad \forall i, t, k$$

$UD_{ijk}(t)$ : تقاضاهای پاسخ داده نشده مرتبط با واگن نوع  $k$  که باید از مبدا  $i \in N$  ارسال می‌شدند و در دوره  $t$  به مقصد  $j \in N$  می‌رسیدند

$$UD_{ijk}(t) = UD_{ijk}(t-1) + D_{ijk}(t) - \sum_{\tau < t} x_{ijk}(\tau) \times \alpha_{ijk}(\tau, t) \quad \forall i, j, t, k$$

مدل ریاضی مسئله به شرح زیر است:

$$\max \varphi = \sum_i \sum_j \sum_k \sum_t R_{ijk} \times x_{ijk}(t) - \quad (1)$$

$$\sum_i \sum_j \sum_k \sum_t \{FC_{ijk} \times x_{ijk}(t) + EC_{ijk} \times y_{ijk}(t)\} -$$

$$\sum_i \sum_k Q_k \times V_{ik}(0) - \sum_i \sum_k \sum_t \{HC_{ik} \times W_{ik}(t)\}$$

$$\min \omega = \sum_i \sum_j \sum_K \sum_t UD_{ijk}(t) \quad (2)$$

S.t

$$\sum_j \{x_{ijk}(t) + y_{ijk}(t)\} \leq V_{ik}(t-1), \quad \forall i, t, k \quad (3)$$


$$\sum_i V_{ik}(0) = \sum_j V_{ik}(t), \quad \forall i \quad (4)$$

$$x_{ijk}(t), y_{ijk}(t), UD_{ijk}(t), V_{ik}(t), W_{ik}(t) \in \mathfrak{R}^+, \quad \forall i, j, t, k \quad (5)$$

تابع هدف (۱) عبارت است از افزایش سود (اختلاف بین درآمد حاصل از جابجایی واگن‌های باردار و هزینه‌های جابجایی واگن‌ها به صورت پر و خالی، تملک واگن‌ها، نگهداری واگن‌های خالی

## مدلسازی و حل مسئله تعیین تعداد واگن‌های باری با در نظر گرفتن اهداف ...

$V_{11}(0)$	$V_{12}(0)$	$V_{13}(0)$	$V_{14}(0)$
$V_{21}(0)$	$V_{22}(0)$	$V_{23}(0)$	$V_{24}(0)$
$V_{31}(0)$	$V_{32}(0)$	$V_{33}(0)$	$V_{34}(0)$



۷۶	۵۲۸	۲۳۷	۱۶۷
۱۵۰	۲۵۴	۸۵	۹۷
۷۵۲	۱۰۵	۸۲	۱۱۱

شکل ۱. نمایش یک جواب پیشنهادی با چهار ایستگاه و سه نوع واگن

آنها نیز بر حسب اولویت در میزان کمبود واگن در ایستگاه مقصد کمان‌ها تخصیص می‌یابند. پس از تامین تمام کمبودها، اگر باز هم واگن خالی باقی ماند، ایستگاه‌های مقصد دارای مازاد واگن بر اساس هزینه ارسال واگن خالی مرتب می‌شوند، البته برای ایستگاه مقصدی که همان ایستگاه مبدا در دوره زمانی قبل است، هزینه نگهداری واگن خالی در نظر گرفته می‌شود. سپس هزینه‌ها نرمال می‌شوند و واگن‌های خالی به صورت نسبی به آنها تخصیص می‌یابند.

**حالت دوم:** در صورتی که موجودی واگن خالی کمتر از مجموع تقاضا باشد، فقط واگن پر ارسال می‌شود.

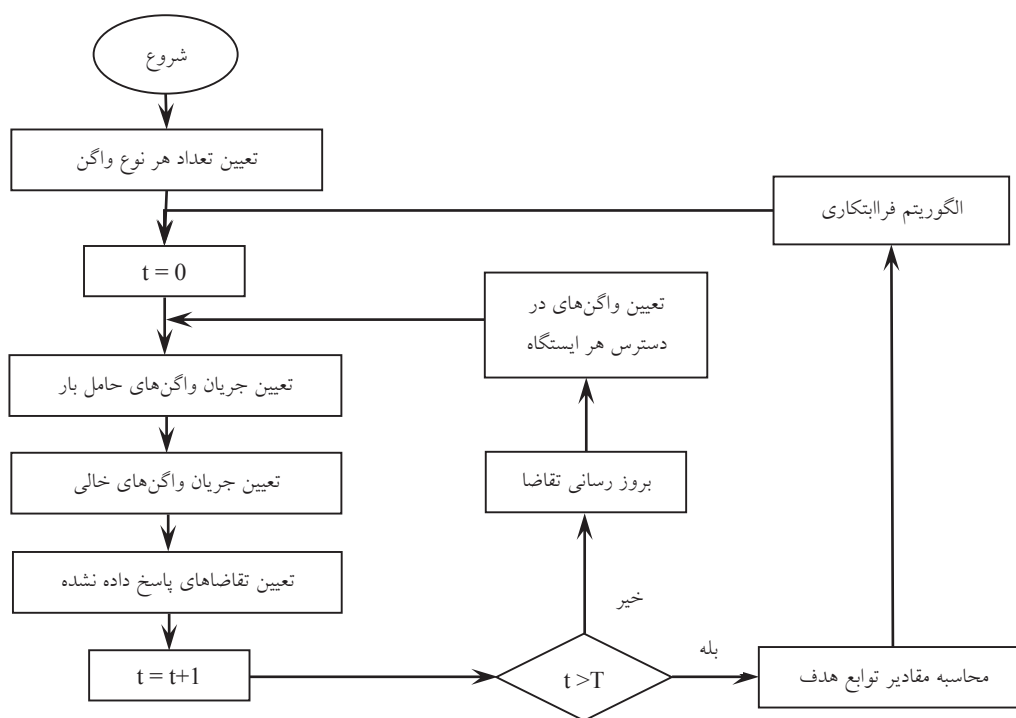
پس از تعیین وضعیت کمان‌های خروجی از ایستگاه‌ها، در دوره زمانی اول، لازم است جدول تقاضا به روز شود، چرا که تقاضاهای پاسخ داده نشده در این دوره، به کمان مشابه در دوره زمانی بعد منتقل می‌شوند. سپس ایستگاه‌ها در دوره زمانی دوم بررسی می‌شوند و رویه‌ای که در بالا ذکر شد، برای آن ایستگاه‌ها اجرا می‌شود. به همین ترتیب تا آخرین دوره زمانی (T) بررسی انجام می‌گیرد.

### ۴-۳ الگوریتم ژنتیک

استفاده از الگوریتم ژنتیک، نخستین بار در سال ۱۹۷۰ میلادی توسط هلند [Holland, 1975] در دانشگاه میشیگان مطرح شد. الگوریتم ژنتیک، روشی است که از بقای نسل در طبیعت جاندار تقلید می‌کند. از این روش به عنوان یک روش جستجوی تصادفی یاد می‌شود چرا که در فضای جواب به صورت تصادفی نمونه‌برداری می‌کند. این الگوریتم جمعیتی از کروموزوم‌ها که هر یک جوابی از فضای مسئله هستند را برای شروع انتخاب می‌کند. در این روش نحوه نمایش و تولید هر کروموزوم مطابق با توضیحات بخش (۴-۱) و (۴-۲) است که درایه‌های ماتریس جواب معرف ژن‌ها هستند. پس از تولید جمعیت اولیه توسط عملگر انتخاب والد تعدادی از کروموزوم‌ها انتخاب و بعد از

در نظر گرفته می‌شود. که در این حالت زمان حل به میزان زیادی کاهش می‌یابد. کران پایین حداقل تعداد واگنی که می‌توان در نظر گرفت یعنی صفر است و کران بالا مقداری است که تمام تقاضاها پاسخ داده شوند. پس از تعیین جواب، تخصیص واگن‌ها صورت می‌گیرد تا متغیرهای دیگر از جمله جریان واگن پر و خالی و تقاضاهای به تاخیر افتاده مشخص و سپس مقادیر توابع هدف محاسبه شود.

شکل (۲) مراحل تخصیص واگن‌های باری در طول دوره برنامه‌ریزی جهت یافتن مقادیر توابع هدف را نشان می‌دهد. در شروع الگوریتم یک جدول تقاضا بین زوج مبدا- مقصدها داریم که لازم است هر تقاضا در زمان معین شده به مقصد برسد، در صورتی که تقاضا دیرتر از زمان تعیین شده به مقصد برسد، تأخیر در نظر گرفته می‌شود. در این روش جهت تخصیص برای هر نوع واگن سه جدول خواهیم داشت. جدول (۱) مربوط به جابجایی واگن‌های پر است، جدول (۲) مربوط به جابجایی واگن‌های خالی است. جدول (۳) مربوط به تقاضاهایی که با تأخیر مواجه شده‌اند، است. هر نوع جدول به تعداد دوره‌های زمانی برنامه‌ریزی، تکرار می‌شود. ابعاد جدول نیز برابر با تعداد ایستگاه‌های شبکه است. با استفاده از جداول فوق نحوه جابجایی هر نوع واگن بین زوج مبدا- مقصدها در دوره‌های زمانی مختلف، مشخص می‌شود. نحوه تخصیص به این صورت است که برای هر نوع واگن ابتدا از دوره زمانی اول شروع می‌کنیم و در این دوره زمانی ابتدا به سراغ ایستگاه (۱) می‌رویم، سپس ایستگاه ۲، ایستگاه ۳، ...، ایستگاه n. برای هر ایستگاه، موجودی واگن خالی در آن ایستگاه با مجموع تقاضاهایی که می‌بایست از آن ایستگاه اعزام شوند، مقایسه می‌شود. در این روش دو حالت پیش می‌آید: **حالت اول:** موجودی واگن خالی بیش از مجموع تقاضا باشد، همه تقاضاها را می‌توان پاسخ داد و اگر واگن خالی باقی ماند،



شکل ۲. فلوچارت نحوه تخصیص در الگوریتم‌های پیشنهادی

بهرتر قطاع بزرگ تری از چرخ گردان نصیبشان می‌شود. که با چرخیدن چرخ مربوطه، احتمال انتخاب رشته‌های برانزده بالاتر می‌رود.  $m$  اندازه جمعیت و  $p_{sel}(i)$  نسبت برانزندی  $i$  به مجموع برانزندی است.

$$[a_1, a_2, \dots, a_m] : a_m = 1 \quad (9)$$

$$a_i = \sum_{j=1}^i p_{sel}(i) \quad i=1, \dots, m \quad (10)$$

#### ۴-۳-۲ اپراتور ترکیب

در عمل ترکیب مقدار ژن‌ها یا از والد پدر منتقل می‌شود و یا از والد مادر، بنابراین مقدار ژن تغییر نمی‌کند. در این پژوهش از اپراتور ترکیب یکنواخت استفاده شده است. در این روش برای هر ژن، یک عدد تصادفی بین صفر و یک انتخاب می‌شود، اگر عدد تصادفی کوچک تر یا برابر با  $0/5$  شود آن ژن از والد اول به فرزند اول و همان ژن از والد دوم به فرزند دوم منتقل می‌شود، در غیر این صورت آن ژن از والد دوم به فرزند اول و همان ژن از والد اول به فرزند دوم منتقل می‌شود. این روش در شکل ۳ نمایش داده شده است.

اجرای عملگرهای ترکیب و جهش بر روی والدین، فرزندان جدیدی تولید می‌گردند. در نهایت از طریق اپراتور انتخاب جمعیت فعلی برای تکرار بعدی از بین فرزندان و والدین انتخاب می‌شود. الگوریتم تا برقراری یکی از دو شرط: تعداد نسل‌های تولید شده یا تعداد تکرارهای عدم بهبود، تکرار می‌شود.

#### ۴-۳-۱ اپراتور انتخاب والد

برای شروع فرآیندهای تولید نسل در الگوریتم ژنتیک، اولین اپراتور، انتخاب والد است که به انتخاب دو کروموزم از جمعیت تحت عنوان کروموزم‌های والد می‌پردازد و آنها را جهت تولید کروموزم‌های جدید وارد مرحله تولید نسل و اعمال اپراتورهای ترکیب و جهش می‌نماید. معیار در انتخاب اعضاء ارزش تطابق آنها است، اما روند انتخاب حالتی تصادفی دارد. در این پژوهش برای انتخاب کروموزم‌های والد از مکانیزم انتخاب چرخ گردان یا رولت، که از مناسب‌ترین انتخاب‌های تصادفی بوده و ایده آن احتمال انتخاب است، استفاده شده است. در انتخاب چرخ گردان، با مشخص شدن نسبت برانزندی رشته‌ها، رشته‌ها با برانزندی



مدلسازی و حل مسئله تعیین تعداد واگن‌های باری با در نظر گرفتن اهداف ...

والدین

۱۳۱	۴۲۸	۲۳۷	۱۶۷
۱۵۰	۱۰۲	۸۵	۹۷
۷۵	۱۰۵	۸۲	۱۱۱

فرزندان

۱۳۱	۲۰۳	۲۳۷	۱۶۷
۱۵۰	۳۰۳	۲۲۰	۴۶
۱۴۶	۱۰۵	۹۹	۲۵۰

۰,۲۱   ۰,۷۵   ۰,۳۶   ۰,۱۶  
 ۰,۳۵   ۰,۶۲   ۰,۹۸   ۰,۷۸  
 ۰,۶۵   ۰,۲۴   ۰,۵۴   ۰,۶۹

۹۸	۲۰۳	۴۰۰	۱۱۰
۲۵۰	۳۰۳	۲۲۰	۴۶
۱۴۶	۸۷	۹۹	۲۵۰

۹۸	۴۲۸	۴۰۰	۱۱۰
۲۵۰	۱۰۲	۸۵	۹۷
۷۵	۸۷	۸۲	۱۱۱

شکل ۳. نحوه عملکرد اپراتور ترکیب یکنواخت در کروموزم با سه ایستگاه و چهار نوع واگن

سپس  $k$  درصد از بهترین جواب‌ها نگهداری می‌شود و بقیه جواب‌ها با استفاده از روش تصادفی انتخاب می‌شود. لازم به ذکر است که تعداد جمعیت در هر نسل ثابت باقی می‌ماند.

۴-۴ الگوریتم شبیه‌سازی تبریدی

الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده یک الگوریتم بهینه‌سازی فراابتکاری ساده و اثربخش در حل مسائل بهینه‌سازی است که اولین بار توسط متروپولیس در سال ۱۹۵۳ پیشنهاد شد و جهت بهینه‌سازی، اولین بار توسط کرک پاتریک در سال ۱۹۸۳ مطرح شد. الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده روشی مبتنی بر تکنیک تبرید تدریجی است. این تکنیک شامل قرار دادن ماده در دمای بالا و سپس کم کردن تدریجی این دماست. این الگوریتم مبتنی بر جستجوی همسایگی در فضای جواب است و جواب‌های احتمالی و نامطلوب را جهت فرار از دام بهینه محلی و دستیابی به جواب‌های بهتر، می‌پذیرد. در شرایط تبرید تدریجی برای هر دمای داده شده، سطح انرژی ذرات ماده، طبق تابع توزیع بولتزمن محاسبه می‌شود. این احتمال در ابتدا بزرگ است و در طول اجرای الگوریتم، متناسب با دما کاهش می‌یابد. از نظر تئوری این الگوریتم با غلبه بر بهینه محلی قادر به یافتن جواب بهینه سراسری خواهد بود. پارامترهای الگوریتم عبارتند از: دمای اولیه،

۴-۳-۳ اپراتور جهش

این اپراتور تحت مقدار احتمالی ثابت و کوچک  $P_m$  روی دو کروموزم حاصل از مرحله ترکیب اعمال می‌شود. برای هر ژن از هر کروموزوم، یک عدد تصادفی تولید می‌شود، اگر عدد تصادفی کوچکتر یا برابر با  $P_m$  بود، مقدار ژن تغییر خواهد کرد، در غیر این صورت مقدار ژن ثابت باقی خواهد ماند. برای محاسبه احتمال جهش از فرمول زیر استفاده می‌شود:

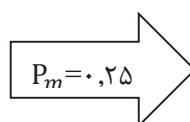
$$P_m = \frac{1}{\alpha \times \text{تعداد ژن}} \quad , \quad 1,5 \leq \alpha \leq 2 \quad (11)$$

در این پژوهش یک مقدار عدد صحیح بر اساس یک توزیع یکنواخت در بازه  $[-100, +100]$  به مقدار ژن اضافه می‌شود. اگر مقدار ژن به عدد منفی تبدیل شود یا از کران پائین کمتر شود، مقدار ژن برابر با کران پائین ژن در نظر گرفته خواهد شد و اگر مقدار ژن از کران بالا بیشتر شود، مجدداً اپراتور جهش اجرا می‌شود. این روش در شکل ۴ نمایش داده شده است.

۴-۳-۴ اپراتور جایگزینی

روش‌های گوناگونی برای جایگزینی می‌توان در نظر گرفت. در این پژوهش از روش نخبه‌گرایی استفاده می‌شود به این صورت که نسل قبل و فرزندان تولید شده در یک ظرف قرار می‌گیرند،

۹۸	۴۲۸	۴۰۰	۱۱۰
۲۵۰	۱۰۲	۸۵	۹۷
۷۵	۸۷	۸۲	۱۱۱



۱۸۵	۴۲۸	۳۲۵	۱۹۰
۲۵۰	۱۰۲	۸۵	۹۷
۱۸۵	۱۵۷	۸۲	۱۱۱

شکل ۴. نحوه عملکرد اپراتور جهش در کروموزم با سه ایستگاه و چهار نوع واگن

جواب‌های بهتر پذیرفته می‌شود و به یک الگوریتم هیوریستیک تبدیل می‌شود. در شروع الگوریتم دمای اولیه باید طوری انتخاب شود که نسبتی از جواب‌های بدتر پذیرفته شوند. برای کاهش دما روش‌های مختلفی وجود دارد که در این پژوهش از روش پویای هندسی استفاده شده است:

$$T_{i+1} = \alpha T_i \quad , \quad 0 < \alpha < 1 \quad (13)$$

#### ۴-۵ الگوریتم ترکیبی GA-SA

این روش ترکیبی از دو الگوریتم ژنتیک و شبیه‌سازی تبریدی است. در این روش با استفاده از الگوریتم ژنتیک تعداد ناگان موجود در سیستم حمل و نقلی تعیین می‌شود و سپس با استفاده از الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده تعداد ناگان تعیین شده توسط الگوریتم ژنتیک، در شبکه تخصیص یافته و تقاضاها را سرویس می‌دهد. به عبارت دیگر ابتدا نسل اولیه توسط الگوریتم ژنتیک تولید می‌شود. سپس جواب تولید شده در الگوریتم ژنتیک، ورودی الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده قرار می‌گیرد، یعنی برای هر جواب (کروموزوم) از الگوریتم ژنتیک، یکبار الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده پیاده می‌شود و مقدار تابع هدف هر جواب (کروموزوم) به دست می‌آید. مجدداً الگوریتم ژنتیک یک نسل دیگر از جواب‌ها را تولید می‌کند و سپس برای هر یک از جواب‌ها (کروموزوم‌ها) یکبار دیگر الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده اجرا می‌شود و به همین ترتیب ادامه می‌یابد تا زمانی که یکی از شروط خاتمه الگوریتم ژنتیک، تعداد نسل‌های تولید شده یا تعداد تکرارهای بهبود نیافته، برقرار شود. در این روش نحوه نمایش کروموزوم و تولید جواب اولیه به صورت بخش (۴-۱) است. در این روش از اپراتورهای استفاده شده در روش‌های قبل استفاده می‌شود.

#### ۴-۵-۱ نمایش جواب در بخش الگوریتم شبیه‌سازی تبریدی

برای نمایش جواب‌های الگوریتم، سه نوع جدول برای هر نوع واگن خواهیم داشت. جدول (۱) نشان دهنده جابجایی واگن‌های پر است، جدول (۲) نشان دهنده جابجایی واگن‌های خالی است و جدول (۳) نشان دهنده تقاضاهایی است که با تأخیر مواجه

دمای نهایی، نرخ کاهش دما، تعداد تکرار در دمای ثابت، تعداد تکرار در صورت عدم بهبود جواب. نحوه یافتن جواب اولیه در این روش مطابق با توضیحات بخش (۴-۱) و (۴-۲) است. الگوریتم با برقراری یکی از دو شرط: رسیدن به دمای نهایی یا تعداد تکرارهای عدم بهبود جواب، خاتمه می‌یابد.

#### ۴-۴-۱ ساختار همسایگی

برای جواب اولیه  $X$  باید جواب همسایه  $X'$  مشخص شود. به منظور ایجاد جواب همسایه ابتدا یکی از انواع واگن‌ها و یکی از دوره‌های زمانی و در نهایت یکی از ایستگاه‌های شبکه، به صورت تصادفی انتخاب می‌شود که به ترتیب با  $k$  و  $t$  و  $i$  نمایش داده می‌شوند. سپس بررسی می‌شود که آیا ایستگاه  $i$  در دوره  $t$  قادر به سرویس‌دهی تقاضاهای مربوط به واگن نوع  $k$  بوده است یا نه؟ دو حالت پیش می‌آید:

حالت اول: در دوره  $t$  ایستگاه  $i$  دچار  $y$  تا کمبود واگن نوع  $k$  شده است و تعدادی از تقاضاهای نوع  $k$  تامین نشده‌اند. در این حالت به تعداد واگن‌های نوع  $k$  در ایستگاه  $i$  مقداری تصادفی از بازه  $[1, y]$  اضافه می‌شود.

حالت دوم: در دوره  $t$  ایستگاه  $i$  دچار  $y$  تا مازاد واگن نوع  $k$  شده است و تمام تقاضاهای نوع  $k$  تامین شده‌اند. در این حالت از تعداد واگن‌های نوع  $k$  در ایستگاه  $i$  مقداری تصادفی از بازه  $[1, y]$  کم می‌شود.

#### ۴-۴-۲ زمانبندی کاهش دما

فرآیند کاهش دما در موفقیت الگوریتم تاثیر بسزایی دارد و هر قدر سرعت کاهش آن کمتر باشد، تکرارهای اجرای الگوریتم بیشتر می‌شود. همان طور که قبلاً ذکر شد، الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده برای فرار از بهینه محلی از یک تابع احتمالی جهت پذیرش جواب‌های بدتر استفاده می‌کند. این تابع عبارت است از:

$$P(\Delta E, T) = e^{-\frac{\sum_i \Delta E(f_i)}{T}} \quad (12)$$

در صورتی که مقدار  $T$  خیلی پایین در نظر گرفته شود، فقط

## مدلسازی و حل مسئله تعیین تعداد واگن‌های باری با در نظر گرفتن اهداف ...

یابند و به همین ترتیب تا آخرین دوره ادامه می‌یابد. در صورتیکه مقدار جریان، افزایش یافت، باید مقدار اضافه شده از سایر کمان‌های خروجی از ایستگاه مبدا تامین گردند.

حالت دوم: اگر کمان واگن خالی انتخاب شد، مقدار آن با عددی در بازه  $[+30\%/Y, -30\%/Y]$  می‌تواند جمع شود، به نحوی که از موجودی واگن در ایستگاه مبدا بیشتر نشود. در صورتی که مورد فوق نقض شود، آن همسایگی حذف شده و همسایگی دیگری انتخاب می‌شود، و سپس مشابه قبل عمل می‌شود. زمانبندی کاهش دما مانند بخش (۴-۴-۲) است.

### ۵. نتایج محاسباتی

در این بخش پس از تعیین ضریب اهمیت هر تابع هدف از طریق روش وزنی، پارامترهای هر سه روش به کمک یک مثال عددی در سائز کوچک با داده‌های واقعی، تنظیم شد. و در نهایت برای شرکت رجا هر سه الگوریتم اجرا شد.

### ۵-۱ روش وزنی

در برخی از روش‌های MODM استفاده از وزن امری ضروری است. وزن‌ها اهمیت نسبی اهداف را بیان می‌کنند. هدفی که وزن بیشتری را به خود اختصاص دهد از دیدگاه تصمیم گیرنده یا تصمیم گیرندگان از اهمیت بیشتری برخوردار است. در اینجا از روش رتبه‌بندی استفاده شده است، به این صورت که از ۱۰ نفر از کارشناسان راه‌آهن خواسته شد به با ارزشترین هدف، رتبه ۱ و به هدف بعدی رتبه ۲ را اختصاص دهند. این رتبه‌بندی را رتبه‌بندی خام گویند که باید از روابط مربوطه جهت تعیین وزن هر تابع هدف استفاده شود. از طرفی واحد تابع هدف اول ریال و واحد تابع هدف دوم واگن است و برای جمع دو تابع هدف نیاز است واحدها یکی شوند. به همین دلیل برای هر تقاضای به تاخیر افتاده هزینه‌ای برابر با ۹۶۰۰۰ ریال در نظر گرفته شده است.

در نتیجه ضریب هر تابع هدف از طریق رابطه ۱۴ محاسبه شد که در آن  $R_p$  مجموع رتبه‌های تبدیل شده قضاوت‌ها برای هدف  $P$  ،  $R_{pj}$  رتبه تخصیص داده شده توسط تصمیم گیرنده  $j$  به هدف

شده‌اند. هر نوع جدول به تعداد دوره‌های زمانی برنامه‌ریزی، تکرار می‌شود. ابعاد جدول نیز برابر با تعداد ایستگاه‌های شبکه است. با استفاده از جداول فوق نحوه جابه‌جایی واگن‌ها بین زوج مبدا- مقصدها در دوره‌های زمانی مختلف، مشخص می‌شود.

### ۴-۲ جواب اولیه

نحوه تخصیصی که در بخش (۴-۲) توضیح داده شد برای ورودی الگوریتم (کروموزوم) انجام می‌شود. این تخصیص به عنوان جواب اولیه برای الگوریتم شبیه‌سازی تبرییدی است و مقدار تابع هدف برای این تخصیص محاسبه می‌شود.

### ۴-۳ ساختار همسایگی

هنگامی که جواب اولیه  $S$  را در اختیار داریم، لازم است جواب همسایه  $S'$  مشخص شود. جهت ایجاد جواب همسایه به این صورت عمل می‌شود. ابتدا یکی از کمان‌های شبکه اعم از کمان جابجایی واگن پر یا واگن خالی به صورت تصادفی انتخاب می‌شود و سپس مقدار جریان روی آن تغییر داده می‌شود. دو حالت پیش می‌آید:

حالت اول: اگر کمان واگن پر انتخاب شد، مقدار آن با عددی در بازه  $[+30\%/X, -30\%/X]$  می‌تواند جمع شود به نحوی که جریان واگن روی آن کمان از موجودی واگن خالی در ایستگاه مبدا و نیز از تقاضای به روز شده کمان، بیشتر نشود. در صورتی که هر یک از موارد فوق نقض شود، آن همسایگی حذف شده و همسایگی دیگری انتخاب می‌شود.

در صورتی که مقدار جریان، کاهش یافت، مازاد آن به موجودی واگن در ایستگاه مبدا اضافه می‌شود، سپس این مقدار جریان به کمان‌های حامل واگن پر که بخشی از تقاضای آنها برآورده نشده، تخصیص می‌یابد و اگر بازهم واگن خالی باقی ماند، به کمان‌های حامل واگن خالی تخصیص داده می‌شود. سپس تقاضای کمان‌های مشابه در دوره بعد به روز می‌شود و از دوره زمانی بعد به ترتیب ایستگاه‌ها چک می‌شوند، اگر تعداد واگن ورودی به ایستگاه تغییر کرده بود، باید مجدداً این مقادیر به کمان‌های خروجی تخصیص

## الیس مسیحی، زهرا مفاخری

جدول ۲. نتیجه رتبه‌بندی سه هدف توسط ۱۰ نفر

اهداف		رتبه	
		۱	۲
پیشینه کردن سود $F_1$		۱۰	۰
کمینه کردن تاخیر در پاسخ‌گویی به تقاضا $F_2$		۶	۴

ایستگاه و ۴ نوع واگن و با دوره برنامه‌ریزی ۷ روزه، که پارامترهای آن مطابق با داده‌های شرکت رجا تنظیم شده است، مورد استفاده قرار گرفته است. جهت افزایش دقت تنظیم پارامترها، برای هر پارامتر بیش از ۳ حالت در نظر گرفته و برای هر حالت ۲۰ بار الگوریتم‌ها اجرا شده‌اند. سپس بر اساس درصد خطای مسئله انتخاب بهترین حالت صورت گرفته است. مقادیر مورد آزمایش و مقادیر تایید شده‌ی هر پارامتر برای هر روش در جداول (۳) و (۴) و (۵) آورده شده است.

$k, P$ : تعداد تصمیم‌گیرندگان است.

$$W_p = R_p / \sum_{j=1}^k R_{pj} \quad (14)$$

در نتیجه تابع هدف جدید مسئله ذکر شده به صورت ۱۵ خواهد شد:

$$\text{Max } F = 0,62 F_1 + 0,38 F_2 \quad (15)$$

### ۲-۵ تنظیم پارامترها

در این بخش به تنظیم پارامترهای ۳ الگوریتم حل طراحی شده و همچنین مقایسه و بررسی کارایی سه الگوریتم برای مسئله پویا و دو هدفه تعیین تعداد ناوگان پرداخته می‌شود. سایر مسئله با داده‌های واقعی بسیار بزرگ است و بنابراین استفاده از آن برای تنظیم پارامترها بسیار زمانبر خواهد بود. در این خصوص یک مسئله آزمایشی نمونه‌ای با ۷

### ۳-۵ مقایسه الگوریتم‌های پیشنهادی در حل مسئله تعیین

#### تعداد ناوگان شرکت رجا

در این قسمت مسئله واقعی از طریق هر سه الگوریتم طراحی شده حل و نتایج به بحث گذاشته می‌شود. برای این منظور هر الگوریتم با توجه به مقادیری که در قسمت قبل برای پارامترهای آن به

جدول ۳. بازه تغییرات و مقادیر اولیه پارامترها روش ژنتیک

اطلاعات ژنتیک	مقدار تایید شده	بازه تغییرات	مقادیر مورد بررسی
اندازه جمعیت	۲۸	$[2, 4] \times$ تعداد ایستگاه	۲۸، ۲۴، ۲۰، ۱۴
تعداد تکرار	۴۰۰	$[200, 400]$	۴۰۰، ۳۰۰، ۲۰۰
توقف در صورت عدم بهبود جواب	۳۰۰	$[100, 300]$	۳۰۰، ۲۰۰، ۱۰۰
تعداد خبره	۲	$[0,2, 0,1] \times$ جمعیت	۵، ۴، ۳، ۲
احتمال عملگر تقاطعی	۰,۶	$[0,5, 0,8]$	۰,۸، ۰,۷، ۰,۶، ۰,۵
آلفا (عملگر جهشی)	۱,۶	$[1,5, 2]$	۱,۸، ۱,۷، ۱,۶، ۱,۵

جدول ۴. بازه تغییرات و مقادیر اولیه پارامترهای الگوریتم شبیه‌سازی تبری

اطلاعات تبری شبیه‌سازی شده	مقدار تایید شده	بازه تغییرات	مقادیر مورد بررسی
دمای اولیه	۸۰۰	$[400, 1000]$	۱۰۰۰، ۹۰۰، ۸۰۰، ۷۰۰، ۶۰۰، ۵۰۰، ۴۰۰
دمای نهایی	۵	$[5, 30]$	۳۰، ۲۰، ۱۰، ۵
نرخ سرد شدن	۰,۹۵	$[0,8, 0,99]$	۰,۹۹، ۰,۹۵، ۰,۹، ۰,۸۵
تعداد تکرار در دمای ثابت	۱۵	$[10, 25]$	۲۵، ۲۰، ۱۵، ۱۰
توقف در صورت عدم بهبود جواب	۵۰	$[40, 70]$	۷۰، ۶۰، ۵۰، ۴۰

جدول ۵. بازه تغییرات و مقادیر اولیه پارامترهای الگوریتم ترکیبی SA-GA

اطلاعات ژنتیک	مقدار تایید شده	بازه تغییرات	مقادیر مورد بررسی
اندازه جمعیت	۲۸	[۲، ۴] × تعداد ایستگاه	۲۸، ۲۱
تعداد تکرار	۷۰۰	[۶۰۰، ۸۰۰]	۸۰۰، ۷۰۰، ۶۰۰
توقف در صورت عدم بهبود جواب	۵۰۰	[۳۰۰، ۵۰۰]	۳۰۰، ۴۰۰، ۵۰۰
تعداد خبرگان	۳	[۰٫۲، ۰٫۱] × جمعیت	۵، ۴، ۳
احتمال عملگر تقاطعی	۰٫۷	[۰٫۵، ۰٫۸]	۰٫۷، ۰٫۶، ۰٫۵
آلفا (عملگر جهشی)	۱٫۶	[۱٫۵، ۲]	۱٫۸، ۱٫۷، ۱٫۶
اطلاعات تیرید شبیه‌سازی شده	مقدار تایید شده	بازه تغییرات	مقادیر مورد بررسی
دمای اولیه	۵۰۰	[۲۰۰، ۷۰۰]	۶۰۰، ۵۰۰، ۴۰۰
دمای نهایی	۳۰	[۱۰، ۵۰]	۵۰، ۴۰، ۳۰، ۲۰
نرخ سرد شدن	۰٫۹	[۰٫۸، ۰٫۹۹]	۰٫۰۹۹/۹۵، ۰٫۹، ۰٫۸۵
تعداد تکرار در دمای ثابت	۱۰	[۵، ۲۰]	۲۰، ۱۰، ۵
توقف در صورت عدم بهبود جواب	۳۰	[۱۰، ۵۰]	۲۰، ۳۰، ۴

طور مثال آخرین جواب پارتو بیان می‌کند، طبق نحوه تخصیص بکار رفته برای ناوگان، نیاز به ۸۱۷ واحد واگن مخزنی و ۹۱۱ واحد واگن مسقف و ۱۰۲۵ واحد واگن لبه کوتاه و ۱۹۲۷ واحد واگن لبه بلند است، که منجر به ۶۹۸۹ تاخیر در طول دوره برنامه ریزی و ۸۵۵۲۳۵۷۷۶۴۷ ریال سود حاصل از پاسخ‌گویی به تقاضا می‌شود. همچنین در هر بار اجرای الگوریتم ژنتیک در مدت زمان مذکور به طور متوسط ۳۵۲ مرتبه الگوریتم تکرار شده است. سطر آخر جدول نیز میانگین هر پارامتر را برای مجموعه جواب پارتو نشان می‌دهد.

با توجه به نتایج حاصل در جدول (۷)، الگوریتم تیرید شبیه‌سازی در مدت زمان ۴۰۰۰ ثانیه، ۵ جواب پارتو به دست آورده است. به طور مثال آخرین جواب پارتو بیان می‌کند، طبق نحوه تخصیص بکار رفته برای ناوگان، نیاز به ۱۳۹۳ واحد واگن مخزنی و ۹۲۷ واحد واگن مسقف و ۳۳۹۹ واحد واگن لبه کوتاه و ۲۵۷۳ واحد واگن لبه بلند می‌باشد، که منجر به ۹۶۷۴ تاخیر در طول دوره برنامه ریزی و ۲۶۶۱۷۴۰۴۴۹۷ ریال سود حاصل از پاسخ‌گویی به تقاضا می‌شود. همچنین در هر بار اجرای الگوریتم ژنتیک در مدت زمان مذکور به طور متوسط ۱۰۶ مرتبه الگوریتم تکرار شده است.

با توجه به نتایج حاصل در جدول (۸)، الگوریتم ترکیبی در مدت زمان ۴۰۰۰ ثانیه، ۷ جواب پارتو به دست آورده است. به طور

دست آمده است تنظیم و هر کدام برای مسئله رجا ۱۰ مرتبه اجرا شده‌اند. طی بحث‌ها و گفتگوهای صورت گرفته با کارشناسان مرکز تحقیقات راه‌آهن در این خصوص نتایج زیر حاصل شد:

- بیش از ۸۵٪ از تقاضاهای بار در شبکه مربوط به ۴ نوع از واگن‌های باری است که در این پژوهش این ۴ نوع در نظر گرفته شده‌اند: واگن لبه کوتاه، واگن لبه بلند، واگن مسقف، واگن مخزنی.

- ۸۰٪ از تقاضاهای مربوط به چهار نوع واگن مذکور، مربوط به ۳۰ ایستگاه از ایستگاه‌های شبکه راه‌آهن است که در این پژوهش در نظر گرفته شده‌اند.

- زمان سیر واگن‌ها بین ایستگاه‌ها و هزینه‌های حمل هر واگن پر و حمل هر واگن خالی و هزینه نگهداری هر واگن و درآمد حاصل از حمل هر واگن پر و هزینه تملک، مربوط به ۴ نوع واگن در نظر گرفته شده مطابق با اطلاعات شبکه ریلی ایران برآورد شده است.

برای مقایسه سه روش حل، زمان اجرای هر سه مقدار ثابت ۴۰۰۰ ثانیه در نظر گرفته شده است. نتایج حاصل از اجرای هر الگوریتم در جداول (۶)، (۷) و (۸) آورده شده‌اند.

با توجه به نتایج حاصل در جدول (۶)، الگوریتم ژنتیک در مدت زمان ۴۰۰۰ ثانیه، ۱۵ جواب پارتو به دست آورده است. به

الیس مسیحی، زهرا مفاخری

جدول ۶. نتایج ۱۰ مرتبه اجرای الگوریتم ژنتیک

جواب‌های پارتو						
تابع هدف اول: سود (ریال)	تابع هدف دوم: تعداد تاخیرات	واگن لبه بلند	واگن مسقف	واگن	واگن لبه	واگن
۹۰۷۶۳۴۰۸۱۸۲	۹۹۰۹	۱۸۶۰	۸۷۸	۸۶۳	۶۵۶	۶۵۶
۸۸۸۳۰۴۰۶۴۴۲	۸۲۹۴	۱۹۴۷	۸۵۳	۹۱۹	۶۶۰	۶۶۰
۸۹۸۸۰۲۷۹۵۴۲	۸۴۳۹	۱۹۱۶	۸۳۵	۹۱۹	۶۶۱	۶۶۱
۹۰۰۳۰۴۶۴۵۶	۸۵۹۶	۱۹۱۵	۸۵۳	۹۱۹	۶۴۳	۶۴۳
۹۰۵۷۲۶۰۲۳۰۶	۹۷۶۳	۱۸۶۱	۸۳۴	۸۶۳	۶۹۱	۶۹۱
۸۴۷۰۵۰۹۵۷۵۱	۷۸۶۳	۱۹۸۶	۱۵۰۵	۸۳۵	۳۴۵	۳۴۵
۸۴۷۸۸۰۶۲۵۱۸	۷۹۰۲	۱۹۹۷	۱۵۱۳	۸۹۷	۳۴۵	۳۴۵
۸۴۸۰۳۷۸۹۰۰۸	۷۹۳۱	۱۹۹۷	۱۵۱۳	۸۹۳	۳۴۷	۳۴۷
۸۳۹۶۱۹۸۹۳۴۸	۶۴۷۲	۱۹۶۷	۹۸۶	۸۷۰	۸۰۸	۸۰۸
۸۴۰۳۳۷۸۵۹۷۳	۶۵۴۷	۱۹۶۷	۹۸۶	۸۴۷	۸۰۸	۸۰۸
۸۳۹۸۹۲۸۹۳۴۸	۶۴۸۴	۱۹۶۷	۹۸۶	۸۶۷	۸۰۸	۸۰۸
۸۴۶۵۶۴۴۱۴۷۲	۶۶۸۵	۱۹۵۱	۹۹۲	۸۳۰	۸۱۲	۸۱۲
۸۴۰۴۲۸۱۶۷۵۸	۶۵۶۱	۱۹۶۸	۹۸۶	۸۴۶	۸۰۹	۸۰۹
۸۵۵۷۸۶۸۹۲۸۲	۶۹۹۶	۱۹۲۷	۱۰۲۶	۹۰۹	۸۱۷	۸۱۷
۸۵۵۲۳۵۷۷۶۴۷	۶۹۸۹	۱۹۲۷	۱۰۲۵	۹۱۱	۸۱۷	۸۱۷
میانگین تعداد	میانگین تابع هدف	میانگین تابع هدف	میانگین تعداد واگن باری			
تکرارها	دوم: تعداد تاخیرها	اول: سود (میلیون)	زمان حل	لبه بلند	لبه	مسقف مخزن
۳۵۲	۷۶۹۵	۸۶۴۰۹	۴۰۰۰	۱۹۴۴	۱۰۵۳	۸۷۹

جدول ۷. نتایج ۱۰ مرتبه اجرای الگوریتم تبرید شبیه‌سازی

جواب‌های پارتو						
تابع هدف اول: سود (ریال)	تابع هدف دوم: تعداد تاخیرات	واگن لبه بلند	واگن مسقف	واگن	واگن لبه	واگن
۳۹۷۳۰۴۶۲۷۹۹	۱۷۰۱۹	۱۹۹۷	۲۹۵۱	۱۳۹۶	۱۷۲۱	۱۷۲۱
۳۲۹۷۰۴۹۳۴۰۶	۱۴۱۲۷	۲۳۹۰	۱۸۰۸	۱۴۶۸	۱۶۶۳	۱۶۶۳
۳۰۸۴۷۸۰۲۵۱	۸۷۶۵	۳۴۱۴	۲۶۵۶	۱۱۴۴	۱۴۴۸	۱۴۴۸
۳۸۲۹۳۶۷۱۶۷۴	۱۴۳۰۶	۲۳۹۰	۱۸۰۸	۱۴۶۸	۱۱۲۱	۱۱۲۱
۲۶۶۱۷۴۰۴۴۹۷	۹۶۷۴	۲۵۷۳	۳۳۹۹	۹۲۷	۱۳۹۳	۱۳۹۳
میانگین تعداد تکرارها	میانگین تابع هدف	میانگین تابع هدف	میانگین تعداد واگن باری			
تعداد جواب‌های	دوم: تعداد تاخیرها	اول: سود (میلیون)	زمان حل	لبه بلند	لبه	مسقف مخزنی
۱۰۶	۱۲۷۷۸	۲۸۱۴۰	۴۰۰۰	۲۵۵۳	۲۵۲۴	۱۲۸۱

از پاسخ گویی به تقاضا میشود. همچنین در هر بار اجرای الگوریتم ژنتیک در مدت زمان مذکور به طور متوسط ۱۰۶ مرتبه الگوریتم تکرار شده است. فضای جواب حاصل از سه الگوریتم پیشنهادی در شکل (۵) نشان داده شده است که در آن منحنی رسم شده جبهه پارتو

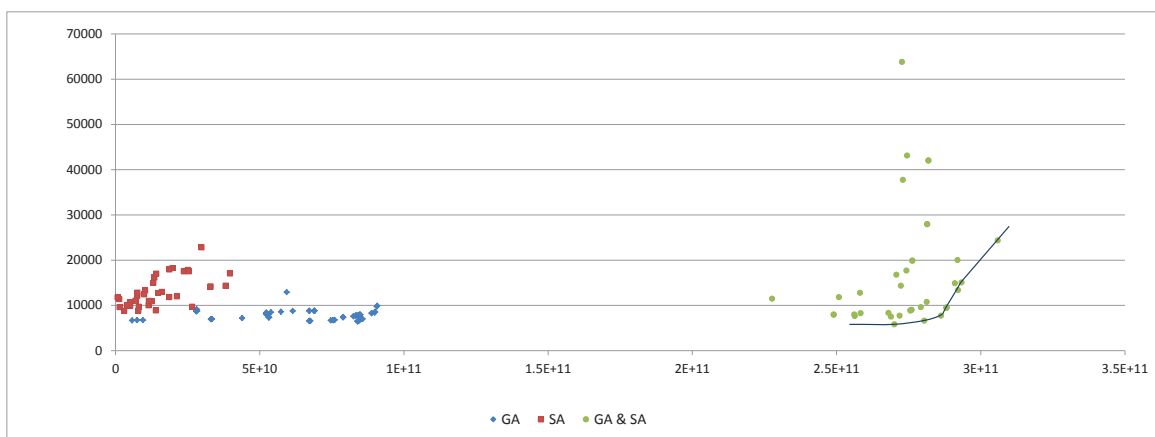
مثال آخرین جواب پارتو بیان میکند، طبق نحوه تخصیص بکار رفته برای ناوگان نیاز به ۱۷۰۸ واحد واگن مخزنی و ۱۹۶۲ واحد واگن مسقف و ۳۱۸۶ واحد واگن لبه کوتاه و ۲۴۸۱ واحد واگن لبه بلند است که منجر به ۲۴۳۳۶ تاخیر در طول دوره برنامه ریزی و ۳۰۵۹۱۹۲۷۲۸۱۳ ریال سود حاصل

جدول ۸. نتایج ۱۰ مرتبه اجرای الگوریتم ترکیبی SA-GA

جواب‌های پارتو				تابع هدف اول: سود(ریال)	تابع هدف دوم: تعداد
واگن	واگن مسقف	واگن لبه کوتاه	واگن لبه بلند	میانگین تابع	میانگین تعداد
۱۹۷۱	۱۵۵۲	۳۷۷۳	۳۷۸۳	۹۴۹۵	۲۸۱۸۴۱۱۰۳۱۹
۱۹۸۶	۱۸۰۳	۲۹۹۴	۵۷۷۹	۵۷۸۷	۲۷۰۱۰۱۸۴۲۲۱۹
۱۷۶۷	۱۶۸۳	۳۶۶۵	۳۶۷۴	۱۳۳۸۵	۲۹۲۱۵۲۱۲۱۳۳۹
۱۹۵۶	۸۷۸	۳۷۲۶	۵۴۳۹	۷۷۱۲	۲۸۶۲۴۹۴۷۹۹۸۸
۱۹۸۰	۱۵۲۷	۲۹۹۴	۳۶۷۷	۶۶۲۵	۲۸۰۴۶۶۹۸۸۳۸۴
۱۷۰۱	۲۰۹۸	۳۰۱۴	۳۶۰۰	۱۵۰۴۱	۲۹۳۴۰۷۷۶۷۱۹۲
۱۷۰۸	۱۹۶۲	۳۱۸۶	۲۴۸۱	۲۴۳۳۶	۳۰۵۹۱۹۲۷۲۸۱۳

میانگین تعداد تکرارها	تعداد جواب‌های	میانگین تابع هدف دوم:	میانگین تابع هدف	میانگین زمان حل (ثانیه)	میانگین تعداد واگن باری
۲	۷	۱۱۷۶۹	۲۸۸۰۶۹	۴۰۰۰	مخزنی
					لبه کوتاه
					لبه بلند
					مسقف
					مخزنی



شکل ۵. مقایسه الگوریتم‌های طراحی شده

## ۶. نتیجه گیری و پیشنهادات

هدف در مسئله مورد مطالعه تعیین تعداد بهینه ناوگان است به طوری که سود بیشینه و تعداد تأخیرات، کمینه شود. در مدل‌های دیگر برای هر تأخیر هزینه جریمه در نظر گرفته می‌شد در صورتی که در شرایط واقعی برای تأخیر در تقاضای بار جریمه تعلق نمی‌گیرد. بنابراین در این پژوهش با در نظر گرفتن نظر تعدادی از کارشناسان مرکز تحقیقات راه‌آهن ضریب اهمیت هر تابع از طریق روش وزنی محاسبه شد. همچنین در مدل مورد بررسی تخصیص واگن‌های خالی جهت افزایش بهره‌برداری از واگن‌های موجود در شبکه و در نتیجه آن کاهش حجم زیادی از هزینه‌های تملک ناوگان و

جواب‌های بهینه به دست آمده را نشان می‌دهد. بهترین جواب‌های مسئله آنهایی هستند که کمترین مقدار را در کردار عمودی (تعداد تأخیرات) و بیشترین مقدار را در کردار افقی (سود) داشته باشند. همان‌طور که شکل (۵) نشان می‌دهد، هر یک از نقاط روی منحنی از نظر هر دو تابع هدف، بر نقاط دیگر به دست آمده که بر روی منحنی قرار ندارند برتر می‌باشند به عبارتی غلبه می‌کنند در حالی که هیچ یک از نقاط روی منحنی بر هم غلبه ندارند که بهترین جواب‌های به دست آمده در مدت زمان اجرا و همان مجموعه نقاط بهینه پارتو هستند. با توجه به توضیحات الگوریتم ترکیبی عملکرد خیلی خوبی داشته است.

۷. مراجع

- Beaujon, G. J. and Turnquist, M. A. (1991) "A model for fleet sizing and vehicle allocation", *Transportation Science*, Vol. 25, No. 1, pp. 19-45.
- Bojovic, N. (2002) "A general system theory approach to rail freight car fleet sizing", *European Journal of Operational Research*, Vol. 136, No. 1, pp. 136-172.
- Dong, J. X. and Song, D. P. (2009) "Effectiveness of an empty container repositioning policy with flexible destination ports", *IFSPA*, Vol. 45, No. 6, pp. 860-877.
- Godwin, T., Gopalan, R. and Narendran, T. T. (2008) "Tactical locomotive fleet sizing for freight train operations", *Transportation Research, Part E: Logistics and Transportation*, Vol. 10, No. 3, pp. 440-454.
- Imai, A. and Rivera, F. (2001) "Strategic fleet size planning for maritime refrigerated containers", *Maritime Policy and Management*, Vol. 28, No. 4, pp. 361-374.
- Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D. and Vecchi, M. P. (1983) "Optimization by simulated annealing", *Science*, No. 220, pp. 671-680.
- Kochel, P., Kunze, S. and Nielander, U. (2003) "Optimal control of a distributed service system with moving resources: Application to the fleet sizing and allocation problem", *Int. J. Production Economics*, Vol. 81-82, pp. 443-459.
- Li, Z. and Tao, F. (2010) "On determining optimal fleet size and vehicle transfer policy for a car rental company", *Computers & Operations Research*, Vol. 37, No. 2, pp. 341-350.
- List, G. F., Wood, B., Nozick, L. K., Turnquist, M.A., Jones, D.A., Kjeldgaard, E.A. and Lawton, C. R. (2003) "Robust optimization for fleet planning under uncertainty", *Research Transportation, Part E*, Vol. 39, No. 3, pp. 209-227.
- Sayarshad, H. R. and Ghoseiri, K. (2009) "A simulated annealing approach for multi-periodic rail-car

نگهداری مورد توجه واقع شده است. همچنین مدل اطلاعاتی نظیر تعداد و نوع واگن‌های مستقر در هر ایستگاه و تعداد و نوع تقاضاهای پاسخ داده نشده و تعداد و نوع واگن‌های پر و خالی در حال سیر را تعیین می‌کند.

از آنجا که مسئله مورد بررسی جزء مسایل NP-Hard است [Sayarshad and Ghoseiri, 2009] و در سایزهای واقعی توسط نرم‌افزارهای دقیق قابل حل نیست. بنابراین برای حل مدل ریاضی مورد مطالعه نیاز به استفاده از الگوریتم‌های فرابتکاری است. همچنین به دلیل اهمیت بسیار مسئله تعیین تعداد ناوگان، در تصمیم‌گیری‌های استراتژیک سیستم‌های حمل و نقل بخصوص شبکه راه‌آهن، به روش‌هایی کارآ برای حل آن نیاز است که بتوانند در زمان مناسب جواب‌های پارتو مناسبی در اختیار تصمیم‌گیرندگان قرار دهند.

برای حل مدل چندهدفه ارائه شده سه روش حل پیشنهاد و مورد بررسی قرار گرفتند که عبارتند از: روش حل مبتنی بر الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده، و الگوریتم ژنتیک، و روش ترکیبی SA-GA است. روش اول یک الگوریتم جستجوی محلی پیشرفته است که یک جواب را انتخاب و طی تکرارهایی آن را بهبود می‌دهد. روش دوم جمعیتی از جواب‌ها را همزمان بهبود می‌دهد و نقطه قوت آن در جستجوی سراسری است. در هر سه روش تا حد امکان سعی شد نیاز شبکه از طریق واگن‌های خالی موجود در شبکه تأمین شود، که این امر سبب کاهش حجم وسیعی از هزینه‌ها می‌شود. نتایج نشان می‌دهند که الگوریتم‌های جستجوی سراسری برای این نوع مسئله بهتر از الگوریتم‌های جستجوی محلی است که در آن جستجوی سراسری صورت نمی‌گیرد. روش سوم که نقطه ضعف دو روش قبل را ندارد، به عبارتی هم جستجوی محلی در آن پیش بینی شده و هم جستجوی سراسری، به جواب‌های بسیار خوبی دست یافته است. لازم به ذکر است که الگوریتم‌ها تحت نرم‌افزار MATLAB (R2012a) برنامه‌نویسی و اجرا شده‌اند.



fleet sizing problem", Computers and Operations Research, Vol. 36, No. 6, pp. 1789-1799.

- Sayarshad, H. R. and Tavakkoli-Moghaddam, R. (2010) "Solving a multi periodic stochastic model of the rail-car fleet sizing by two-stage optimization formulation", Applied Mathematical Modeling, Vol. 34, No. 5, pp. 1164-1174.

- Song, D. P. and Earl, C. F. (2008) "Optimal empty vehicle repositioning and fleet-sizing for two-depot service systems", European Journal of Operational Research, Vol. 185, No. 2, pp. 760-777.

- Yaghini, M. and Khandaghabadi, Z. (2013) "A hybrid metaheuristic algorithm for dynamic rail car fleet sizing problem", Applied Mathematical Modelling, Vol. 37, pp. 4127-4138.

