یک روش جدید برای حل مسئله حمل و نقل عمومی با استفاده از برنامه‌ریزی خطی و الگوریتم فراابتکاری ترکیبی PS-ACO

الهام جباری، دانش آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده علوم کامپیوتر، واحد تبریز، دانشگاه آزاد اسلامی، تبریز، ایران

شهرام سعیدی (مسئول مکاتبات)، استادیار، گروه مهندسی صنایع، واحد تبریز، دانشگاه آزاد اسلامی، تبریز، ایران

E-mail: sh_saeidi@iaut.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۶/۱۰/۱۹ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۹/۱۳

چکیده

*اتوبوس‌رانی یکی از مهم‌ترین سامانه‌های حمل و نقل عمومی شهری بوده و اتوبوس به دلیل امتیازات خاص خود نسبت به سایر سامانه‌ها، بیشتر مورد توجه قرار گرفته است. در اکثر شهرها، سامانه اتوبوس‌رانی با توجه به فقدان سامانه‌های پیشرفته حمل و نقل از قبیل مترو، تراموا، قطار سبک شهری و مانند آن‌ها وظیفه سنگینی را بر عهده دارند. به علت ویژگی‌های مثبت و مزایای این سامانه، ارتقای کارآیی آن به برنامه‌ریزی، اندیشه و راه‌حل‌های متعدد مسئولین و متخصصین این امر نیاز دارد. در این مقاله، یک مدل برنامه‌ریزی خطی به منظور بهینه‌سازی سیستم اتوبوس‌رانی شهری با هدف کمینه کردن مجموع هزینه‌های راه‌اندازی خطوط، هزینه تعمیرات و نگهداری و میزان مصرف سوخت و همچنین با کمینه‌سازی زمان ورود اتوبوس به ایستگاه‌ها سطح رفاه مسافران را به حداکثر برساند. مدل پیشنهادی در نرم افزار **GAMS** شبیه‌سازی گردیده و بر روی آن تحلیل حساسیت صورت گرفته است. با توجه به پیچیدگی و زمان محاسباتی بالای مدل پیشنهادی، یک روش فراابتکاری ترکیبی مبتنی بر رهیافت‌های کولونی مورچگان **(ACO)** و ازدحام ذرات **(PSO)** موسوم به **PS-ACO** نیز برای حل آن توسعه داده شده و در نرم‌افزار متلب **(MATLAB)** شبیه‌سازی گردیده است. نتایج محاسباتی نشان می‌دهد هزینه سوخت و فاصله مکانی بین ایستگاه‌ها، بیشترین تاثیر در میزان هزینه‌های عملیاتی و فاصله زمانی بین ایستگاه‌ها و بیشترین تاثیر در سطح رفاه مسافرین را دارد. همچنین تعداد ایستگاه‌ها، تاثیر بیشتری بر پیچیدگی و زمان حل مدل نسبت به تعداد مسیر و تعداد اتوبوس از خود نشان می‌دهد.*

واژه‌های کلیدی: مسئله حمل و نقل عمومی، برنامه‌ریزی خطی، GAMS، PS-ACO.

۱. مقدمه

از دیرباز مسئله حرکت، جابجایی و انتقال کالا و خدمات برای انسان حائز اهمیت بوده و بنا به این ضرورت، انسان همواره در جستجوی راه‌هایی برای برطرف نمودن این نیاز مهم بوده است . در طی ادوار گذشته، هر چه جوامع بزرگ‌تر و پیشرفته‌تر شدند، بر پیچیدگی مسئله حمل و نقل نیز افزوده شده است، به‌طوری‌که آنچه دنیای امروز با آن روبه‌روست، شبکه‌های عظیم و پیچیده حمل و نقل زمینی، هوایی، دریایی، بین‌المللی، برون‌شهری و درون‌شهری است. در بخش حمل و نقل درون‌شهری، ازجمله راهکارهای پیش رو، گسترش دادن شبکه حمل و نقل عمومی شامل مترو، تراموا، اتوبوس‌رانی، شبکه‌های ریلی، تشویق به استفاده از دوچرخه، پیاده‌روی و غیره است.

در کشورهای درحال‌توسعه از جمله ایران، محدودیت‌های فنی، مالی و مدیریتی قادر به ایجاد سریع همه انواع شبکه‌های حمل و نقل عمومی نیستند. با این وجود، بهترین، ارزان‌ترین و سریع‌ترین گزینه، گسترش شبکه اتوبوس‌رانی درون‌شهری است. امروزه اتوبوس مهم‌ترین وسیله حمل و نقل عمومی در اکثر شهرهای کشور و همچنین بیشتر کشورهای درحال‌توسعه به‌شمار می‌آید. برای راه‌اندازی اتوبوس نیاز به سرمایه‌گذاری کمی است و وابستگی مسیر خاصی در مقایسه با سایر سامانه‌های حمل و نقل جمعی مانند مترو، تراموا و ... ندارد و از این رو قابل توسعه و تغییر است. علاوه بر این، اتوبوس با توجه به متوسط تعداد سرنشینی که دارد، در مقایسه با خودرو سطح بسیار کمتری از خیابان‌ها و فضای شهر را اشغال می‌کند.

هم‌اکنون، ۲۵ درصد سفرهای درون‌شهری کشور ما با ناوگان اتوبوس‌رانی انجام می‌گیرد [Tarrahan-Taraddod Consulting Engineers, 1385]. درواقع، هر چه سهم حمل و نقل عمومی از سفرهای درون شهری افزایش پیدا کند، به حل مشکلات، کمک بیشتری خواهد شد. با تقویت و ساماندهی عملکرد حمل و نقل عمومی، بخصوص سیستم مترو و در شهرهایی که این امکان وجود ندارد، لااقل با گسترش سیستم اتوبوس‌رانی و توسعه آن در تمام قسمت‌های شهر می‌توان از تردد وسایل نقلیه خصوصی در سطح شهر جلوگیری نمود تا با طراحی مناسب و معقول این سیستم در جهت رفع عیوب و افزایش کارآیی آن تلاش کرد تا به این وسیله رفاه و آسایش موردنظر برای شهروندان ایجاد شود. با مطالعه دقیق سیستم اتوبوس‌رانی به‌عنوان یکی از کارآ ترین وسایل حمل و نقل عمومی می‌توان به بهبود عملکرد این سامانه کمک نموده و علاوه بر حل مشکلات حمل و نقل، زمینه رضایت‌مندی شهروندان را نیز فراهم نمود[Bitabaji, 2009] .

این مقاله در ۸ بخش تنظیم شده است. بخش دوم به بیان مسئله، بخش سوم به مطالعه ادبیات موضوع و بخش چهارم به روش شناسی پژوهش و بخش پنجم شرح روش پیشنهادی اختصاص دارد. نتایج محاسباتی پیاده‌سازی مدل در نرم افزار GAMS در بخش ششم و شرح روش فراابتکاری پیشنهادی PS-ACO در بخش هفت درج گردیده است. نتیجه‌گیری کلی در بخش ۸ آورده شده است.

۲. بیان مسئله

مسائل و چالشهای مختلفی در حوزه حمل و نقل عمومی ازجمله اتوبوس وجود دارد. در میان این مسائل می‌توان به مسئله زمان تأخیر اتوبوس‌ها و هزینه‌های عملیاتی اشاره کرد که در ادامه، به اختصار بیان می‌شوند.

تعیین زمان تأخیر برای مسافران اتوبوس‌های شهری در ایستگاه-ها جهت بهره‌مندی از خدمات ارائه شده حائز اهمیت است زیرا اگر این زمان از حد قابل‌پذیرش فراتر رود، تأثیر آن احتمالا موجب خواهد شد که تعدادی مسافر از استفاده از این سامانه منصرف شوند. در این میان با توجه به ویژگی سامانه اتوبوس شهری که جابجا کردن تعداد زیادی مسافر در مسیرهای طولانی و پرازدحام است، یکی از عوامل مهم برای جذب مردم استفاده از امکانات حمل و نقل همگانی، کاستن از زمان انتظار مسافران آن‌ها در ایستگاه‌ها است. از آنجاکه در سامانه‌های حمل و نقل اتوبوس شهری، کوتاه بودن فواصل اعزام اتوبوس‌ها و نظم

سرویس‌دهی و ارائه خدمات طبق برنامه زمان‌بندی اهمیت زیادی دارد، بنابراین فاکتور زمان از اهمیت بالایی برخوردار است تا اتوبوس‌ها با حداقل زمان توقف در ایستگاه‌ها و مسافران با صرف حداقل زمان برای انتظار کشیدن، بتوانند جابجا شوند. [Kashanjoo and Mofidishemirani, 1388] راه‌اندازی و بهره‌برداری از سامانه‌های حمل و نقل همگانی هزینه‌های گزافی برای ارائه‌کننده سامانه و معمولاً دولت دارد. به‌همین دلیل ارائه‌کننده سامانه سعی در بهینه‌سازی هزینه‌های خود دارد. از سوی دیگر، هدف از راه‌اندازی سامانه حمل و نقل همگانی، ایجاد امکان حمل و نقل سریع و ارزان برای کلیه اقشار جامعه و درعین‌حال کاهش اثرات منفی حمل و نقل مانند آلودگی هوا، ازدحام، آلودگی صوت و نظایر آن است. کاهش هزینه‌ها به‌عنوان یکی از توابع هدف مسئله بهینه‌سازی شبکه حمل و نقل همگانی انتخاب می‌شود که در بهینه‌سازی مسیر و بهینه‌سازی ناوگان درواقع هزینه‌های ناشی از سرویس‌دهی حمل و نقل همگانی محاسبه می‌شود که در عمل شامل هزینه‌های عملیاتی و هزینه‌های استفاده‌کنندگان است [Zhao, 2006].

هزینه‌های عملیاتی شامل هزینه ایجاد زیرساخت‌های جدید سامانه جابجایی شهری، هزینه بهسازی، هزینه نگهداری و تعمیرات ناوگان موجود، هزینه‌های مربوط به خدمه، تأمین سوخت و غیره است. با توجه به اهمیت فاکتور هزینه باید در مرحله طراحی و اجرای یک ناوگان حمل و نقل غیر شخصی تصمیماتی اتخاذ گردد تا با صرف حداقل هزینه‌های عملیاتی حداکثر بهره‌وری از ناوگان حاصل گردد.

در این پژوهش، یک مدل ریاضی برای مسئله حمل و نقل عمومی با ناوگان اتوبوسرانی برای نیل به اهداف زیر ارایه گردیده است: کاهش هزینه‌های عملیاتی از طریق کاهش هزینه‌های راه‌اندازی شبکه، نگهداری و تعمیرات شبکه و مصرف سوخت، افزایش سطح رفاه مسافران با حداقل کردن زمان ورود اتوبوس به ایستگاه‌ها.

مدل پیشنهادی، در محیط نرم افزار GAMS پیاده‌سازی گردیده و نتایج حاصل، مورد ارزیابی و تحلیل حساسیت قرار گرفته است. علیرغم خطی‌سازی روابط غیرخطی در مدل پیشنهادی، زمان محاسباتی لازم برای حل آن در مثال‌های با ابعاد متوسط و بزرگ، زیاد بوده و به همین دلیل یک روش فراابتکاری ترکیبی مبتنی بر الگوریتم‌های بهینه‌سازی کولونی مورچگان و ازدحام ذرات نیز برای حل مدل پیشنهادی توسعه داده شده است. نتایج محاسباتی حکایت از بهبود چشمگیر زمان محاسباتی در رسیدن به جواب بهینه و سرعت همگرایی بالای روش پیشنهادی دارد که در بخش ۷ شرح داده شده است.

۳. مطالعه ادبیات موضوع

در این بخش به مطالعه کارهای پیشین و همچنین معرفی روش مورد استفاده در مقاله پرداخته می‌شود.

۳-۱ کارهای پیشین

یکی از قدیمی‌ترین مسائل بهینه‌سازی در شبکه حمل و نقل همگانی توسط مندل [Mandle, 1980] در سال ۱۹۸۰ ارائه شد که از دو مرحله تشکیل گردیده است. در مرحله اول، یک شبکه امکان‌پذیر اولیه ایجاد می‌شود و در مرحله بعدی، تابع هدفی به‌صورت کل زمان سفر استفاده‌کنندگان، شامل زمان سفر داخل وسیله و زمان انتظار کمینه می‌شود.

این روش توسط بسیاری افراد مورد استفاده قرار گرفته که الگوریتم مندل را برای شبکه‌های مختلف آزمایش کرده و نیز اصلاحاتی در آن انجام دادند. در واقع شبکه سویس به‌عنوان یک مسئله پایه برای ارزیابی روش‌ها در مسائلی از این دست مورد استفاده قرار گرفته است.

ژائو و گان [Zhao and Gan, 2003] با هدف کمینه‌سازی زمان سفر و تعداد تغییر وسیله در شبکه مدلی پیشنهاد نموده و از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید به منظور بهینه‌سازی مسیر و از روش سریع‌ترین کاهش برای تعیین بهترین سرفاصله زمانی استفاده نمودند.

ساهاریدیس، دیمیتروپولوس و اسکوردیلیس [Saharidis, Dimitropoulos and Skordilis, 2013] در مقاله خود

شبکه حمل و نقل اتوبوس شهری را به هدف به حداقل رساندن زمان انتظار سپری شده توسط مسافران به صورت ریاضی مدل‌سازی کرده و با اطلاعات به‌دست‌آمده توسط شبکه اتوبوس جزیره کرت یونان آزمایش نمودند. پارامترهای ارزیابی، زمان انتظار مشتری در گره‌های شبکه و در نظر گرفتن مطالبات مسافران در زمان‌های مشخص است.

در مطالعه‌ای که در کشور ترکیه توسط یتیشکول و شنبیل انجام گرفته است [Yetiskul and Senbil, 2010]، تعیین کیفیت و نیز تعیین عوامل زمینه‌ای تنوع زمان سفر در سامانه حمل و نقل اتوبوس شرکت واحد است که از اطلاعات شهر آنکارا استفاده شده است. پارامترهای ارزیابی عبارت‌اند از: سه عامل اصلی ایجاد تنوع در زمان سفر یعنی بعد زمانی، بعد فضایی و مشخصات سرویس که در این مقاله معرفی و آزمون شده‌اند.

همچنین کاظم خانلو و واحدی [Kazemkhanlou and Vahedi, 2015] سیستم جابجایی مسافران شهری را از منظر اقتصادی مورد تحلیل قرار داده و احتمالات افزایش قیمت و هزینه حمل مسافر در طول یک مسیر را بصورت پارامتریک در شبکه حمل و نقل کشور ترکیه به عنوان مطالعه موردی بررسی کردند.

نحوه تعریف خطوط مناسب در یک سامانه حمل و نقل عمومی توسط شوبل [Schobel, 2011] بیان شده است . پارامترهای ارزیابی در این مطالعات عبارت‌اند از: میزان هزینه تحمیل‌شده بر مسافران و خطی که سرویس مدنظر مسافران را به بهترین نحو ارائه کند.

در یک مطالعه که توسط مارتینز، ماتونه و اورگوهارت [Martinez, Mauttone and Urquhart, 2014] انجام گرفت، مسئله بهینه‌سازی بسامد جابجایی مسافران درون شهری را بیان می‌کند که هدف تعیین فاصله زمانی برای اتوبوس بعدی در یک سامانه حمل و نقل اتوبوس شرکت واحد است که برای تعیین بسامد در موارد بزرگ (موارد واقعی) از الگوریتم فراابتکاری جستجوی ممنوع استفاده می‌کند. پارامترهای ارزیابی عبارت‌اند از: توالی توقف‌ها، بخش‌بندی خیابان‌ها و ظرفیت سامانه برای جابجایی همه مسافرانی که قصد استفاده از سامانه را دارند.

یک بررسی کلی از تعاریف، طبقه‌بندی‌ها، محدودیت‌ها، اهداف، توپولوژی شبکه، متغیرهای تصمیم و متدهای راه‌حل مسائل حمل و نقل شهری، حاوی دو مسئله طراحی شبکه جاده‌ای و طراحی شبکه حمل و نقل عمومی در مطالعات فراهانی و همکاران در سال ۲۰۱۳ [Farahani et al. 2013] بیان شده و جهت‌گیری‌های آینده در هر دو مدل و رویکرد بیان گردیده است. بهره‌دار، بهره‌دار وصالحی در مقاله خود [Bahredar, Bahredar and Salehi, 1394] به بررسی روش‌های افزایش رفاه مسافران و بهبود جریان عبور و مرور و بهینه‌سازی زمان توقف قطار در ایستگاه‌ها پرداختند.

رویکردی برای بهینه‌سازی محل ایستگاه‌های اتوبوس برای به حداقل رساندن هزینه‌های اجتماعی ناشی از سامانه حمل و نقل درون شهری که پارامترهای ارزیابی، نحوه طراحی شبکه و فاصله ایستگاه‌های اتوبوس در مطالعات ایبه‌آس و همکارآن [Ibeas, et al. 2010] انجام گرفت.

روش بیان‌شده در مطالعات لیو و همکارآن [Liu, et al. 2013] به اتوبوسی که دیر کرده و از برنامه زمان‌بندی عقب است اجازه می‌دهد تا از یک یا چند ایستگاه در مسیرش صرف‌نظر کرده و توقف ننماید. مزایای این روش به حداقل رساندن کل زمان انتظار، کل زمان سفر در داخل اتوبوس و به حداقل رساندن کل هزینه‌های عملیاتی است.

مطالعات ایباراروجاس و ریوس‌سولیس [IbarraRojas, RiosSolis, 2012] به یک مسئله برنامه‌ریزی استراتژیک شبکه اتوبوس که زمان خروج اتوبوس است اشاره دارد که بررسی روی شبکه اتوبوس شهرهای منتری و مکزیکوسیتی که مشابه سایر شهرهای آمریکای لاتین است انجام شده است. معیارهای ارزیابی در این مقاله بهینه‌سازی انتقال مسافر و فاصله خروج اتوبوس‌ها است.

محققان در مرجع [Elyasi, Javanshir, Afandizadeh, 2011]در حال ادت یک روش فراابتکاری جدید مبتنی بر جستجوی ممنوع برای طراحی شبکه اتوبوسرانی شهر قزوین به عنوان مطالعه موری با هدف کاهش هزینه‌های استفاده کنندگان و ارایه‌کنندگان خدمات توسعه داده و نشان دادند که روش پیشنهادی آنان حدود ۱۰,۵ درصد منجر به کاهش هزینه‌ها می‌شود.

همچنین افندی‌زاده، مومن‌پور و ناصرعلوی در مرجع [Afandizadeh, Momenpour and, Naseralavi, 2015] به تخمین دقیق تقاضای سفر مسافران با استفاده از ابزار شبکه عصبی و رگرسیون پرداخته و مدل پیشنهادی خود را بعنوان مطالعه موردی بر روی محور اردبیل–خلخال مورد ارزیابی قرار دادند. نتایج شبیه‌سازی آنها نشان می‌دهد که روش شبکه عصبی از دقت بیشتری نسبت به روش رگرسیون برخوردار است. عطایی، توکلی مقدم و عزیزی [Ataei, TavakkoliMogaddam and Azizi, 2017] در پژوهش خود، به بهینه‌سازی مسئله حمل و نقل اتوبوسرانی شرکت واحد در شهر اردبیل پرداخته و یک مدل چند هدفه به منظور کاهش هزینه و زمان سفر با حداقل پوشش سفر شهری توسط اتوبوسها ارایه کرده و از روش بهینه سازی انبوه ذرات با بردار ارزیابی برای مسیرهای موجود استفاده کرده و نتایج آن را با الگوریتم بهینه سازی انبوه ذرات چند هدفه مقایسه نمودند. شهدایی، رحیمی و احدی [Shohadarei, Rahimi, Ahadi, 1394] به مدل‌سازی مسئله مسیریابی حمل و نقل و حل آن با استفاده از الگوریتم ژنتیک پرداخته و نشان دادند که مدل آنها در مسایل کوچکتر بهتر عمل می‌کند.

کونچه‌وا، زالسکی و زوزین [Koncheva, Zalesskiy and Zuzin, 2015] در پژوهش خود که بصورت مطالعه موردی در شهر پالم‌کرای روسیه انجام گرفت، سیستم حمل و نقل عمومی و شهری را مورد تجزیه و تحلیل قرار داده و نشان دادند که مشخصات مسئله در حالت شهری و منطقه‌ای بسیار مشابه است و نتیجه گرفتند که مشکلات حمل و نقل منطقه‌ای عمدتا به دلیل فقدان مقررات دولتی است.

لیو و همکارآن [Liu et al. 2017] در مقاله خود به بهینه‌سازی ساختار حمل و نقل اتوبوسرانی با درنظر گرفتن عواملی مانند مسافت طی شده و میزان راحتی سفر پرداختند. آنها مدل پیشنهادی خود را بصورت دولایه طراحی نموده و روشی مبتنی بر الگوریتم ژنتیک برای حل آن توسعه دادند. همچنین تنگ، سدر و گه [Tang, Ceder and Ge, 2017] در مقاله خود یک مدل بهینه‌سازی به منظور بیشینه‌کردن میزان رفاه اجتماعی بر اساس ایجاد یک ساختار کرایه سودآور و تنظیم استراتژی‌های عملیاتی مبتنی بر تقاضای مسافران پرداختند. آنها مدل پیشنهادی خود را بعنوان مطالعه موردی در شهر دالیان چین مورد مطالعه قرار دادند و نتیجه گرفتند ترکیب بهینه استراتژی‌های علمیاتی با ساختار تفاضلی کرایه، منجر به بیشترین پتانسیل در افزایش رفاه اجتماعی می‌شود.

مطالعه و مقایسه روش‌های موجود با روش پیشنهادی در این مقاله نشان می‌دهد اغلب پژوهش‌های پیشین مسئله جابجایی مسافران درون شهری را بصورت تک هدفه بررسی نموده و محدودیت‌های اندکی را مدنظر قرار داده‌اند. همچنین در این

مقالات، تحلیل حساسیت جامع و دقیق بر روی پارامترهای موثربر تابع هدف، کمتر مورد توجه بوده یا اصلا انجام نشده است. در این مقاله، یک مدل جامع دوهدفه برای مسئله حمل نقل اتوبوسرانی شهری ارایه گردیده و برای نخستین بار بر روی پارامترهای موثر بر مدل، تحلیل حساسیت انجام گرفته است تا موثرترین عامل بر توابع هدف شناسایی شده تا در محیط واقعی، تمرکز هزینه و ارایه راه حل، بر آن پارامترها معطوف گردد. همچنین تاکنون از روش فراابتکاری ترکیبی PS-ACO برای حل چنین مسایلی استفاده نگردیده است که این موارد، نوآوری اصلی در این مقاله به شمار می‌آیند.

٤. روش‌شناسی پژوهش

در این بخش، ابتدا به معرفی روش‌های بهینه‌سازی کولونی مورچگان و الگوریتم ازدحام ذرات، سپس به معرفی روش ترکیبی PS-ACO پرداخته می‌شود.

٤-١ روش بهینه‌سازی کولونی مورچگان

رهیافت فراابتکاری بهینه‌سازی کولونی مورچگان که توسط مارکو دوریگو در سال ۱۹۹۲ معرفی گردید، یک روش جستجوی مبتی بر جمعیت است که از رفتار مورچه‌ها برای یافتن غذا و حمل آن به لانه از طریق کوتاهترین مسیر الهام گرفته است. مورچه‌های واقعی در طبیعت، در هنگام پیمایش مسیر، ماده‌ای به نام فرومون از خود برجای می‌گذارند که به عنوای یک عامل راهنما، مورد استفاده سایر مورچه‌ها در پیمایش همین مسیر برای کشف غذا یا بازگشت به لانه قرار می‌گیرد. این ماده در مجاورت هوا تبخیر شده و غلظت آن کم می‌شود. در نتیجه، مسیرهای کوتاهتر دارای غلظت بیشتری از فرومون بوده و احتمال پیمایش آنها توسط مورچه‌ها به مرور افزایش می‌یابد تا نهایتا کوتاهترین مسیر حاصل شود.

در روش استاندارد ACO، از یک گراف برای مدل‌سازی مسئله استفاده می‌شود. در ابتدا، تعداد n مورچه مصنوعی بر روی m گره از گراف بطور تصادفی قرار می‌گیرند. سپس در طول تکرارهای متوالی اجرای الگوریتم، این مورچه‌ها از طریق یال‌ها به گره‌های مجاوری که قبلا پیمایش نکرده‌اند حرکت نموده و جواب‌های جدیدی برای مسئله تولید می‌کنند. انتخاب گره بعدی برای حرکت، یک تصمیم احتمالی بوده و بر اساس میزان فرومون موجود مسیرها انجام می‌گیرد. رابطه (۱) احتمال حرکت مورچه k ام را از گره i ام به گره j ام نشان می‌دهد [Dorigo, Maniezzo and Colorni, 1996].

$$P_{ij}^{k} = \frac{[\tau_{ij}(t)]^{\alpha}[\eta_{ij}]^{\beta}}{\sum_{l\in N_i^k}[\tau_{il}(t)]^{\alpha}[\eta_{il}]^{\beta}} \qquad \text{if } j \in N_i^k \qquad (۱)$$

که در آن، $\tau_{ij}(t)$، مقدار فرومون موجود بر روی مسیر بین گره‌های i و j در لحظه t ام، اطلاعات ابتکاری مسیر بین دو گره، α و β پارامترهای اهمیت نسبی مسیر فرومون و اطلاعات ابتکاری بوده و N_i^k مجموعه انتخاب‌های امکان‌پذیر مورچه k ام را نشان می‌دهد. این رابطه بیان می‌دارد که مورچه‌ها تمایل به انتخاب مسیری دارند که از مقدار فرومون بیشتری نسبت به سایر مسیرها برخوردار است. هنگامی که یک مورچه مسیری را از لانه تا مقصد (منبع غذایی) تکمیل می‌کند، مقدار فرومون این مسیر با استفاده از رابطه (۲) بهنگام می‌شود. در این رابطه، $0<\rho<1$ ضریب تبخیر فرومون است که در بازه زمانی Δt در مسیر بین گره i و j انجام می‌شود [Dorigo, Maniezzo, Colorni, 1996].

$$\tau_{ij}(t+\Delta t)=(1-\rho).\tau_{ij}(t)+\Delta\tau_{ij} \qquad (۲)$$

$$\Delta\tau_{ij}=\sum_{k=1}^{n}\Delta\tau_{ij}^{k} \qquad (۳)$$

مقدار عبارت $\Delta\tau_{ij}$ با استفاده از رابطه (۳) قابل محاسبه است. در این رابطه، $\Delta\tau_{ij}^{k}$ عبارت است از مقدار فرومونی که توسط مورچه k ام در مسیر بین گره i به گره j، در بازه زمانی $t+\Delta t$ اضافه می‌شود و مقدار آن معمولا بر اساس مقدار برازندگی جواب تولید شده توسط مورچه تعیین می‌گردد.

٤-٢ روش بهینه‌سازی ازدحام ذرات

روش بهینه‌سازی ازدحام ذرات اولین بار توسط کندی و ابرهارت در سال ۱۹۹۵معرفی گردید [Kennedy and Eberhart, 1995]، یک روش جستجوی مبتنی بر جمعیت است که از

الگوری رفتاری پرندگان نشات گرفته است. هر ذره از جمعیت، دارای موقعیت و سرعت متغیری است که بر اساس آن در فضای جستجو حرکت می‌کند. هر ذره، موقعیت بهترین جوابی که تاکنون بدست آورده است (P^{Best}) را به خاطر می‌سپارد و حرکت بعدی خود را، بر اساس ترکیبی از بهترین جواب خود و بهترین جواب سایر ذرات (P^{Global}) محاسبه و انجام می‌دهد.

در یک فضای جستجوی D بعدی، موقعیت و سرعت ذره iام در فضا، به ترتیب با دو بردار $X_i=(x_{i1}, x_{i2},\dots,x_{iD})^T$ و $V_i=(v_{i1}, v_{i2},\dots,v_{iD})^T$ و موقعیت بهترین جواب یافت شده تا کنون با $P_i=(p_{i1}, p_{i2},\dots,p_{iD})^T$ قابل نمایش است. اگر g شماره اندیس بهترین ذره موجود در جمعیت فرض شود، بهنگام‌سازی بردار سرعت و موقعیت ذرات جمعیت، به ترتیب با استفاده از روابط (٤) و (٥) انجام می‌پذیرد [Kennedy, Eberhart, 1995] و [Shi and Eberhart, 1998].

$$v_{id}^{n+1} = \omega v_{id}^{n} + c_1 r_1^n (p_{id}^n - x_{id}^n) + c_2 r_2^n (p_{gd}^n - x_{id}^n) \quad (٤)$$

$$x_{id}^{n+1} = x_{id}^n + v_{id}^{n+1} \quad (٥)$$

که در آن، n نشان‌دهنده شماره تکرار، ω معرف وزن اینرسی، c_1 و c_2 ضرایب مثبت موسوم به ثابت‌های شتاب هستند که با روش سعی و خطا تنظیم می‌شوند. افزایش در مقدار پارامتر c_1 باعث تقویت (پیش برد) جستجوی فضای پاسخ می گردد به طوری که هر ذره به سمت بهترین موقعیت خودش (P^{Best}) حرکت می‌کند و بالعکس افزایش در مقدار پارامتر c_2، باعث تقویت (پش برد) میزان بهره برداری از حداقل سراسری می‌شود . مقادیر r_1 و r_2 نیز اعداد تصادفی یکنواخت در بازه [0, 1] هستند که جهت حفظ تنوع ذرات در جمعیت مورد استفاده قرار می‌گیرند.

٤-٣ روش بهینه‌سازی ترکیبی PS-ACO

این روش که توسط شانگ و همکارآن در سال ٢٠١١ معرفی گردیده است [Shuang et al. 2011]، بر پایه الگوریتم بهینه-سازی مورچگان استوار است با این تفاوت که در آن، محاسبات مربوط به بهنگام‌سازی مقادیر فرومون در هر تکرار، با الهام از روش بهنگام‌سازی بردار سرعت ذرات در روش PSO انجام می‌شود. به عبارت دیگر، رابطه (٣) با ترکیب رابطه (٤)، به صورت رابطه (٦) بازنویسی و جایگزین می‌شود.

$$\Delta\tau_{ij} = \sum_{k=1}^{n} \Delta\tau_{ij}^{k} + c1.r1.\sum_{k=1}^{n} \Delta\tau_{ij}^{local_k} + c2.r2.\sum_{k=1}^{n} \Delta\tau_{ij}^{global} \quad (٦)$$

در این رابطه، جمله $\Delta\tau_{ij}^{local_k}$ برای بهنگام‌سازی محلی مقدار فرومون مسیر گره i به گره j توسط مورچه kام و جمله $\Delta\tau_{ij}^{global}$ برای بهنگام‌سازی سراسری همان لبه مورد استفاده قرا گرفته و با استفاده از روابط (٧) و (٨) محاسبه می‌شوند [Shuang, Chen and Li, 2011].

$$\Delta\tau_{ij}^{local_k} = \frac{Q}{f_{best_so_far}^{k}} \quad (٧)$$

$$\Delta\tau_{ij}^{global} = \frac{Q}{f_{best_so_far}} \quad (٨)$$

که در آن، Q یک مقدار ثابت، $f_{best_so_far}^{k}$ و $f_{best_so_far}$ به ترتیب برابر بهترین مقدار برازندگی (تابع هدف) حاصل شده توسط مورچه kام و مقدار بهترین تابع هدف بدست آمده توسط تمامی مورچه‌ها هستند. کلیات روش فراابتکاری ترکیبی PS-ACO توسعه داده شده برای حل مدل پیشنهادی، پس از ارایه و معرفی مدل ریاضی مسئله در بخش ٧ آورده شده است.

٥. مدل ریاضی پیشنهادی

در این بخش به ارایه مدل ریاضی پیشنهادی مسئله حمل و نقل اتوبوسرانی درون شهری به منظور بیشینه نمودن سطح رفاه مسافران و کاهش هزینه‌های عملیاتی پرداخته می‌شود. در ارایه مدل فرض بر آن است که شبکه‌های خیابانی کاملاً پیوسته بوده و دو گره خیابان در نهایت توسط یک مسیر شبکه به یکدیگر

متصل می‌شوند. همچنین ناوگان اتوبوسرانی فقط شامل اتوبوس-های عادی (نه ویژه) است.

۵-۱ اندیس‌ها و پارامترها

i, j: ایستگاه اتوبوس.

l: مسیر (خط).

v: اتوبوس.

I: تعداد کل ایستگاه‌های اتوبوس i=1…I .

L: تعداد کل خطوط l=1…L .

V: تعداد کل اتوبوس‌ها v=1…V .

dis_{ij}: فاصله مکانی ایستگاه i تا ایستگاه j (متر).

tm_{ij}: فاصله زمانی ایستگاه i تا ایستگاه j (دقیقه).

dem_i: تعداد مسافرانی که در ایستگاه i سوار می‌شوند (نفر).

q_i: تعداد مسافرانی که در ایستگاه i پیاده می‌شوند (نفر).

cap_v: ظرفیت اتوبوس v ام (نفر).

f_v: میزان مصرف سوخت در واحد مسافت توسط اتوبوس v ام (لیتر).

$\overline{f_v}$: میزان اضافه مصرف سوخت اتوبوس v در نتیجه حمل یک کیلوگرم در واحد مسافت (لیتر).

λ_{ij}: حداکثر تعداد مجاز اتوبوس‌های عبوری از ایستگاه i تا j (دستگاه).

kg: میانگین وزن به ازای هر مسافر(کیلوگرم).

C^{setup}: هزینه راه‌اندازی شبکه در واحد مسافت (ریال).

C^{maint}: هزینه تعمیرات و نگهداری از شبکه در واحد مسافت (ریال).

C^{fuel}: هزینه مصرف سوخت (ریال).

φ: پنجره زمانی (دقیقه).

big_m: عدد بسیار بزرگ.

۵-۲ متغیرهای مدل

z_{lv}: متغیر تصمیم دودویی، اگر اتوبوس v به خط l تخصیص داده شود مقدار یک و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد.

β_{ijl}: متغیر تصمیم دودویی، اگر خط l از i به j برود مقدار یک و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد.

α_{ij}: متغیر تصمیم دودویی، اگر مسیر i به j راه‌اندازی شود مقدار یک و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد.

x_{iv}: تعداد مسافران موجود در اتوبوس v در هنگام خروج از ایستگاه اتوبوس i (نفر).

$mass_{vij}$: وزن مسافران موجود در اتوبوس v در سفر از i به j (کیلوگرم).

at_{ilv}: زمان ورود اتوبوس v به ایستگاه اتوبوس i از طریق خط l.

mc: کل هزینه نگهداری و تعمیرات شبکه حمل و نقل (ریال).

fc: کل هزینه مصرف سوخت (ریال).

sc: کل هزینه راه‌اندازی شبکه حمل و نقل (ریال).

۵-۳ توابع هدف

مدل ریاضی پیشنهادی دو هدفه بوده و توابع هدف آن بصورت روابط (۹) و (۱۰) تعریف شده‌اند.

تابع هدف اول، مجموع هزینه‌های زمان ورود اتوبوس به ایستگاه‌ها به منظور افزایش رفاه مسافران را کمینه می‌کند. تابع هدف دوم، مجموع هزینه‌های راه‌اندازی شبکه حمل و نقل، نگهداری و تعمیرات شبکه، مصرف سوخت اتوبوس‌های موجود در شبکه و نیز هزینه‌های وابسته به آن‌ها را کمینه می‌کند.

$$\text{Min } f^{delay} = \sum_{i=1}^{I}\sum_{l=1}^{L}\sum_{v=1}^{V} at_{ilv} \qquad (۹)$$

$$\text{Min } f^{cost} = sc + mc + fc \qquad (۱۰)$$

۵-۴ محدودیت‌ها

محدودیت‌های در نظر گرفته شده در مدل پیشنهادی بصورت زیر هستند:

$$\sum_{j} \beta_{ijl} \le 1 \qquad \forall i, l \qquad (۱۱)$$

$$\sum_{j} \beta_{ijl} = \sum_{j} \beta_{ijl} \qquad \forall i, l \qquad (۱۲)$$

$$\sum_{l} z_{lv} \le 1 \qquad \forall v \qquad (۱۳)$$

$$\sum_{i} \beta_{ijl} \le big_m \times \alpha_{ij} \qquad \forall i,j \qquad (۱۴)$$

$$at_{jlv} = \sum_{i} (at_{ilv} + tm_{ij}) \times \beta_{ijl} \times z_{lv} \qquad \forall j > 1, l, v \qquad (۱۵)$$

$$at_{ilv} \le \varphi * 10 \qquad \forall i,l,v \qquad (۱۶)$$

$$x_{iv} \le big_m \times z_{lv} \qquad \forall i,l,v \qquad (۱۷)$$

$$x_{lv} \le big_m \times \sum_{j} \beta_{ijl} \qquad \forall i,l,v \qquad (۱۸)$$

$$\sum_{l=1}^{L} \sum_{v=1}^{V} \beta_{ijl} \times z_{lv} \le \lambda_{ij} \qquad \forall i,j \qquad (۱۹)$$

$$x_{iv} \le cap_v \qquad \forall i,v \qquad (۲۰)$$

$$x_{jv} = (x_{iv} + dem_j - q_j) \times \beta_{ijl} \times z_{lv} \qquad \forall i < j, v, l \qquad (۲۱)$$

$$Mass_{vij} = x_{jv} \times kg \times \beta_{ijl} \times z_{lv} \qquad \forall i,j,v,l \qquad (۲۲)$$

$$sc = \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} C^{setup} \times \alpha_{ij} \times dis_{ij} \qquad (۲۳)$$

$$mc = \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} C^{maint} \times \alpha_{ij} \times dis_{ij} \qquad (۲۴)$$

$$fc = \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} (C^{fuel} \times (f_v + \bar{f_v} \times mass_{vij}) \times dis_{ij}) \qquad (۲۵)$$

$$z_{lv}, \beta_{ijl}, \alpha_{ij} \in \{0,1\} \qquad (۲۶)$$

$$x_{iv}, mass_{vij}, at_{ilv}, sc, mc, fc \ge 0 \qquad (۲۷)$$

$$x_{iv} \in Z \qquad (۲۸)$$

محدودیت (۱۱) بیان می‌کند که هر خط اتوبوس از هر گره حداکثر یک‌بار عبور خواهد کرد. مثلا با فرض l=2 و i=3، اگر $\beta_{372} + \beta_{392} = 2$، به معنی آن خواهد بود که در مسیر ۲، هر اتوبوس از ایستگاه i=3، هم به ایستگاه j=7 میرود و هم به ایستگاه j=9 و این به معنای آن است که در این مسیر، اتوبوس از ایستگاه i=3، دوبار عبور می‌کند. برای پیشگیری از این وضعیت، محدودیت (۱۱) به مدل اضافه شده است که در یک مسیر خاص، هر اتوبوس از هر ایستگاه فقط یکبار عبور نماید. محدودیت (۱۲) بیان می‌کند که هرگاه خط اتوبوس l به گره i وارد شد باید از آن خارج شود. محدودیت (۱۳) بیان می‌کند که هر اتوبوس حداکثر به یک خط اتوبوس اختصاص داده خواهد شد. محدودیت (۱٤) بیان می‌کند که برای اینکه خط اتوبوسی موجود باشد باید مسیری از i به j وجود داشته باشد. محدودیت (۱۵) برای محاسبه زمان ورود به هر ایستگاه و محدودیت (۱٦) بیان‌کننده پنجره زمانی نرم است. به‌عبارت‌دیگر، تضمین‌کننده وجود زمان حداکثری برای زمان ورود اتوبوس به ایستگاه است تا تأخیری برای انتقال مسافران در شبکه به وجود نیاید.

محدودیت‌های (۱۷) و (۱۸) تضمین‌کننده این است که اگر مسیری به اتوبوسی اختصاص یابد و اتوبوس از آن خط برای انتقال مسافر استفاده کند، حتما مسافرانی را با خود به همراه دارد. به‌عبارتی‌دیگر مقدار گرفتن x_{iv} مشروط به مقدار گرفتن z_{lv} و $\sum_j \beta_{ijl}$ است. محدودیت (۱۹) بیان‌کننده عدم تجاوز تعداد اتوبوس‌های گذرنده از هر مسیر از مقدار از پیش تعیین شده است. محدودیت (۲۰) تضمین‌کننده عدم تجاوز تعداد مسافران جابجا شده توسط هر اتوبوس از ظرفیت آن است. محدودیت (۲۱) برای محاسبه تعداد مسافران موجود در اتوبوس است. محدودیت (۲۲) برای محاسبه وزن تعداد مسافران موجود در اتوبوس در هر مسیر است و نیز محدودیت‌های (۲۳)، (۲٤) و (۲۵)، به ترتیب جهت محاسبه هزینه‌های راه‌اندازی خطوط، تعمیرات و نگهداری آن و مصرف سوخت تعریف شده‌اند. محدودیت (۲٦) قید متغیرهای باینری و محدودیت (۲۷) و (۲۸) متغیرهای عدد صحیح نامنفی مدل را نشان می‌دهند.

۵-۵ خطی کردن مدل پیشنهادی

مدل پیشنهادی به دلیل حاصل‌ضرب متغیرهای تصمیم دودویی در محدودیت‌های (۱۵)، (۱۹)، (۲۱) و (۲۲)، غیرخطی است و جهت خطی نمودن مدل، متغیرهای کمکی جدید زیر تعریف شده:

$$\beta z_{ilv} \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} : \text{Binary}$$

$$at\beta z_{ijlv} : \text{Positive}$$

$$x\beta z_{ijlv} : \text{Integer}$$

و بصورت زیر جایگزین گردیده‌اند:

$$at\beta z_{ijlv} = at_{ilv} \times \beta_{ijl} \times z_{lv} \qquad (۲۹)$$

$$\beta z_{ijlv} = \beta_{ijl} \times z_{lv} \qquad (۳۰)$$

$$x\beta z_{ijlv} = x_{jv} \times \beta_{ijl} \times z_{lv} \qquad (۳۱)$$

نهایتا متغیرهای جدید در محدودیت‌های پیشین جایگزین شده‌اند:

$$\beta z_{ilv} \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} : \text{Binary}$$

$$at\beta z_{ijlv} : \text{Positive}$$

$$x\beta z_{ijlv} : \text{Integer}$$

$$at_{jlv} = \sum_{i} at\beta z_{ijlv} + tm_{ij} + \beta z_{ijlv} \quad \forall j > 1, l, v \qquad (۳۲)$$

$$\beta z_{ijlv} \le \beta_{ijl} \qquad (۳۳)$$

$$\beta z_{ijlv} \le z_{lv} \qquad (۳۴)$$

$$\beta z_{ijlv} \le \beta_{ijl} + z_{lv} - 1 \qquad (۳۵)$$

$$at\beta z_{ijlv} \ge at_{ilv} - (1 - \beta z_{ijlv}) \times big_m \qquad (۳۶)$$

$$at\beta z_{ijlv} \le at_{ilv} \qquad (۳۷)$$

$$at\beta z_{ijlv} \le big_m \times \beta_{ijl} \qquad (۳۸)$$

$$\sum_{l=1}^{L} \sum_{v=1}^{V} \beta z_{ijlv} \le \lambda_{ij} \quad \forall i, j \qquad (۳۹)$$

$$\sum_{l=1}^{L} \sum_{v=1}^{V} \sum_{i=1}^{I} \beta z_{ijlv} = 1 \qquad (۴۰)$$

$$x_{jv} \le \left(x\, \beta z_{ijlv} + dem_j \times \beta z_{ijlv} - q_j \times \beta z_{ijlv}\right) \quad \forall i, j, v, l \qquad (۴۱)$$

$$mass_{vij} = x\beta z_{ijlv} \times kg \qquad \forall i, j, v, l \qquad (۴۲)$$

شکل ۱، شبه کد بهینه‌سازی مدل پیشنهادی را به روش PS-ACO نشان می‌دهد. ورودی‌های مدل، پارامترهای مسئله و خروجی آن، بهترین جواب تولید شده برای مسئله و مقدار شایستگی آن است. در هر تکرار، جواب‌های ایجاد شده توسط مورچه‌ها از نظر موجه بودن مورد بررسی قرار گرفته و جوابهای ناموجه(جواب‌هایی که محدودیت‌های مدل را نقض می‌کنند)، حذف می‌گردند. در صورت موجه بودن جواب تولید شده، مقدار شایستگی (تابع هدف ادغام شده) آن جواب با استفاده از رابطه (٤٤) محاسبه می‌گردد.

٦. نتایج محاسباتی و تحلیل حساسیت

مدل پیشنهادی پس از خطی‌سازی، در محیط نرم‌افزار Gams 23.3 کدنویسی و در یک کامپیوتر شخصی با پردازنده ٤/٢ گیگاهرتز و حافظه اصلی ٢ گیگابایت اجرا گردیده است.

مثال اول برای سامانه حمل و نقل یک شهر کوچک طراحی شده است که در این شهر پنج ایستگاه اتوبوس در پنج نقطه متفاوت و برای رسیدن از هر ایستگاه به ایستگاه بعدی، سه مسیر مجزا وجود دارد. همچنین واحد اتوبوس‌رانی شهر دارای سه اتوبوس است که در خدمت انتقال مسافران به ایستگاه‌های مورد نظرشان هستند. پارامترهای ورودی مسئله با توجه به اطلاعات الهام گرفته از ادبیات موضوع ، در جدول ۱ فهرست شده است.

Pseudo Code of the Proposed Method

Input Model Parameters

```
nVar                                   % Number of Stations
Distance matrix
tau0= 10*1/(nVar*mean(Distance matrix)) % Initial Pheromone
alpha=1                                % Pheromone Exponential Weight
beta=2                                 % Heuristic Exponential Weight
rho= 0.015                             % Evaporation Rate
eta= 1./Distance matrix                % Heuristic Information Matrix
tau= tau0*ones(nVar,nVar)              % Pheromone Matrix
MaxIt                                  % Maximum Number of Iterations
nAnt                                   % Number of Ants
```

Output: BestCost, BestSolution

```
%% Main loop
1  for it=1 to MaxIt do
     % Move ants
2    for k=1 to nAnt do
3      ant(k).Tour = randi in range (1,nVar)   % Start node
4      for l=2 to nVar do
5        i = ant(k).Tour(end)
6        P = tau(i,:).^alpha .*eta(i,:).^beta
7        P(ant(k).Tour) = 0                    % Remove visited nodes
8        P = P/sum(P)
9        j = Roulette Wheel Selection (P)      % Visit a new node
10       ant(k).Tour = [ant(k).Tour j]         % Add this node to the tour
11     end
12     InvestigateConstraints(ant(k))
13     if ant(k).Cost < BestAnt.Cost
14       BestAnt = ant(k)
15     end
16   end
     % Update pheromones
17   for k=1 to nAnt do
18     tour=ant(k).Tour
19     tour=[tour tour(1)]
20     tau = (1-rho)*tau                       % Pheromones evaporate
21     for l=1 to nVar do
22       i = tour(l)
23       j = tour(l+1)
24       tau(i,j) = tau(i,j)+100/ant(k).Cost+ c1*rand*(100/BestCost(k))+
25                  c2*rand*(100/BestAnt.Cost)
26     end
27   end
28   BestCost(it) = BestAnt.Cost             % Store best cost
29   BestSolution = BestAnt                  % Store best solution
30 end
```

شکل ۱. شبه‌کد حل مدل روش پیشنهادی

جدول ۱. پارامترهای ورودی مثال اول

پارامتر ورودی	مقدار	پارامتر ورودی	مقدار
dis_{ij}	U(۱,۱۲۰)	λ_{ij}	U(۱,۱۱۰)
tm_{ij}	U(۱,۱۲۰)	kg	U(۳۶,۲۱۶)
dem_i	U(۱,۱۲۰)	C^{setup}	U(۱۰۰۰,۳۵۰۰)
q_i	U(۱,۱۱۰)	C^{maint}	U(۱۰۰,۳۵۰)
cap_v	U(۱,۱۴۰)	C^{fuel}	U(۱,۵۰)
f_v	U(۱,۱۲۰)	φ	U(۱۰۰,۳۵۰)
$\overline{f_v}$	U(۱,۱۲۰)	big_m	∞

با لحاظ نمودن پارامترهای ورودی فوق، جواب‌های بهینه به‌دست‌آمده برای تابع هدف اول و تابع هدف دوم به ترتیب برابر با ۵۸ و ۱۰۵۶۲۸ حاصل شده‌اند. هدف اصلی در این تحقیق، تحلیل حساسیت پارامترهای ورودی و یافتن مهمترین عامل تاثیرگذار در مقدار توابع هدف است که در ادامه به شرح آن پرداخته شده است.

برای تحلیل حساسیت، هریک از پارامترهای ورودی مدل را در شش بازه مقداری مختلف تغییر داده و با ثابت نگه‌داشتن سایر پارامترها، تأثیر آن تغییر بر روی مقادیر توابع هدف ثبت شده است. مقادیر این بازه‌ها برای سیزده پارامتر مختلف ورودی، در جدول ۲ آورده شده است.

جدول ۲. تقسیم بندی حوزه مقادیر پارامترهای ورودی

پارامتر	سطح اول	سطح دوم	سطح سوم	سطح چهارم	سطح پنجم	سطح ششم
dem_i	[۰,۲۰)	[۲۰,۴۰)	[۴۰,۶۰)	[۶۰,۸۰)	[۸۰,۱۰۰)	[۱۰۰,۱۲۰]
q_i	[۰۵۰)	[۵۰,۶۰)	[۶۰,۷۰)	[۷۰,۸۰۰)	[۸۰,۹۰)	[۹۰,۱۰۰]
cap_v	[۰,۴۰)	[۴۰,۶۰)	[۶۰,۸۰)	[۸۰,۱۰۰)	[۱۰۰,۱۲۰)	[۱۲۰,۱۴۰]
f_v	[۰,۲۰)	[۲۰,۴۰)	[۴۰,۶۰)	[۶۰,۸۰)	[۸۰,۱۰۰)	[۱۰۰,۱۲۰]
$\overline{f_v}$	[۰,۲)	[۲,۴)	[۴,۶)	[۶,۸)	[۸,۱۰)	[۱۰,۱۲]
λ_{ij}	[۰,۱۰)	[۱۰,۳۰)	[۳۰,۵۰)	[۵۰,۷۰)	[۷۰,۹۰)	[۹۰,۱۱۰]
tm_{ij}	[۰,۲۰)	[۲۰,۴۰)	[۴۰,۶۰)	[۶۰,۸۰)	[۸۰,۱۰۰)	[۱۰۰,۱۲۰]
dis_{ij}	[۰,۲۰)	[۲۰,۴۰)	[۴۰,۶۰)	[۶۰,۸۰)	[۸۰,۱۰۰)	[۱۰۰,۱۲۰]
φ	۱۰۰	۱۵۰	۲۰۰	۲۵۰	۳۰۰	۳۵۰
kg	۳۶	۷۲	۱۰۸	۱۴۴	۱۸۰	۲۱۶
C^{setup}	۱۰۰۰	۱۵۰۰	۲۰۰۰	۲۵۰۰	۳۰۰۰	۳۵۰۰
C^{maint}	۱۰۰	۱۵۰	۲۰۰	۲۵۰	۳۰۰	۳۵۰
C^{fuel}	۱	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰

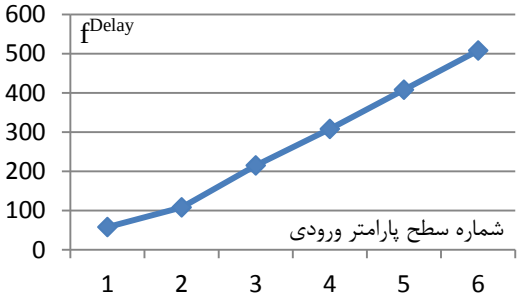
نتایج آزمایش‌های فوق نشان می‌دهد که تغییرات مقداری پارامترهای cap_v و λ_{ij} ، تاثیری بر مقدار توابع هدف ندارد. در سایر موارد، به استثنای تغییر مقادیر پارامتر tm_{ij}، مقدار تابع هدف اول ثابت مانده و مقدار تابع هدف دوم عوض شده است. درحالی که با تغییرات این پارامتر، فقط مقدار تابع هدف اول تغییر نموده است که نتایج آن در جدول ۳ مشاهده می‌شود.

جدول۳. تغییرات توابع هدف سطح‌بندی افزایش پارامتر tm_{ij}

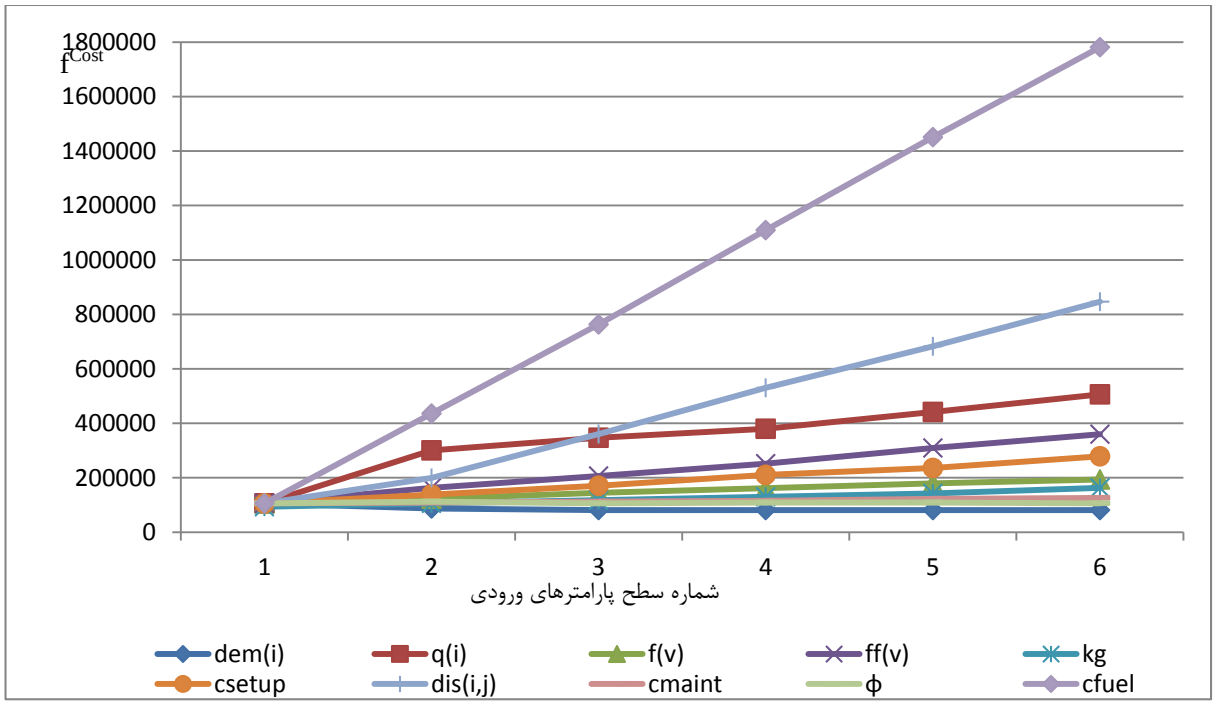
بازه	مقدار تابع هدف اول	مقدار تابع هدف دوم	زمان اجرا (ثانیه)

[۰,۲۰)	۵۸	۱۰۵۶۲۸	۱/۱۴۵
[۲۰,۴۰)	۱۰۸	۱۰۵۶۲۸	۱/۵۴۴
[۴۰,۶۰)	۲۱۵	۱۰۵۶۲۸	۱/۲۵۵
[۶۰,۸۰)	۳۰۸	۱۰۵۶۲۸	۲/۲۵۳
[۸۰,۱۰۰)	۴۰۸	۱۰۵۶۲۸	۱/۵۷۱
[۱۰۰,۱۲۰]	۵۰۸	۱۰۵۶۲۸	۲/۱۱۳

در شکل‌های ۲ و۳ ، به ترتیب روند تغییرات مقادیر تابع هدف اول و دوم بر اساس تغییرات مقادیر پارامترهای ورودی در شش بازه مقداری ذکر شده، رسم گردیده است. همانگونه که در شکل ۲ مشاهده می‌شود، مقدار تابع هدف اول با افزایش مقدار پارامتر ، تقریبا بصورت خطی افزایش نشان می‌دهد.



شکل ۲. روند افزایش تدریجی پارامتر tm_{ij} و تأثیر آن بر تابع هدف اول



شکل ۳. روند افزایش تدریجی هر یک از پارامترهای ورودی و تأثیر آن بر تابع هدف دوم

در شکل ۲، نمودار تاثیر تغییرات مقادیر پارامترهای ورودی تاثیرگذار بر تابع هدف دوم رسم شده است. ملاحظه می‌شود که بیشترین تاثیر، به ترتیب متعلق به پارامترهای C^{fuel} و dis_{ij} است. بنابراین جهت کمینه‌سازی مجموع هزینه‌های عملیاتی سیستم حمل و نقل مذکور، هزینه سوخت مصرفی و همچنین فاصله بین دو ایستگاه متوالی، از اهمیت قابل ملاحظه‌ای برخوردار هستند و بیشترین توجه می‌بایست به این دو پارامتر معطوف گردد.

مدل پیشنهادی، بر روی مثال‌های بزرگ‌تر نیز مورد آزمایش قرار گرفته است که مشخصات آنها به همراه زمان محاسباتی مورد نیاز تا دستیابی به جواب بهینه نهایی در جدول ٤ آورده شده است. در این مثال‌ها، ابعاد مسئله با افزایش تعداد مسیرها، ایستگاه‌ها و اتوبوس‌ها گسترش است. نتایج محاسباتی نشان می‌دهد که افزایش تعداد ایستگاه‌ها، تاثیر بیشتری بر افزایش پیچیدگی و زمان حل مسئله نسبت به دو عامل دیگر از خود

نشان می‌دهد.

جدول٤. اطلاعات حل مدل با تغییر مقیاس مسئله

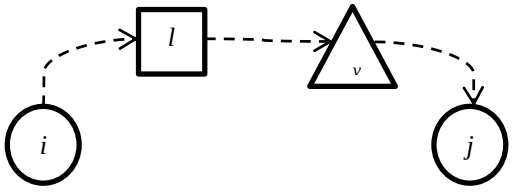
شماره مسئله	ابعاد مسئله			زمان محاسباتی (ثانیه)
	مسیر	اتوبوس	ایستگاه	
۱	۵	۳	۳	۱/۱۴۰
۲	۵	۴	۳	۱/۶۵۴
۳	۵	۳	۴	۳/۰۲۷
۴	۶	۳	۳	۴۰/۷۰۴
۵	۶	۴	۴	۶۳/۷۳۷
۶	۷	۵	۵	۴۰۰/۴۷۰
۷	۷	۶	۶	۴۰۰/۸۱۷
۸	۷	۸	۷	۴۰۱/۰۵۴
۹	۷	۸	۷	۴۰۱/۱۰۱
۱۰	۷	۹	۱۰	۴۰۱/۴۰۲
۱۱	۷	۱۰	۱۰	۴۰۱/۹۱۲
۱۲	۷	۱۷	۱۵	۶۳۳/۶۲۵
۱۳	۸	۱۷	۱۵	۷۸۲/۳۱۱
۱۴	۹	۱۷	۱۵	۹۱۲/۴۶۳

۷. شبیه‌سازی روش پیشنهادی با الگوریتم PS-ACO

در این بخش، به نحوه تعریف و پیاده‌سازی الگوریتم کولونی مورچگان برای حل مدل پیشنهادی پرداخته می‌شود.

۷-۱ مدل‌سازی گراف نمایش مسئله

روش فراابتکاری کولونی مورچگان با استفاده از یک گراف مدل-سازی می‌شود که در آن، مورچه‌های مصنوعی پس از استقرار بر روی گره‌ها، به جستجوی اکتشافی به دنبال مسیری که مقدار تابع هدف را بهینه می‌کند می‌پردازند. برای مدل‌سازی روش پیشنهادی، با توجه به متغیرهای تصمیم معرفی شده در بخش ۵-۲، از گرافی با سه نوع گره استفاده گردیده است که در شکل ٤ مشاهده می‌شود.



شکل ٤. انواع گره در گراف مدل پیشنهادی

در شکل٤، از گره‌های گرد، مربع و مثلثی به ترتیب برای نشان دادن ایستگاه‌ها، مسیرها و اتوبوس‌ها استفاده شده است. اگر مورچه‌ای از گره i شروع کرده و از طریق گره‌های l و v به گره j برسد، به این معناست که مسیری از ایستگاه i به ایستگاه j راه‌اندازی گردیده ($Z_{lv}=1$)، خط l به این مسیر تخصیص داده شده ($\beta_{ijl}=1$) و اتوبوس v ام به این خط گمارده شده است($\alpha_{ij}=1$). بدیهی است در صورتی که مورچه‌ای مسیری بپیماید که در آن دنباله‌ای از گره‌های همنوع به یکدیگر متصل شده باشند، جواب تولید شده ناموجه بوده و حذف می‌گردد. برای اجتناب از تولید چنین جواب‌هایی، مقادیر درایه‌های ماتریس فرومون برای این نوع مسیرها، با عدد صفر مقداردهی می‌شود که در بخش بعد توضیح داده شده است.

۷-۲ماتریس فرومون

برای پیاده‌سازی ماتریس فرومون، از یک آرایه مربعی دو بعدی استفاده شده است که اندازه هر بعد آن، برابر $I+L+V$ (مجموع تعداد ایستگاه‌ها، مسیرها و اتوبوس‌ها) است. در مقداردهی اولیه این آرایه، درایه‌های غیر مجاز با عدد صفر و سایر درایه‌ها با عدد یک پرمی‌شوند. منظور از درایه‌های غیر مجاز، عناصرمربوط به سطر و ستونهایی هستند که حرکت یک مورچه بین آنها منطقا نادرست است. به عنوان مثال، اگر سطر، بیانگر اتوبوس v_1 و ستون، نشان دهنده اتوبوس v_2 باشد، حرکت مورچه در گراف از گره v_1 به گره v_2، به معنی ارتباط دادن دو اتوبوس به یکدیگر تلقی شده و منطقا فاقد مفهوم است.

۷-۳ محاسبه مقدار برازندگی جواب‌ها

با توجه به دو هدفه بودن مدل ریاضی پیشنهادی و متفاوت بودن واحد و برد مقادیر آنها، برای محاسبه میزان برازندگی جواب‌های تولید شده موجه و کمینه‌سازی توابع هدف مسئله، ابتدا مقادیر هر کدام از توابع هدف با استفاده از رابطه ٤٣ نرمال شده و سپس ترکیب خطی آنها با درنظر گرفتن ضرایب وزنی w_1 و w_2

بصورت یک تابع هدف واحد تجمیع گردیده است که در رابطه ٤٤ مشاهده می‌شود.

$$f_x^{Normilized} = \frac{f_x - f_{Min}}{f_{Max} - f_{Min}} \quad (۴۳)$$

$$f = w_1 . f_{delay}^{Normalized} + w_2 . f_{Cost}^{Normilized} \quad (۴۴)$$

با توجه به استفاده از ترکیب خطی توابع هدف نرمال شده، مقدار نهایی تابع هدف f ، همواره کوچکتر از ۱ خواهد بود. ضرایب وزنی w_1 و w_2، بیانگر اهمیت نسبی توابع هدف زمان و هزینه نسبت به یکدیگر بوده و مقدار آنها توسط مدیران تصمیم‌گیر تعیین می‌شود.

٤-۷ شبیه‌سازی و نتایج محاسباتی

روش فراابتکاری مبتنی بر رهیافت PS-ACO برای حل مدل پیشنهادی، در محیط نرم افزار متلب با پارامترهای نشان داده شده در جدول ٥ بر روی مثال‌های جدول ٤ شبیه‌سازی گریده و نتایج عددی در جدول ٦ آورده شده است. لازم به ذکر است که این مقادیر، میانگین حاصل از اجرای هر مثال به تعداد ۱۰ تکرار حاصل شده‌اند. تنظیم پارامترهای شبیه‌سازی، با روش سعی و خطا و آزمایش مقادیر متفاوت در بازه مقادیر مجاز صورت پذیرفته است.

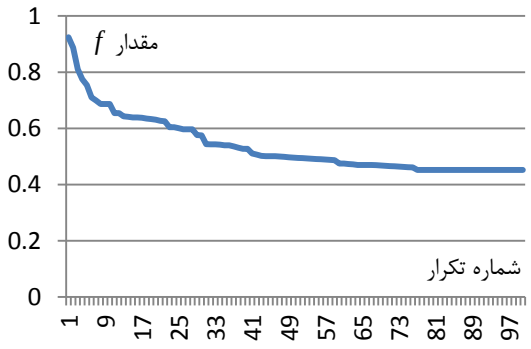
جدول٥. پارامترهای شبیه‌سازی روش PS-ACO

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
α	۰/۶	ω	۱
β	۰/۴	ρ	۰/۰۲
$c1$	۲	w_1	۰/۵
$c2$	۲	w_2	۰/۵

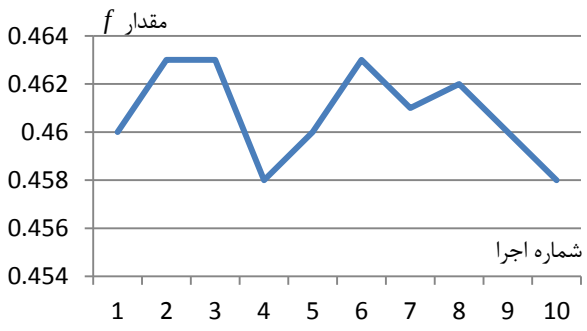
جدول٦. نتایج حاصل از شبیه‌سازی الگوریتم PS-ACO بر روی مثال‌های جدول ٤

شماره مثال	برازندگی (توابع هدف) f	f_{cost}	f_{delay}	تعداد مورچه	تعداد تکرار	زمان (ثانیه)
۱	۰/۳۶	۰/۳۴۵	۰/۳۹۰	۶	۱۵	۱/۲۱
۲	۰/۴۱	۰/۴۳۲	۰/۳۹۱	۶	۱۵	۱/۲۶
۳	۰/۵۱	۰/۵۷۰	۰/۴۶۶	۶	۱۵	۲/۰۷
۴	۰/۵۴	۰/۵۶۷	۰/۵۲	۶	۲۰	۳/۵۵
۵	۰/۵۷	۰/۶۲۲	۰/۵۲۳	۷	۳۰	۴/۱۱
۶	۰/۴۸	۰/۵۹۰	۰/۳۷۵	۹	۴۰	۴/۱۸
۷	۰/۵۱	۰/۶۲۶	۰/۴	۱۰	۴۵	۴/۴۷
۸	۰/۵۵	۰/۶۳۲	۰/۴۸۳	۱۱	۵۰	۶/۳۲
۹	۰/۶۲	۰/۷۰۳	۰/۵۳۳	۱۱	۵۰	۷/۰۵
۱۰	۰/۵۸	۰/۶۱۲	۰/۵۴۸	۱۳	۶۰	۷/۳۴
۱۱	۰/۵۶	۰/۵۷۰	۰/۵۵۱	۱۴	۶۰	۸/۴۸
۱۲	۰/۵۸	۰/۶۹۷	۰/۴۶۶	۲۰	۷۵	۱۰/۱۱
۱۳	۰/۵۶	۰/۶۴۷	۰/۴۹۰	۲۰	۸۰	۱۲/۱۷
۱۴	۰/۴۶	۰/۴۴۲	۰/۴۹۲	۲۵	۱۰۰	۱۳/۴۲

نمودار همگرایی تابع هدف مثال ١٤ برای یکی از دفعات اجرای آن در شکل ٥ رسم شده است. مقدار نهایی تابع هدف برابر با ۰/٤٦۳ در تکرار ۷۷ام حاصل شده است. شکل ٦ نمودار پایداری جواب نهایی همین مثال را در ۱۰ اجرای متفاوت نشان می‌دهد. مقدار انحراف معیار جواب‌های بدست آمده برابر ۰/۰۰۱۹۳۲ محاسبه شده است که کوچک بودن آن، پایداری بالا و قابلت اطمینان روش فراابتکاری پیشنهادی را نشان می‌دهد.



شکل٥. نمودار همگرایی تابع برازندگی مثال چهاردهم



شکل٦. نمودار پایداری تابع برازندگی مثال چهاردهم

۸. نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی دوهدفه برای مسئله حمل و نقل اتوبوس‌رانی شهری به منظور کمینه کردن مجموع هزینه‌های عملیاتی و بیشینه کردن سطح رفاه مسافرین (کمینه کردن مدت زمان انتظار در ایستگاه) ارایه گردید. مدل پیشنهادی پس از خطی‌سازی، در محیط نرم‌افزار GAMS کدنویسی گردیده و در یک کامپیوتر شخصی با پردازنده ٤/٢ گیگاهرتز و حافظه اصلی ٢ گیگا بایت برروی چندین مسئله با ابعاد برگرفته از ادبیات موضوع حل شده و بر روی سیزده پارامتر ورودی آن تحلیل حساسیت صورت گرفت.

نتایج محاسباتی اجرا و تحلیل حساسیت مدل پیشنهادی نشان می‌دهد که میزان هزینه سوخت مصرفی و فاصله بین ایستگاه‌ها، بیشترین تاثیر بر روی تابع هدف دوم را داشته و سطح رفاه تعریف شده در مدل، فقط متاثر از فاصله زمانی بین ایستگاه‌ها است. همچنین با افزایش ابعاد مسئله که تابعی از تعداد مسیر، تعداد اتوبوس و تعداد ایستگاه است، زمان محاسباتی حل مدل افزایش می‌یابد و افزایش تعداد ایستگاه، بیشترین ضریب تاثیر بر این زمان را دارد.

با توجه به پیچیدگی ذاتی مسئله و زمان محاسباتی بالای حل دقیق مدل پیشنهادی، یک روش فراابتکاری مبتنی بر رهیافت PS-ACO نیز برای حل مدل توسعه داده شد و در محیط نرم افزار متلب بر روی همان مثال‌ها اجرا گردید. نمودارهای همگرایی و پایداری حاصله، حکایت از صحت و قابلیت اطمنیان روش پیشنهادی دارد. به عنوان کارهای آتی میتوان توابع هدف بیشتری به مدل اضافه نموده و با اعمال تغییراتی بر محدودیت‌های مدل، از آن برای سایر سامانه‌های حمل و نقل عمومی مانند مترو با در نظر گرفتن مزیت‌های مترو در کاهش ترافیک، کاهش آلودگی‌ها، ایمنی و سرعت مناسب استفاده کرد.

۹. مراجع

- افندی زاده، ش.، جوانشیر، ح. و الیاسی، ر. (۱۳۹۱) "طراحی خطوط اتوبوسرانی شهری با استفاده از روش جستجوی ممنوع"، فصل‌نامه مهندسی حمل و نقل، دوره ۱، شماره ٤، ص. ۱۳-۲٦

- افندی زاده، ش.، مومن پور، الف. و ناصری علوی، م. پ. (۱۳۹٤) "تحلیل تقاضای سفر با رویکرد به مدل شبکه عصبی و روش رگرسیون، بررسی موردی محور(خلخال – اردبیل)"، چهاردهمین کنفرانس بین المللی مهندسی حمل و نقل و ترافیک، تهران، معاونت و سازمان حمل و نقل ترافیک.

- بهره‌دار، ا.لف، بهره‌دار، م. و صالحی، پ.(۱۳۹٤) "بررسی روش‌های کاهش زمان توقف قطار در ایستگاه های شبکه حمل و نقل ریلی درون شهری، از طریق بهینه‌سازی عوامل تاثیرگذار بر زمان سوار و پیاده شدن مسافران در سکوهای مسافری"، چهاردهمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی حمل و نقل و ترافیک، تهران، معاونت و سازمان حمل و نقل ترافیک.

- بیتاباجی، ف. (۱۳۷۲) "بررسی و تحلیل مسائل ترافیکی شهر مشهد (حمل و نقل عمومی)"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد جغرافیا، دانشگاه اصفهان، اصفهان.

- شهدایی, ع. م.، رحیمی، الف. م. و احدی، م. (۱۳۹٤) "حل مسئله مسیریابی وسیله نقلیه همراه با تحویل و بارگیری همزمان با استفاده از الگوریتم ژنتیک"، چهاردهمین کنفرانس بین المللی مهندسی حمل و نقل و ترافیک، تهران، معاونت و سازمان حمل و نقل ترافیک.

- کاشانی‌جو، خ. و مفیدی شمیرانی، م. (۱۳۸۸) "سیر تحول نظریه‌های مرتبط با حمل و نقل درون‌شهری"، نشریه هویت شهر، شماره ٤، ص ١٤-۳.

- کاظم خانلو، ح. و احدی، ح. ر. (۱۳۹٤) "ارائه یک رویکرد جدید برای آنالیز هزینه‌ها در سیستمهای مختلف حمل و نقل (مطالعه موردی؛ صنعت حمل و نقل کشور ترکیه)"، چهاردهمین کنفرانس بین المللی مهندسی حمل و نقل و ترافیک، تهران، معاونت و سازمان حمل و نقل ترافیک.

- عطایی، الف.، توکلی مقدم، ر. و عزیزی، ز. (۱۳۹٦) "بهینه سازی سیستم حمل و نقل عمومی با استفاده از الگوریتم بهینه سازی انبوه ذرات با بردار ارزیابی – مطالعه موردی در سازمان اتوبوس رانی". فصل‌نامه مهندسی حمل و نقل، آماده انتشار.

- مهندسین مشاور طراحان تردد تهران (۱۳۸۵) "مطالعات طرح ساماندهی حمل و نقل و ترافیک شهر زاهدان"، شماره ۳.

-Afandizadeh, Sh., Khaksar, H. and Kalantari, N. (2012) “Bus fleet optimization using genetic algorithm, a case study of Mashhad”, International Journal of Civil Engineering, Vol. 11, No. 1, pp. 43-52.

-Ciprian, D. Suciue, G., Chilipieria, C. and Gorman, C. (2012) “Mobility beyond individualism: an integrated platform for intelligent transportation systems of tomorrow”, ITS Romania Congress, Romani, pp. 31-35.

-Dorigo, M., Maniezzo, V. and Colorni, A. (1996) “The ant system: Optimization by a colony of cooperating agents”, IEEE TransSyst Man Cybern, Vol. 26, No. 2, pp. 889-914.

-Fan, W., Winkler, M. and Tian, Z. (2010) “Arterial signal timing and coordination: sensitivity analyses, partition techniques, and performance comparisons”, Journal of Advances in Transportation Studies, Vol. 23, No. 1, pp. 53-66.

-Farahani, R., Miandoabchi, E., Szeto, W. and Rashidi, H. (2013) “A review of urban transportation network design problems”, European Journal of Operational Research, Vol. 229, No. 2, pp. 281-302.

-Hosseini-Motlagh, S. M., Ahadpour, P. and Haeri, A. (2015) “Proposing an approach to calculate headway intervals to improve bus fleet scheduling using a data mining algorithm”, Journal of Industrial and Systems Engineering, Vol. 8, No. 4, pp. 74-88.

-Hu, J., Shi, X., Song, J. and Xu, Y. (2005) “Optimal design for urban mass transit network based on evolutionary algorithm”, Lecture Notes in Computer Science, 3611 L. Wang, K. Chen, and Y. S. Ong, eds., Springer, Berlin-Heidelberg.

-Huang, M. (2011) “A study on bus routing problem: an ant colony optimization algorithm approach”, Emerging Research in Artificial Intelligence and Computational Intelligence, Vol. 237, No. 1, pp. 570-575.

-Ibarra-Rojas, O. and Rios-Solis, Y. (2012) “Synchronization of bus timetabling”, Transportation Research Part B: Methodological, Vol. 46, No. 5, pp. 599-614.

-Ibeas, A., Dell’Olio, L., Alonso, B. and Sainz, O. (2010) “Optimizing bus stop spacing in urban areas”, Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, Vol. 46, No. 3, pp. 446-458.

-Kennedy, J. and Eberhart, R. C. (1995) “Particle swarm optimization”, Proceedings of IEEE conference neural networks, Vol. IV, Piscataway, NJ, 1942-1948.

-Koncheva, E., Zalesskiy, N. and Zuzin, P. (2015) “Optimization of regional transportation systems: The case of Perm

-Schöbel, A. (2011) "Line planning in public transportation: models and methods", OR Spectrum, Vol. 34, No. 3, pp. 491-510.

-Shuang, B., Chen, J. and Li, Zh. (2011) "Study on hybrid PS-ACO algorithm", Applied Intelligence, Vol. 34, pp. 64-73.

-Tang, C., Ceder, A. and Ge, Y. (2017) "Integrated Optimization of Bus Line Fare and Operational Strategies Using Elastic Demand." Journal of Advanced Transportations, Vol. 2017, doi:10.1155/2017/7058789

-Yetişkul, E. and Şenbil, M. (2010) "Public bus transit travel-time variability in Ankara", Transport Policy, Vol. 23, pp. 50-59.

-Zhao, F. and Gan, A. (2003) "Optimization of transit network to minimize transfers", Miami, Fla.: Lehman Center for Transportation Research, Florida International University.

-Zhao, F. (2006) "Large-scale transit network optimization by minimizing user cost and transfers", Journal of Public Transportation, Vol. 9, No. 2, pp. 107-129.

Krai", National Research University, Higher School of Economics, Institute for Transport Economics and Transport Policy Studies, Russia.

-Liu, Z., Yan, Y., Qu, X. and Zhang, Y. (2013) "Bus stop-skipping scheme with random travel time", Transportation Research Part C: Emerging Technologies, Vol. 35, pp. 46-56.

-Liu B-Z, Ge, Y-E, Cao, K., Jiang, X., Meng, L. and Liu, D. (2017) "Optimizing a desirable fare structure for a bus-subway corridor", PLoS ONE, Vol. 12, No. 10, https://doi.org/10.1371/ journal.pone.0184815.

-Mandle, C. (1980) "Evaluation and optimization of urban public transportation networks", European Journal of Operational Research, Vol. 5, No. 6, pp. 396-404.

-Martínez, H., Mauttone, A. and Urquhart, M. (2014) "Frequency optimization in public transportation systems: Formulation and metaheuristic approach", European Journal of Operational Research, Vol. 236, No. 1, pp. 27-36.

-Saeidi, Sh. (2014) "A genetic algorithm for route optimization in public transportation problem", International Conference on Business and Information, Osaka, Japan.

-Saharidis, G., Dimitropoulos, C. and Skordilis, E. (2013) "Minimizing waiting times at transitional nodes for public bus transportation in Greece", Operational Research, Vol. 14, No. 3, pp. 341-359.

-Shi,Y. H. and Eberhart, R. C. (1998) "A modified particle swarm optimizer", Proceedings of 1998 IEEE International Conference on Evolutionary Computation, Anchorage, AK, USA, pp. 69-73.

الهام جباری، درجه کارشناسی در رشته مهندسی نرم‌افزار کامپیوتر را در سال ۱۳۸۸ از دانشگاه علمی کاربردی مرکز جهاد دانشگاهی و درجه کارشناسی ارشد در رشته مهندسی کامپیوتر، گرایش معماری سیستمهای کامپیوتری را در سال ۱۳۹۵ از دانشگاه آزاد اسلامی واحد تبریز اخذ نمود. زمینه های پژوهشی مورد علاقه ایشان بهینه‌سازی شبکه‌ها، پوشش در شبکه، زمانبندی و مدیریت عملیات است.

شهرام سعیدی، درجه کارشناسی مهندسی نرم افزار را در سال ۱۳۷۵ از دانشگاه شهید بهشتی و درجه کارشناسی ارشد در مهندسی صنایع، گرایش سیستمهای اقتصادی-اجتماعی را در سال ۱۳۷۸ از دانشگاه امام حسین (ع) اخذ نمود. در سال ۱۳۹۰ موفق به اخذ درجه دکتری در رشته مهندسی صنایع از دانشگاه علوم و فنون مازندران گردید. زمینه‌های پژوهشی مورد علاقه ایشان بهینه‌سازی، زمانبندی و مدیریت تولید و عملیات، تحلیل شبکه‌های اجتماعی و شبکه‌های کامپیوتری بوده و درحال حاضر عضو هیئت علمی گروه مهندسی صنایع با مرتبه استادیار در دانشگاه آزاد اسلامی واحد تبریز است.