

# برنامه ریزی چندهدفه مسیر در یک شبکه چندطریقه با مسیرهای جایگزین

سیاوش تبریزیان (مسئول مکاتبات)، دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

کوروش عشقی، استاد، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

E-mail: s\_tabrizian@ie.sharif.edu

دریافت: ۱۳۹۴/۰۵/۲۴ پذیرش: ۱۳۹۵/۰۱/۲۳

## چکیده

با توجه به گسترش روز افزون ناوگان حمل و نقل شهری، همچنین پیچیدگی شبکه معابر ضرورت برنامه‌ریزی بهینه مسیر در شبکه‌های حمل و نقل بیش از پیش اهمیت یافته‌است. شبکه‌ی حمل و نقلی از مسیرها که طریقه‌های متنوعی از وسایل نقلیه در آن استفاده شود را شبکه چندطریقه می‌نامیم که در این نوع از شبکه‌ها غیر از مشخص کردن مسیر بهینه، ارائه یک توالی از طریقه‌های حمل و نقل نیز ضرورت دارد. همچنین، انتخاب کوتاه‌ترین مسیر در این شبکه‌ها با محدودیت‌هایی همراه است که مسیر به‌دست آمده را از دید کاربر قابل انتخاب می‌کند. در این مقاله یک مدل برای برنامه‌ریزی مسیر در شبکه‌های چندطریقه، که در آن دو هدف هزینه و زمان در کنار کمینه کردن تعداد دفعات تغییر طریقه برای برنامه‌ریزی بیان شده‌است. در کنار حل مدل ریاضی مسئله توسط نرم افزار یک الگوریتم تقریبی مبتنی بر برنامه‌ریزی پویا نیز برای آن ارائه شده‌است، که نشان داده می‌شود که این الگوریتم در اکثر مسائل جواب دقیق را ارائه می‌کند و زمان بسیار کمتری برای حل نسبت به الگوریتم‌های مشابه مصرف کرده و به‌طور مستقیم می‌تواند مجموعه پارتو از جواب‌ها را ارائه نماید. در ادامه، نتایج آن با حل مدل ریاضی توسط نرم افزار و الگوریتم ژنتیک چندهدفه مقایسه گردیده‌است، و در نهایت یک مطالعه‌موردی با داده‌های واقعی برای بررسی کاربرد مسئله حل شده‌است.

واژه های کلیدی: شبکه چند طریقه، برنامه‌ریزی چند هدفه مسیر، الگوریتم برنامه ریزی پویا، الگوریتم ژنتیک چندهدفه

## ۱. مقدمه

کوتاه‌ترین مسیر در شبکه چندطریقه بهره برده‌است. سپس در یک نمونه واقعی جواب با هر تعداد تغییر طریق آزمایش شده‌است، سپس با توجه به ترجیحات کاربر از نظر تعداد تغییر طریق اصلاح گردیده‌است.

لوزانو و استورچی [Lozano and Storchi, 202] که قبلاً سابقه بررسی این مسئله را داشتند، با مدل‌سازی جدیدی دوباره به این مسئله پرداختند. در این نوع مدل‌سازی مسئله در یک ابرگراف بررسی می‌گردد و مسیر به‌دست آمده از الگوریتم طراحی شده را یک ابرمسیر<sup>۱</sup> می‌نامیم. به این منظور از یک الگوریتم اصلاح برچسب، برای یافتن کوتاه‌ترین ابرمسیر از یک مبدأ به مقصد برای مقادیر مختلف بالاترین کران تغییر طریق استفاده شده‌است. این ابرمسیر یک مجموعه جواب‌های بهینه پارتو<sup>۲</sup> ایجاد می‌کند، که فرد می‌تواند بهترین ابرمسیر را با توجه به ترجیحات خود از نظر تعداد تغییر طریق و مقدار زمان مورد انتظار سفر به‌دست آورد. این الگوریتم در یک مثال نیز بررسی شده‌است.

یکی از مشکلاتی که در این مسأله وجود دارد نحوه برخورد با توالی‌های بهینه یا همان برچسب‌گذاری آنان است که یکی از اولین مقالاتی که با این مسأله به نحو مناسبی برخورد نمود و برای حل این مسائل الگوریتمی ارائه نمود مقاله شرالی و همکاران [Sherali et al. 2003] است. در این پژوهش توضیح داده خواهد شد که برای برخورد با این مسأله نحوه تعریف شبکه و روش حل توأمان می‌توانند این معضل را حل نمایند.

واردل و زیلیاسکوپولوس [Ziliaskopoulos and Wardell, 2002]، با توجه به این مشخصه و با انگیزه دخیل کردن فاکتور زمان در برنامه‌ریزی مسیر، مدلی ارائه کردند که مبتنی بر زمان بوده و تأخیرات ناشی از تعویض طریق حمل و نقل و هزینه ناشی از آن را در نظر می‌گیرد، همینطور در ادامه الگوریتمی کارا برای حل مسئله مورد بررسی ارائه دادند. پیچیدگی محاسباتی آن و شاخصه-های کارایی آن را نیز بررسی کردند، همچنین دقیق بودن این الگوریتم را نیز اثبات کردند.

بعد از بررسی این مسئله در محدوده شهری، برای به‌دست آوردن مسیر بهینه در یک سفر شخصی و درون‌شهری به مرور این مسئله

در ادبیات کلاسیک نظریه گراف مسئله کوتاه‌ترین مسیر یک مسئله معروف و شناخته شده‌است که الگوریتم‌های متعددی برای آن ارائه شده‌است. دو الگوریتم معروف این مسئله الگوریتم دایکسترا<sup>۱</sup> و الگوریتم بلمن-فورده<sup>۲</sup> هستند، که در آنها فرض بر این است که در گراف مورد نظر  $G(V,E)$  دور با وزن منفی وجود ندارد. اگر  $|E|$  را تعداد یال‌ها و  $|V|$  را تعداد گره‌ها در نظر بگیریم، پیچیدگی زمانی الگوریتم دایکسترا  $O(|V|^3)$  و الگوریتم بلمن-فورده  $O(|V|^2|E|)$  هستند. هر دو الگوریتم از رده پیچیدگی چندجمله‌ای برخوردارند. الگوریتم دایکسترا ساده‌تر از الگوریتم بلمن-فورده انجام می‌پذیرد و در حالت کلی سریع‌تر از آن است. اما در گراف‌های با وزن منفی بدون دور کارایی الگوریتم بلمن-فورده از دایکسترا بالاتر است.

باید توجه داشت اگر مسئله کوتاه‌ترین مسیر به مسئله کوتاه‌ترین مسیر با محدودیت، تبدیل شود در آن صورت این مسئله در رده پیچیدگی  $NP-hard$  قرار می‌گیرد. اثبات  $NP-hard$  بودن آن از طریق تقلیل مسئله کوله پشتی به مسئله کوتاه‌ترین مسیر با محدودیت امکان‌پذیر خواهد بود.

بعد از سال‌ها پژوهش توسط محققان در زمینه شبکه و گراف به دلیل نیازهای کاربردی در زمینه برنامه‌ریزی شهری و مسیریابی شهری با پیدایش شهرهای بزرگ، معضل ترافیک، دستگاه‌های هوشمند کنترل ترافیک و رونق گرفتن سیستم‌های خبره، مسئله مسیریابی چندطریقه‌ای در محدوده شهری جایگاه خود را به‌عنوان یک موضوع پیدا کرد. لوزانو و استورچی [Lozano and Storchi, 2001] از اولین افرادی بودند که به‌طور جامع به این مسئله پرداختند و روش‌های حل متعددی را با رویکرد علم بهینه‌سازی برای این مسئله ارائه کردند. الگوریتم‌های استفاده‌شده از طرف آنها برای حل این مسئله همان الگوریتم‌های سنتی نظریه گراف بود که با تغییراتی برای این مسئله استفاده گردیدند. در این پژوهش از یک الگوریتم اصلاح برچسب<sup>۳</sup>، برای یافتن کوتاه‌ترین مسیر از یک مبدأ به یک مقصد، در یک شبکه چندطریقه<sup>۴</sup> استفاده شده‌است. این الگوریتم از اصلاح تک‌منظوره الگوریتم مرتب‌سازی برای یافتن

## برنامه ریزی چندهدفه مسیر در یک شبکه چندطبقه با مسیرهای جایگزین

[et. al. 2010] یک مسئله‌ی چندطبقه‌ی مبتنی بر زمان را توسعه داده است. [Wang et. al. 2010] و [Horn 2010] نیز الگوریتمی برای کوتاه‌ترین مسیر شبکه‌های حمل و نقل عمومی ارائه داده است. همینطور، [Garaix et. al. 2010] نیز مسئله‌ی مسیریابی و مسائل نقلیه‌ی چندطبقه را بررسی نموده است.

مسئله کوتاه‌ترین مسیر چندطبقه‌ای را می‌توان به صورت چندهدفه نیز مطالعه کرد. این مسئله یکی از مهم‌ترین مسائل در حمل و نقل شهری و انتقال کالا است. در این رویکرد نیز برای حل روش پیشنهادی لیو و همکاران [Liu et. al. 2014] همان روش‌های دقیق قدیمی است که با توجه به چند هدفه بودن مسئله بهبود داده شده‌اند. الگوریتم اصلاح برچسب‌گذاری که پایه الگوریتم‌هایی مانند دایکسترا است را می‌توان برای مسئله کوتاه‌ترین مسیر در حالت چندهدفه نیز توسعه داد.

مارتینز [Martines, 1984] الگوریتم برچسب‌گذاری را برای حالت چندین تابع هدف متفاوت بسط داده است، که البته در تمام این کارها فرض یکنوایی برقرار است. [Smith and Shier, 1989] و [Skiver and Andersen, 2000] مسئله‌ی کوتاه‌ترین مسیر را با دو هدف بررسی نموده‌اند. می‌توان تعداد بیشماری از توابع معیار متفاوت بر اساس دنیای واقعی را در نظر گرفت، که غیرجمع‌شونده باشند. رینهارت و پیسینگر [Reinhardt and Pisinger, 2011] در پژوهش خود به این نوع اهداف در مسئله کوتاه‌ترین مسیر اما در یک شبکه یک‌طبقه پرداخته‌اند. آنها الگوریتمی توسعه داده‌اند که تمام جواب‌های بهینه پارتوی موجود را شناسایی می‌کند. همینطور یک روش غلبه برای انواع معیارهای متضاد غیرجمع‌شونده موجود ارائه می‌کنند و آن را با یکسری داده‌ی واقعی آزمایش می‌نمایند. ماهیت یافتن تمام جواب‌های بهینه پارتو شباهت زیادی به یک مسئله کوتاه‌ترین مسیر با چندین محدودیت دارد.

روش‌های متعددی برای برخورد با بهینه‌سازی چندهدفه ارائه گردیده است، اکثر آنها بر روی مدل ریاضی مسئله اعمال می‌شوند و نیاز به چندین بار حل آن برای رسیدن به جواب‌های پارتو است. معدود روش‌هایی وجود دارند که بتواند به طور مستقیم مجموعه پارتو از جواب‌ها را ارائه نماید [Carraway et. al. 1989].

جایگاه خود را در حوزه‌های دیگر حمل و نقل باز کرد. سؤالی که مطرح می‌شود این است که چگونه بهترین مسیر برای انتقال در یک شبکه چندطبقه بین المللی را می‌توان یافت. مقاله‌ی چانگ [Chang, 2008] یکی از مقالاتی بود که این مسئله را وارد ادبیات لجستیک کرد و پیرو آن نیز موج جدیدی از این مسئله برای برخورد با بحث لجستیک استفاده کردند، روش حل در این مقالات با توجه به درجه پیچیدگی مسئله که از رده NP-hard است، استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری بوده است. [Ayed et. al. 2009, Yamada et. al. 2011]. در یک شبکه چندطبقه بین المللی همزمان سه فاکتور حیاتی وجود دارد: ۱- چندهدفه بودن؛ ۲- زمانبندی طبقه‌های حمل و نقل با توجه به زمان انتقال و تقاضا؛ ۳- حمل و نقل از دیدگاه اقتصادی. این مسئله را می‌توان به صورت یک مدل ریاضی مسئله جریان چندهدفه چندطبقه با چندین کالا<sup>۶</sup> با پنجره زمانی و تابع هزینه مقعر مدلسازی کرد. در حقیقت در یک لجستیک برای انتقال کالا هم می‌توان از طبقه‌های متفاوتی از حمل و نقل استفاده نمود. بحث انتقال کالا بین کشورهای مختلف و لجستیک جهانی یکی از انگیزه‌هایی است که حمل و نقل چندطبقه‌ای را در لجستیک پراهمیت می‌کند. طراحی یک شبکه‌ی حمل و نقل چندطبقه برای انتقال کالا و خدمات می‌تواند کشورهای جهان را برای توسعه اقتصادی مجهز کند و کمک به کاهش تأثیرات مخرب زیست محیطی نماید.

یکی از مسائل موجود در حمل و نقل چندطبقه برنامه‌ریزی به صورت دوطرفه است. برنامه‌ریزی مسیر به صورت دوطرفه به این معناست که فرد، هم برای مسیر رفت خود و هم برای مسیر برگشت خود برنامه‌ریزی نماید. در این راه یکی از مشکلات پرداختن به مسئله این است، که اگر فرد از ماشین شخصی یا وسیله‌ای مانند دوچرخه در مسیر رفت استفاده نماید، در برگشت هم چون آن وسیله را با خود آورده باید از همان بهره‌برداری نماید. در حالتی دیگر اگر وسیله شخصی خود را در بین راه پارک نماید، در مسیر برگشت باید به همان محل پارک بازگردد. می‌توان الگوریتم‌های ابتکاری<sup>۸</sup> با توجه به جستجو در فضای حل طراحی نمود تا با توجه به محدودیت‌های موجود در این مسئله بخصوص جواب‌های نزدیک به بهینه تولید نمایند [Huguet et. al. 2012]. [Grabener]

## سیاوش تبریزیان، کورش عشقی

با توجه به نوع نمایی که تا بحال برای شبکه‌های چندطبقه در ادبیات در نظر گرفته شده لازم است مدل ریاضی مسئله را برای نمایش این شبکه‌ها به صورت گراف چندگانه، یعنی حالتی که از هر گره امکان تغییر طبقه از یک طبقه به طبقه دیگر موجود بوده و از هر گره امکان رفتن به هر گره دیگر موجود باشد، ارائه گردد. تغییر دیگری که در این مدل نسبت به مدل‌های قبلی این مسئله صورت پذیرفته است، اضافه کردن چند تابع هدف بجای یک تابع هدف است، که ماهیت سفر در یک شبکه چندطبقه را بیشتر نمایان می‌سازد. برای مسئله مورد بررسی می‌توان مدل ریاضی به صورت زیر ارائه داد، که در ادامه در جدول امتغیرها و پارامترهای موجود در مدل معرفی می‌گردد.

در مدل مطرح شده دو تابع هدف در نظر گرفته شده است که با مدل کلاسیک موجود در ادبیات برای مسئله فوق متفاوت است و چند محدودیت جدید روی آن لحاظ شده است. لازم بذکر است، مدل زیر بر مبنای یک مدل گراف چندگانه از شبکه چندطبقه ارائه شده است و با مدل موجود در ادبیات هم از این نظر به طور کلی متفاوت است، زیرا که مسئله با چند شبکه مجزا و اضافه کردن یال‌های انتقال مدل نشده است.

### جدول ۱. معرفی متغیرها و پارامترهای مسئله

نام متغیر یا پارامتر	شرح
$t_{i,j}^m$	هزینه (زمان) برای رسیدن از گره $i$ به $j$ با استفاده از طبقه $m$
$x_{i,j}^m$	متغیر صفر و یک اگر یال از $i$ به $j$ با استفاده از طبقه $m$ انتخاب گردد ۱ می‌گردد
$Simm$	متغیر صفر و یک در صورت تغییر از گره $i$ و از طبقه $m$ به $m'$ ۱ می‌گردد
$U_m$	نشان دهنده تعداد ورود به طبقه $m$ که برای محاسبه هزینه ثابت استفاده می‌گردد
$x_{i,j}^p$	متغیر صفر و یک اگر یال از $i$ به $j$ با استفاده از طبقه $m$ مربوط به معابر قابل عبور با خودروی شخصی ( $p$ )
$C_{i,j}^m$	هزینه مربوط به طول مسیر $i$ به $j$ با استفاده از طبقه $m$
$C'_m$	هزینه ثابت انتقال به طبقه $m$
$td_m$	زمان ثابت انتقال به طبقه $m$
$Z_i$	مقدار تابع هدف $i$ ام

بررسی‌هایی که تا کنون انجام پذیرفته است، یک شبکه چندطبقه را با یکسری شبکه‌های موازی که با یال‌های موسوم به یال انتقال به یکدیگر وصل می‌شوند، نمایش می‌دهد، ولی ما در این پژوهش از رویکرد گراف چندگانه بهره می‌گیریم، که در این نوع مدل مسیر از مبدأ به مقصد می‌تواند طول‌های مختلفی از نظر تعداد یال موجود در آن داشته باشد. سازماندهی مقاله‌ی حاضر به این صورت است که در بخش ۲ مدل ریاضی برای این مسئله در حالت چندهدفه ارائه می‌گردد، در بخش ۳ الگوریتمی بر مبنای برنامه‌ریزی پویا که حساس به داده‌ی ورودی به مسئله بوده و مستقیم بهینه‌سازی چندهدفه را انجام می‌دهد ارائه می‌گردد، و با حل مدل ریاضی توسط نرم افزار مقایسه می‌گردد، و در نهایت در بخش ۴ محاسبات مربوط به حل مدل ریاضی و مقایسه‌ی آن با الگوریتم طراحی شده مطرح می‌گردد. در بخش ۵ الگوریتم طراحی شده را با الگوریتم ژنتیک چند هدفه مقایسه می‌نماییم. در بخش ۶ نیز نتیجه‌گیری و پیشنهاداتی آتی ارائه می‌گردد.

## ۲. شرح مدل ریاضی مسئله

برنامه ریزی چندهدفه مسیر در یک شبکه چندطبقه با مسیرهای جایگزین

$$\min Z_1 = \sum_m \sum_{(i,j) \in A} t_{i,j}^m x_{i,j}^m + \sum_m t d_m U_m \quad (1)$$

$$\min Z_2 = \sum_j \sum_m \sum_{m'} S_{jmm'} \quad (2)$$

$$\min Z_3 = \sum_m \sum_{(i,j) \in A} C_{i,j}^m x_{i,j}^m + \sum_m C'_m U_m \quad (3)$$

s.t.

$$\sum_m \sum_{i \in N_j^-} x_{ij}^m - \sum_m \sum_{i \in N_j^+} x_{il}^m = \begin{cases} -1 & \text{if } j = o \\ 0 & \text{if } j \neq o, d \\ 1 & \text{if } j = d \end{cases} \quad (4)$$

$$\sum_l x_{li}^p \geq x_{ij}^p, \quad \forall (i,j) \in A_p, i \neq 0 \quad (5)$$

$$x_{ij}^m + x_{jk}^{m'} \leq s_{jmm'} + 1, \quad \forall (i,j) \in A_m, (j,k) \in A_{m'}, m \neq m' \quad (6)$$

$$\sum_j \sum_{m \neq m'} S_{jmm'} = U_{m'}, \quad \forall m' \quad (7)$$

$$\sum_m \sum_{m'} S_{jmm'} \leq 1, \quad \forall j \quad (8)$$

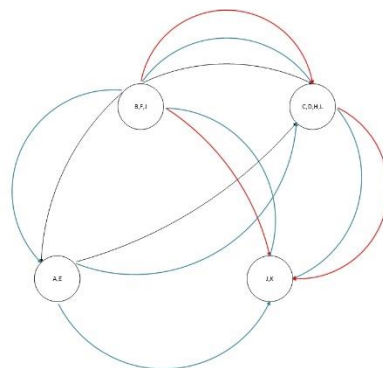
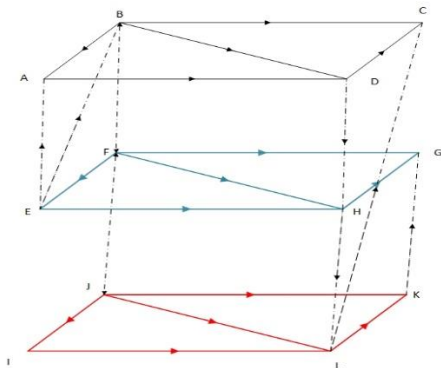
$$x_{ij}^p \geq 2 \sum_m S_{jpm}, \quad j \notin J \quad (9)$$

$$-x_{ij}^p \leq \sum_m S_{jpm}, \quad j \in J' \quad (10)$$

$$x_{ij}^m \in \{0,1\}, \quad \forall m, \forall i, j$$

$$S_{jmm'} \in \{0,1\}, \quad \forall m, m', \forall j$$

$$U_{m'} \geq 0 \text{ Int} \quad \forall m'$$



شکل ۱. نمایش شبکه چند طبقه در مدل‌های قدیمی (چپ) و نمایش به صورت گراف چندگانه (راست)

به ماتریس هزینه مسئله محاسبه می‌شود، و نمی‌توان تمام حالت-های آن را دقیقاً مورد بررسی قرار داد، اما می‌توان با به‌دست آوردن بازه قابل وقوع برای آن چند عدد در آن بازه را برای به‌دست آوردن مجموعه پارتو به‌عنوان بودجه در نظر گرفت.

با توجه به اینکه تعداد تغییرات در طول مسیر یک عدد صحیح و در یک بازه محدود است، و اینکه عمدتاً در خود مدل بدلیل هزینه تغییر کمتر تغییر رخ می‌دهد در ادامه آن را به عنوان محدودیت در نظر می‌گیریم اما، کاربر می‌تواند بر اساس مطلوبیت خود این مقدار را تغییر داده تا جواب‌های پارتو مربوط به مقادیر مختلف تعداد تغییرات در نظر گرفته شود.

### ۳. الگوریتم پیشنهادی برای حل مسئله مورد

#### بررسی

الگوریتمی که برای این مسئله پیشنهاد می‌شود بر مبنای برنامه‌ریزی پویا<sup>۱</sup> عمل می‌کند، و یک الگوریتم تقریبی است، اما باید توجه داشت در بهینه‌سازی چندهدفه درباره‌ی لفظ دقیق بودن یا تقریبی بودن یک الگوریتم باید بیشتر دقت شود. پس، می‌توان گفت جواب دقیق مسئله به ازای پارامترهای مختلف از توابع هدف در بعضی شرایط توسط این الگوریتم قابل محاسبه است، و در شرایطی جواب به‌دست آمده تقریبی از جواب بهینه مسئله است.

این الگوریتم از تعمیم الگوریتم برنامه‌ریزی پویای موجود برای یافتن کوتاه‌ترین مسیر است که بر مبنای متغیر حالت تعداد یال در طول مسیر و گره شروع به عمل می‌کند. در الگوریتم پیشنهادی علاوه بر اینکه انتخاب یال قبلی در مسیر برای رسیدن به مبدأ متغیر تصمیم فرض می‌شود بلکه انتخاب نوع طریقه انتقالی نیز خود یک متغیر تصمیم محسوب می‌گردد. در نتیجه، این الگوریتم یک الگوریتم برنامه‌ریزی پویای چند بعدی چه از نظر تعداد متغیر حالت و چه از نظر تعداد متغیر تصمیم در نظر گرفته می‌شود، و از آنجایی که افزایش تعداد بعد در الگوریتم‌های برنامه‌ریزی پویا پیچیدگی محاسباتی را افزایش داده و زمان اجرای آن را کند می‌کند، برای کاهش زمان حل بهبودی در عملیات مربوط به هر تکرار در نظر گرفته شده است. برای

محدودیت ۴ تضمین می‌کند مسیر از مبدأ به مقصد انتقال یابد، محدودیت ۵ تضمین می‌نماید که طریقه وسیله نقلیه شخصی باید در ابتدا انتخاب شده باشد و نمی‌توان در یالی که قبلاً از طریقه‌ی دیگری استفاده نموده به طریقه خودروی شخصی انتقال یابیم، محدودیت ۶ تغییر طریقه را نشان می‌دهد، و متغیر  $S_{jmmv}$  به منظور نمایش تغییر طریقه از طریقه  $m$  به  $m'$  در گره  $j$  تعریف می‌شود، محدودیت ۷ برای تعریف هزینه ثابت انتقال به هر طریقه مشخص بیان شده است، محدودیت ۸ نشان می‌دهد از هر طریقه تنها می‌توان به یک طریقه‌ی دیگر منتقل گشت، و در محدودیت‌های ۱۰ و ۱۱ نشان داده می‌شود که اگر در شبکه مربوط به خود شخصی حرکت کنیم، باید تا جایی ادامه دهیم که به یک پارکینگ برسیم، زیرا خودروی شخصی باید در محل‌هایی که قابلیت و ظرفیت پارک خودرو را دارند پارک شوند، و در اینجا مجموعه گره‌های پارکینگ با مجموعه  $J$  نمایش داده شده است.

حال برای تبدیل مسئله فوق به یک مسئله تک هدفه از روش محدودیت- $\epsilon$ <sup>۹</sup> استفاده کرده و توابع هدف دوم و سوم را به محدودیت انتقال می‌دهیم. دلیل استفاده از این روش آن است که در روش‌هایی مانند مجموع وزن‌دار الزاماً به راحتی کل مجموعه پارتو به‌دست نمی‌آید و یا در روشی مانند برنامه‌ریزی آرمانی نیز تعریف آرمان برای این اهداف به راحتی امکان پذیر نیست. از این رو دو محدودیت زیر به مدل ریاضی مسئله اضافه می‌شود و تابع هدف زمان تنها تابع هدف مسئله می‌گردد.

$$\sum_j \sum_m \sum_{m'} S_{jmm'} \leq \epsilon_1 \quad (11)$$

$$\sum_m \sum_{(i,j) \in A} C_{i,j}^m x_{i,j}^m + \sum_m C_m U_m \leq \epsilon_2 \quad (12)$$

محدودیت ۱۱ نمایش دهنده سقف تغییر طریقه حمل و نقل در مدل مربوطه است، از آنجایی که این مقدار یک مقدار صحیح است می‌توان به ازای تمام حالت‌های قابل وقوع جواب بهینه مسئله را یافت و در نهایت مجموعه پارتو را تشکیل داد. اما، محدودیت ۱۲ که بیانگر هزینه مسیر انتخاب شده است، در حقیقت تبدیل به محدودیت بودجه گردیده است، که مقادیر مورد اتخاذ آن با توجه

## برنامه ریزی چندهدفه مسیر در یک شبکه چندطبقه با مسیرهای جایگزین

بهبود محاسبات در هر تکرار از عملگر بهبود کران مشابه با الگوریتم- های شاخه و کران<sup>۱۱</sup> استفاده شده است، و از تولید جواب‌های غیر موجه از نظر تعداد تغییر طبقه و استفاده از طبقه خودروی شخصی در هر مرحله جلوگیری می‌شود که تأثیر بسیار زیادی در زمان حل توسط الگوریتم برنامه ریزی پویا دارد، ولی در شرایطی جواب بهینه مسئله ممکن است قابل دستیابی نباشد. به این ترتیب، از آنجایی که به دنبال یافتن کوتاه‌ترین مسیر هستیم، پس اگر یالی به عنوان متغیر تصمیم، به مسیری که در همین تکرار از بهترین جواب ذخیره شده بدتر است اضافه گردد، مسیری را تولید می‌کند که دیگر نمی‌تواند بهینه باشد و در تکرارهای بعدی الگوریتم برنامه‌ریزی پویا نیز به همین ترتیب بهبود پیدا نخواهد کرد. به همین دلیل از تولید این گونه مسیرها در طول الگوریتم جلوگیری به عمل می‌آید که به طرز چشمگیری زمان حل را کاهش می‌دهد، اما الگوریتم را به دلیل حذف برخی از حالت‌ها تبدیل به الگوریتم برنامه‌ریزی پویای تقریبی می‌کند.

متغیرها و پارامترهای الگوریتم که مورد استفاده واقع شده‌اند در جدول ۲ نمایش داده شده‌اند که در ادامه آورده شده است.

به‌طور کلی در زیر الگوریتم اول مراحل برنامه‌ریزی پویا پیش می‌رود و برای هر متغیر حالت به زیر الگوریتم دوم رفته تا محاسبات مربوط به توابع هدف و ذخیره سازی جواب‌های پارتو هر مرحله انجام گردد. همانطور که در زیر الگوریتم دوم مشاهده می‌گردد در خطوط ۸ الی ۱۱ که جواب به‌دست آمده از نظر دو تابع هدف اکیداً بهتر بوده با جواب فعلی جایگزین می‌گردد و در خطوط ۱۵ و ۱۹ که جواب در یکی از اهداف اکیداً بهتر بوده جواب به‌دست آمده به مجموعه قبلی اضافه می‌گردد و جوابی حذف نمی‌گردد.

### ۴. نتایج محاسباتی مربوط به حل مدل ریاضی

مدل حاصل شده را برای مسئله‌ای با ۱۰ گره و ۳ طبقه‌ی حمل و نقل که ماتریس‌های هزینه، زمان و گره‌های پارکینگ و باقی پارامترهای آن به‌طور تصادفی تولید شده است را با مقادیر مختلف  $E_1$  و  $E_2$  با نرم افزار CPLEX نسخه ۱۲ حل می‌کنیم. نتایج به‌دست آمده در جدول ۴ نمایش داده شده است. با توجه به تعداد طبقه‌های حمل و نقل و تعداد گره‌ها مقادیر ۱، ۲، ۳، و ۴ بار را برای تعداد تغییر طبقه‌های در نظر گرفته‌ایم، ماتریس زمان را با استفاده از توزیع یکنواخت بین ۱ تا ۱۰۰ ساخته‌ایم و با توجه به ماتریس زمان حاصل شده مقادیر ۱۰۰، ۱۵۰، و ۲۰۰ را به‌عنوان بودجه برای قید بودجه‌ی حاصل شده در نظر گرفته‌ایم. در مابقی محاسبات انجام شده در این پژوهش نیز به همین ترتیب عمل شده است. محاسبات این پژوهش در رایانه‌ای با پردازنده دو هسته‌ای، حافظه کوتاه‌مدت چهار گیگابایت و سیستم عامل ویندوز نسخه ۷ صورت گرفته است.

بهبود محاسبات در هر تکرار از عملگر بهبود کران مشابه با الگوریتم- های شاخه و کران<sup>۱۱</sup> استفاده شده است، و از تولید جواب‌های غیر موجه از نظر تعداد تغییر طبقه و استفاده از طبقه خودروی شخصی در هر مرحله جلوگیری می‌شود که تأثیر بسیار زیادی در زمان حل توسط الگوریتم برنامه ریزی پویا دارد، ولی در شرایطی جواب بهینه مسئله ممکن است قابل دستیابی نباشد. به این ترتیب، از آنجایی که به دنبال یافتن کوتاه‌ترین مسیر هستیم، پس اگر یالی به عنوان متغیر تصمیم، به مسیری که در همین تکرار از بهترین جواب ذخیره شده بدتر است اضافه گردد، مسیری را تولید می‌کند که دیگر نمی‌تواند بهینه باشد و در تکرارهای بعدی الگوریتم برنامه‌ریزی پویا نیز به همین ترتیب بهبود پیدا نخواهد کرد. به همین دلیل از تولید این گونه مسیرها در طول الگوریتم جلوگیری به عمل می‌آید که به طرز چشمگیری زمان حل را کاهش می‌دهد، اما الگوریتم را به دلیل حذف برخی از حالت‌ها تبدیل به الگوریتم برنامه‌ریزی پویای تقریبی می‌کند.

برای برخورد با بهینه‌سازی چندهدفه در این الگوریتم بر خلاف حل مدل ریاضی مجموعه پارتو به‌صورت خروجی از الگوریتم به‌دست می‌آید، و برای این منظور جواب‌هایی در هر تکرار که اکیداً در دو فاکتور هزینه و زمان بهتر هستند که قطعاً ذخیره می‌گردند [Carraway et. al. 1989]، و از طرفی جواب‌هایی که از نظر یکی از اهداف یعنی هزینه یا زمان بهتر هستند نیز ذخیره می‌گردند که البته این مقدار بهتر بودن می‌تواند از طرف کاربر با وزن- هایی که به هر هدف می‌دهد تنظیم گردد. همانطور که در بخش قبل گفته شد، تعداد تغییر طبقه نیز به‌صورت یک محدودیت در مسأله اعمال می‌گردد.

این الگوریتم از دو زیر الگوریتم تشکیل گردیده است، در زیر الگوریتم اول تکرارهای اصلی برنامه‌ریزی پویا بر اساس متغیر حالت و مرحله که همان گره‌های شبکه هستند جلو می‌رود و در هر تکرار برای ذخیره جواب پارتو مربوط به آن مرحله و حالت، وارد زیر الگوریتم دوم می‌شویم که در آنجا جواب‌های مربوط به آن تکرار آزمایش می‌شوند، و جواب پارتو بهبود می‌یابد. سپس، در بازگشت به الگوریتم اول مقدار بهترین جواب به عنوان کران مسئله

سیاوش تبریزیان، کورش عشقی

```

DP (TimeMatrix, CostMatrix)
1 for iter = 2 to n
2   for origin_node = 1 to n

3     for destination_node=1 to n
4       if destination_node~=origin_node

5         fstar(iter,origin_node)=creatfstar(origin_node,destination_node,fstar(iter-
6           1,destination_node),fstar(iter,origin_node));
7         end
8       end
9     end

10    if minimum(All fstar(iter,1).time) < Best_time
11      Best_time = minimum(All fstar(iter,1).time);
12    end
13    if minimum(fstar(iter,1).cost) < Best_cost
14      Best_cost = minimum(All fstar(iter,1).cost);
15    end
16  end

fstarc = creatfstar(origin_node,destination_node,fstarp,fstarc_origin_node)

1 for i=1 to mode_number
2   for j=1 to size_of_fstarp.cost

3     if fstarp.time(j) < Best_time || fstarp.cost(j) < Best_cost
4       for k=1 to size_of_fstarc_origin_node
5         if [i fstarp.mode{j}] is feasible

6           if (New_Path.time < fstarc_origin_node(k).time)
7             and (New_Path.cost< fstarc_origin_node(k).cost)
8               fstarc.time(k) = New_Path.time;
9               fstarc.cost(k) = New_Path.cost;
10              fstarc.path{k} = [origin_node fstarp.path{j}];
11              fstarc.mode{k} = [i fstarp.mode{j}];
12            end

13            if (New_Path.time < fstarc_origin_node(k).time)
14              and (New_Path.cost> fstarc_origin_node(k).cost)

15              {fstarc} = Merge({fstarc}, { New_Path });

16            end

17            if (New_Path.time> fstarc_origin_node(k).time)
18              and (New_Path.cost< fstarc_origin_node(k).cost)

19              {fstarc} = {fstarc} U { New_Path };

20            end
21          end
22        end
23      end
24    end
25  end

```



برنامه ریزی چندهدفه مسیر در یک شبکه چندطبقه با مسیرهای جایگزین

جدول ۲. شرح پارامترهای الگوریتم

شرح	پارامترها
تعداد یال‌های موجود در مسیر که متغیر حالت است.	length
گره شروع هر مسیر که یک متغیر حالت است.	Origin node
گره انتهایی یک یال که مصادف با گره ابتدایی یک مسیر می‌گردد. در هر تکرار به ازای یک گره شروع یال مربوط به گره پایانی تصمیم‌گیری می‌گردد. که همان گره پایانی خود منجر به یک گره شروع مربوط به مسیری در مراحل قبل برنامه‌ریزی پویا می‌گردد.	Destination node
تابعی که در آن جواب‌های پارتو ذخیره می‌گردند که دارای دو ویژگی <b>time</b> و <b>cost</b> است.	fstar (length, orgnode)
مجموعه‌ی پارتو حاصل از تکرار فعلی زیر الگوریتم اصلی	fstarc
مجموعه پارتو حاصل از تکرار قبلی الگوریتم اصلی که از گره مقصد تکرار فعلی آغاز گردیده‌است	fstarp
مجموعه پارتو فعلی که از گره مبدأ موجود است	fstarc_ origin_node
مسیر جدیدی که از متصل شدن گره مبدأ تکرار فعلی به گره مقصد تکرار فعلی با طبقه مربوط به شمارنده <b>i</b> ایجاد گردیده‌است.	New_Path
مربوط به زمان رسیدن در یک مسیر	time
هزینه طی شده برای هر مسیر بخصوص	cost
بهترین زمان ممکن به دست آمده برای مسیر فارغ از اینکه هر جواب از چه طول مسیری برخوردار است.	Best_time
بهترین هزینه ممکن به دست آمده برای مسیر فارغ از اینکه هر جواب از چه طول مسیری برخوردار است.	Best_cost

همان‌طور که ملاحظه می‌شود از جدول ۲ متوجه می‌شویم بالا رفتن تعداد تغییر طبقه‌های حمل و نقل در جواب بهینه این مسئله خاص تأثیری نداشته، و تنها مقدار سمت راست محدودیت بودجه که مربوط به تابع هدف هزینه بود در بهبود جواب تأثیر گذار خواهد بود. پس در نتیجه، می‌توان گفت در این مسئله مجموعه پارتو به صورت  $\{(20, 10, 200)\}$  و  $\{(20, 10, 200)\}$  به دست می‌آید

قبل از هر چیز در جدول ۳ مقایسه شبکه‌ی جدید به صورت گراف چندگانه را با مدل پیشین ادبیات در چند اندازه انجام می‌دهیم تا صحت مدل را آزمون کنیم، به این منظور محدودیت‌های جدیدی که در مدل وارد نموده‌ایم، مانند در نظر گرفتن گره‌های پارکینگ، را موقتاً لحاظ نمی‌کنیم. در آن مشخص است که جواب مدل‌ها با یکدیگر یکسان است و شبکه جدید از نظر زمان حل کارآتر از شبکه پیشین عمل می‌کند.

سیاوش تبریزیان، کورش عشقی

جدول ۳. زمان حل الگوریتم با مدل‌های با تعداد طریقه ۳

تعداد گره	۶	۷	۸	۹	۱۰
فاصله توابع هدف	۰	۰	۰	۰	۰
زمان حل مدل حاصل از شبکه پیشین بر حسب ثانیه	۰/۱۰۷	۰/۱۱۲	۰/۱۴۱	۰/۱۱۰	۰/۱۱۱
زمان حل مدل حاصل از شبکه جدید بر حسب ثانیه	۰/۱۰۱	۰/۱۰۶	۰/۱۳۸	۰/۰۹۵	۰/۰۹۷

جدول ۴. حل مدل ریاضی مسأله برای یک مثال

$\varepsilon_1$	۱	۱	۱	۲	۲	۲	۳	۳	۳	۴	۴	۴
$\varepsilon_2$	۱۰۰	۱۵۰	۲۰۰	۱۰۰	۱۵۰	۲۰۰	۱۰۰	۱۵۰	۲۰۰	۱۰۰	۱۵۰	۲۰۰
مقدار تابع هدف زمان	۶۳	۶۳	۲۰	۶۳	۶۳	۲۰	۶۳	۶۳	۲۰	۶۳	۶۳	۲۰
زمان حل مسئله (ثانیه)	۰/۵۵	۰/۳۸۳	۰/۵۵	۰/۶۱	۰/۵	۰/۵	۰/۵۱	۰/۳۵	۰/۳۸۳	۰/۳۵	۰/۳۸۳	۰/۵۵

می‌دهیم. در هر مدل به‌دست آمده جواب‌ها با حل ریاضی مقایسه گردیده و صحت کدنویسی الگوریتم بررسی گردیده‌است. در جدول ۳ نتایج مربوط به ۳ طریقه و در جدول ۴ مدل‌های مربوط به ۴ طریقه ارائه شده‌اند. محدودیت تعداد تغییر طریقه ۵ بار در نظر گرفته شده‌است و بغیر از این محدودیت همان محدودیت در استفاده از وسیله نقلیه‌ی شخصی لحاظ شده‌است.

توجه شود در جدول ۵ و جدول ۶ برای آزمایش با مدل ریاضی هدف هزینه را نادیده گرفته و بهترین جواب زمان را در الگوریتم خوانده‌ایم در مدل ریاضی هم قید بودجه را طوری در نظر گرفته‌ایم که محدودیتی روی هزینه اعمال نشود و بهترین جواب از نظر زمان به‌دست آید که در تمام این مدل‌ها جواب الگوریتم و مدل ریاضی یکسان بود.

و برای رسیدن به این نتیجه مجموعاً در حدود ۵ ثانیه زمان صرف شد، و هنوز هم مقدار دقیقی برای توابع هدف به‌دست نیامد، زیرا می‌توان با مقادیری کمتر از ۱۰۰ و ۲۰۰ به ترتیب به مقادیر ۶۳ و ۲۰ برای تابع هدف زمان دست یافت که در این مسئله در نظر گرفته نشد. حال، می‌توان دریافت که در ابعاد بزرگ و ماتریسی که جواب بهینه آن پیچیده‌تر از مسئله فوق باشد، چقدر می‌تواند برای روش بالا مشکل‌ساز باشد. برای حل این مشکل الگوریتم طراحی شده در هر تکرار مجموعه پارتو را ذخیره می‌نماید و به‌طور مستقیم بهینه‌سازی چندهدفه را انجام می‌دهد.

برای بررسی کارایی الگوریتم پیشنهادی چند مدل برای مسئله به‌طور تصادفی تولید شده‌است، تا توسط آن الگوریتم آزمایش شود. از ۶ تا ۱۰ گره به عنوان اندازه استاندارد و با ۳ و ۴ طریقه ممکن حمل و نقل آزمایش را روی الگوریتم از نظر جواب حل انجام

برنامه ریزی چندهدفه مسیر در یک شبکه چندطبقه با مسیرهای جایگزین

جدول ۵. زمان حل الگوریتم با مدل‌های با تعداد طبقه ۳

تعداد گره	۶	۷	۸	۹	۱۰
زمان حل بر حسب ثانیه	۰/۱۰۱	۰/۱۰۶	۰/۱۳۸	۰/۰۹۵	۰/۰۹۷

جدول ۶. زمان حل الگوریتم با مدل‌های با تعداد طبقه ۴

تعداد گره	۶	۷	۸	۹	۱۰
زمان حل بر حسب ثانیه	۰/۱۱۱	۰/۰۵۳	۰/۰۶۲	۰/۰۹۹	۰/۱۲۵

و سپس در حل حاصل از الگوریتم بهترین زمان مربوط به هزینه‌ی کمتر از مقدار داده شده که در الگوریتم با **Besttime** نمایش داده شده‌است را می‌خوانیم. پس، باید توجه داشت که الگوریتم به ما مجموعه‌ای از جواب‌ها می‌دهد در صورتیکه جواب مدل ریاضی یک جواب است. اندازه مسئله همان تعداد گره‌ها را نمایش می‌دهد. همانطور که در جدول ۷ ملاحظه می‌شود در تمام مسائلی که ایجاد شد الگوریتم مطرح شده جواب دقیقی از مسئله ارائه می‌دهد و دلیل آن این است که الگوریتم مطرح شده در تمام مسائلی که جواب بهینه سراسری مسأله همان جواب بهینه حاصل از مسئله آزاد شده از دو قید تعداد پیشینه طبقه و استفاده از خودروی شخصی باشد، جواب بهینه سراسری مسئله را ارائه می‌کند، زیرا الگوریتم طراحی شده تمام حالت‌ها در مسئله بدون محدودیت را از نظر توالی طبقه‌ها در روند برنامه‌ریزی پویا در نظر می‌گیرد و بهترین جواب با هر طول مسیر ذخیره می‌گردد. در حقیقت انحراف الگوریتم ارائه شده از جواب بهینه سراسری مسأله در مسائلی است که قیدهای مسأله در تولید جواب بهینه سراسری نقش ایفا کنند که در ابتدای بخش ۳ توضیح داده شد. به‌طور مثال، در مسأله‌ای که استفاده از خودروی شخصی بهینه باشد، ممکن است الگوریتم ارائه شده دارای خطا باشد یا در مواردی که جواب بهینه حاصل از چندین بار تغییر در استفاده از طبقه حمل و نقل باشد. اما، باید به

در جداول ۵ و ۶ نقش اعمال کران برای توقف الگوریتم به چشم می‌خورد، مثلاً در جدول ۵ در مدل‌های با ۱۰ گره و ۹ گره زمان حل به‌طور چشم‌گیری کاهش پیدا کرد به دلیل آنکه مثلاً در مدل ۱۰ گره‌ای مدلی که به تصادف تولید شده بود به نحوی بود که تمام مسیرهای ۲ یالی بدتر از یکی از مسیرهای دو یالی موجود به‌دست آمده بودند، پس هیچ مسیر ۳ یالی وجود ندارد که بتواند بهینه باشد، زیرا اکیداً اضافه شدن یک یال به هر کدام از مسیرهای دو یالی موجود از گره‌های شبکه جواب بهتری از جواب موجود به ما نخواهد داد. هدف ما آزمایش و بهبود الگوریتم است و در اینجا داده‌ها به نحوی بود که جواب‌های با تعداد یال‌های بیشتر بهینه نبودند و الگوریتم سریعاً خاتمه یافت که این یکی از نشانه‌های کارایی بالای این الگوریتم است، زیرا به نوع مدل ورودی حساس است و با همه مدل‌هایی که به آن داده می‌شود یکسان برخورد نمی‌کند. در صورتیکه، ما در حل مدل ریاضی با امتحان طول مسیرهای مختلف متوجه شدیم نمی‌توانیم جواب بهتری به‌دست بیاوریم، و در حقیقت محاسبات بیشتری انجام دادیم و به تبع آن زمان حل ما بسیار بالا رفت.

برای انجام مقایسه برای صحت و زمان حل الگوریتم، بدلیل ضعف مدل ریاضی در برخورد با چند هدف به‌طور همزمان، با توجه به یک مقدار هزینه مشخص از طریق نرم افزار مدل را حل می‌نماییم،

## سیاوش تبریزیان، کورش عشقی

داده شده رشد زمانی دو روش استفاده شده بر حسب ثانیه یعنی روش حل توسط نرم افزار CPLEX نسخه ی ۱۲ و الگوریتم ارائه شده را مشاهده نمود.

### ۵. مقایسه الگوریتم پیشنهادی با الگوریتم ژنتیک

#### چند هدفه<sup>۱۲</sup>

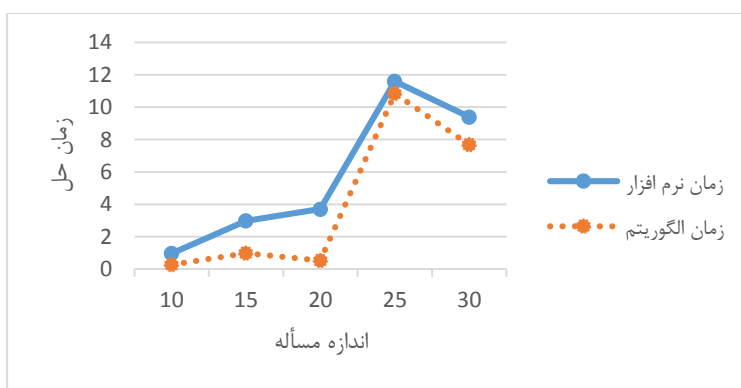
در این بخش الگوریتم طراحی شده را با یک الگوریتم که بر مبنای حل مستقیم و ارائه مجموعه پارتو عمل می کند مقایسه می کنیم. یکی از بهترین الگوریتم هایی که به طور مستقیم بهینه سازی چند هدفه را در مسائل گسسته انجام می دهد، الگوریتم ژنتیک با مرتب سازی غیرمغلوب است.

این نکته توجه داشت که همانطور که در مثال هایی که آورده شد می توان ملاحظه کرد، چارچوب این مسئله به نحوی است که عمدتاً استفاده از خودروی شخصی و تعداد تغییر طریقه زیاد نمی تواند جواب بهینه را بسازد، و در واقع ایده ی اصلی ساخت این الگوریتم نیز از همین جا ناشی شده است

که بدلیل احتمال پایین وقوع چنین جواب هایی الگوریتم در هر تکرار اگر جواب موجه نباشد آن را حذف می کند و تا تکرارهای آخر خود را درگیر ساخت جواب هایی که ممکن است به دلیل ناموجه شدن یک جواب خوب، شانس قرار گرفتن در موقعیت جواب بهینه را داشته باشند، نمی کند و به همین دلیل کارایی بالایی پیدا کرده و در عین حال در اکثر مسائل این رده جواب دقیق را ارائه می دهد. در شکل ۲ می توان در نموداری با توجه به مدل های

جدول ۷. مقایسه حل الگوریتم و نرم افزار

اندازه	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰
جواب نرم افزار	۱۰	۲۳	۲۵	۱۰	۱۱
زمان حل نرم افزار بر حسب ثانیه	۰/۹۶	۲/۹۸	۳/۷	۱۱/۶	۹/۴
جواب الگوریتم	۱۰	۲۳	۲۵	۱۰	۱۱
زمان حل الگوریتم بر حسب ثانیه	۰/۲۷	۰/۹۷۷	۱/۵۲۵	۱۰/۸۵۱	۷/۶۸۵
فاصله ی بین جواب ها	۰	۰	۰	۰	۰



شکل ۲. نمایش نمودار زمان حل الگوریتم ها برای اندازه های مختلف مسأله

## برنامه ریزی چندهدفه مسیر در یک شبکه چندطبقه با مسیرهای جایگزین

همانطور که در جدول ۸ مشاهده می‌گردد، بدلیل ماهیت تصادفی در رفتار الگوریتم ژنتیک در اندازه ۳۰ برخلاف روند رو به کاهش فاصله بین جواب‌ها یک پرش ایجاد شده‌است، که البته یکی دیگر از دلایل آن سرعت الگوریتم طراحی شده در آن اندازه با توجه به مدل به‌دست آمده بود در کل می‌توان اظهار کرد در هر مدلی که طول مسیر بهینه کم باشد الگوریتمی که بر مبنای برنامه‌ریزی پویا طراحی شده‌است بسیار کارآتر از ژنتیک عمل می‌کند. در این مثال، در اندازه ۳۰ با وجود اینکه اندازه مسئله بزرگ است اما بدلیل آنکه طول مسیر جواب بهینه حدود ۳ یال در مسیر و استفاده تنها از یک طبقه است الگوریتم طراحی شده بدلیل حساسیت نسبت به مدل ورودی سریع‌تر به جواب می‌رسد، ولی الگوریتم ژنتیک در افزایش اندازه یک سیر یکسان را طی می‌کند، یعنی هر چه اندازه مسئله افزایش یابد به زمان بیشتری احتیاج می‌یابد که این دلیل عدم حساسیت این الگوریتم به مدل ورودی مسئله است. در شکل ۴ می‌توان نمودار فاصله جواب‌ها بر حسب اندازه مدل ورودی را مشاهده نمود.

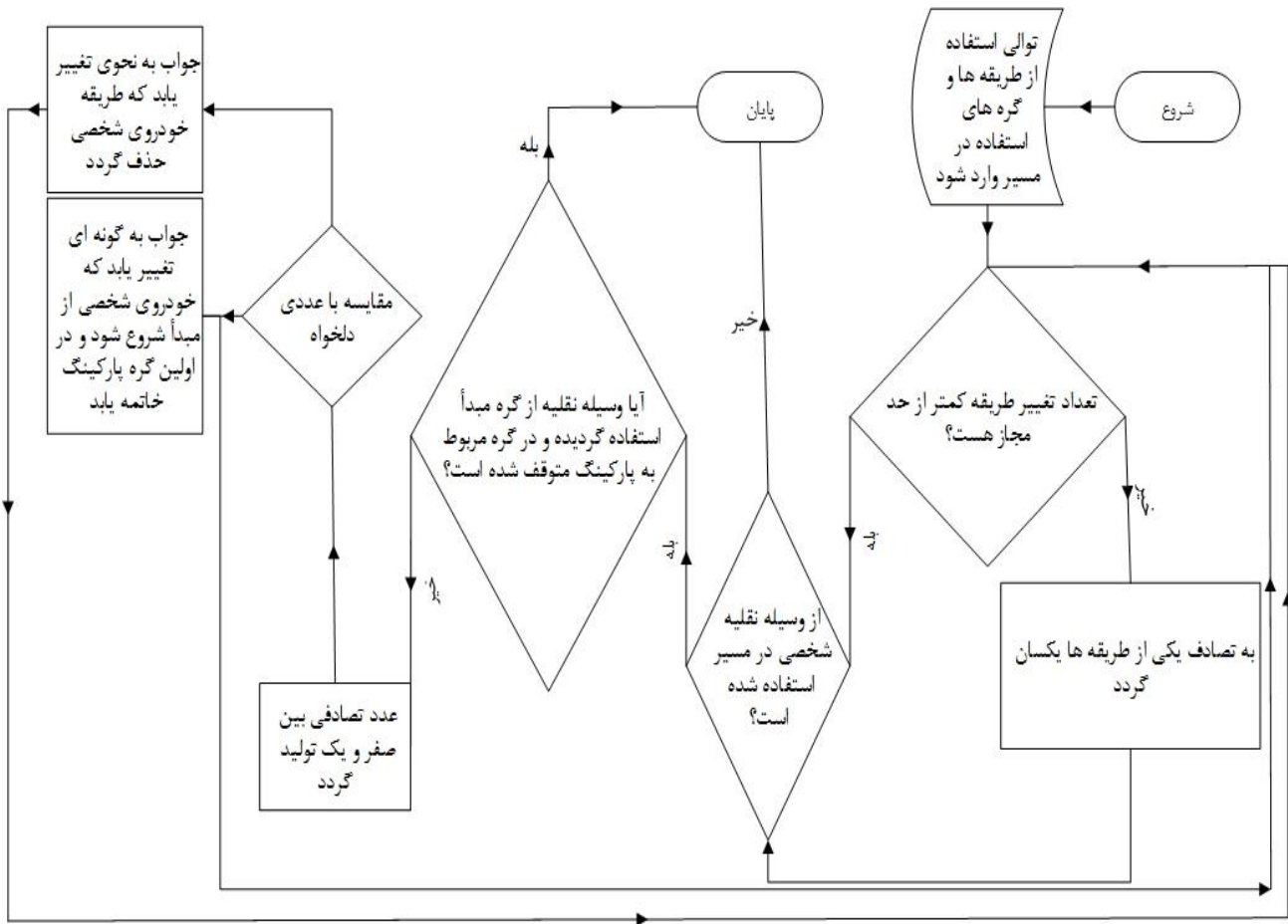
در شکل ۵ دو سایز ۵۰ و ۶۰ از مسأله به‌طور تصادفی مانند آنچه در بخش ۴ توضیح داده شد تولید گردیده سپس در مدت خاتمه الگوریتم برنامه‌ریزی پویا، الگوریتم ژنتیک اجرا گردیده و مجموعه‌ای از جواب‌های پارتو در هر دو الگوریتم رسم شده‌اند، نمودارهای سمت راست مربوط به الگوریتم ژنتیک و نمودارهای سمت چپ مربوط به الگوریتم برنامه‌ریزی پویا است، محور افقی تابع هدف هزینه و محور عمودی تابع هدف زمان را نشان می‌دهد که کیفیت و جمعیت موجود در مرز پارتو در الگوریتم برنامه‌ریزی پویا همانطور که مشاهده می‌شود بیشتر از ژنتیک است، زیرا الگوریتم ژنتیک زمان بیشتری برای همگرا شدن نیاز دارد.

در این مرحله برای اندازه‌های ۳۰، ۴۰ و ۵۰ نمودار پیشرفت زمانی دو الگوریتم را رسم می‌نماییم. برای این منظور زمان همگرایی الگوریتم برنامه‌ریزی پویا را به دلیل کوتاه‌تر بودن ملاک قرار داده

رای پیاده‌سازی الگوریتم ژنتیک در این مسئله تمام موارد مانند الگوریتم ژنتیک چندهدفه کلاسیک (الگوریتم ژنتیک با مرتب سازی غیر مغلوب نسخه ۲) است، تعریف کروموزوم‌ها به این صورت است که در مسئله دو کروموزوم در نظر گرفته شده که در کروموزوم اول توالی گره‌ها برای مشخص کردن مسیر و در کروموزوم دوم توالی طبقه‌ها مشخص می‌گردد. تنها برای موجه نگه داشتن جواب‌ها از تکنیک اصلاح جواب‌ها استفاده می‌شود به این نحو که در هر تکرار جواب تولید شده توسط ژنتیک مورد آزمایش قرار می‌گیرد و اگر موجه نباشد مورد اصلاح قرار گرفته و جواب اصلاح یافته به جمعیت جواب‌ها اضافه می‌گردد. مکانیزم اصلاح جواب توسط زیر الگوریتم نمایش داده شده در شکل ۳ صورت می‌گیرد که این زیر الگوریتم در هر تکرار الگوریتم ژنتیک وارد عمل شده و جواب مربوط به جمعیت تولیدی را اصلاح می‌نماید.

برای تنظیم پارامترهای ژنتیک چندهدفه از روش استفاده شده در [Asefi et. al. 2014] بهره گرفته شد، و در نهایت مسئله مورد بحث توسط این الگوریتم پیاده سازی گردید. در دو مورد کیفیت جواب‌ها و زمان حل باید دو الگوریتم با یکدیگر مقایسه گردند، به این منظور مسئله را در اندازه‌های مختلف در هر دو الگوریتم پیاده سازی می‌کنیم و زمان حل و کیفیت جواب‌ها را مقایسه می‌کنیم. اما، مشکل این است که هر دو الگوریتم بهینه‌سازی چندهدفه را به‌صورت تشکیل مجموعه پارتو انجام می‌دهند به همین دلیل به ازای یک مقدار هزینه مشخص به عنوان بودجه بهترین جواب مربوط به زمان سفر را در مورد دو الگوریتم مورد بررسی قرار می‌دهیم. برای یکسان سازی مقایسه الگوریتم ژنتیک را تا زمان الگوریتم طراحی شده اجرا کرده و بهترین جواب تا آن زمان را ذخیره می‌کنیم، یعنی زمان حل را ثابت گرفته و کیفیت جواب را مقایسه می‌کنیم که خود نشان دهنده زمان رسیدن به جواب بهینه هم است، زیرا الگوریتمی که در آن زمان جواب بدتری به‌دست آورد یعنی به زمان بیشتری برای رسیدن به جواب بهینه احتیاج خواهد داشت.

سیاوش تبریزیان، کورش عشقی

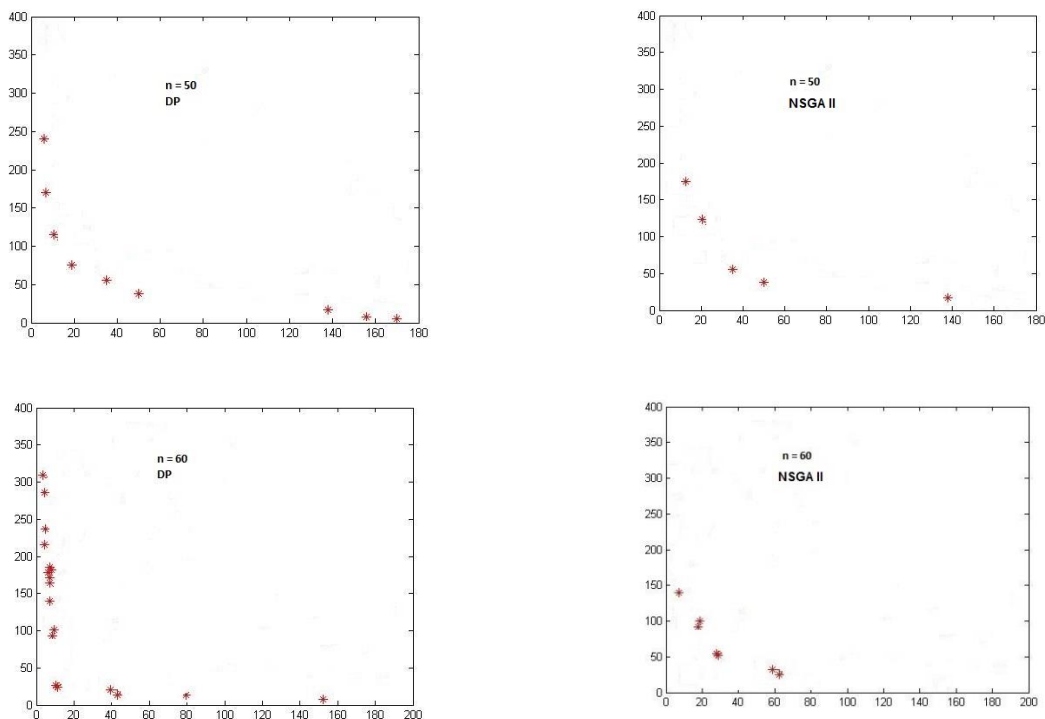


شکل ۳. الگوریتم اصلاح جواب در ژنتیک چندهدفه

جدول ۸. مقایسه حل الگوریتم و ژنتیک چند هدفه

اندازه	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰
جواب الگوریتم ژنتیک	۴۰	۳۲	۲۹	۱۳	۳۴
زمان حل ژنتیک برحسب ثانیه	۰/۲۷	۰/۹۷۷	۱/۵۲۵	۱۰/۸۵۱	۷/۶۸۵
جواب الگوریتم	۱۰	۲۳	۲۵	۱۰	۱۱
زمان حل الگوریتم بر حسب ثانیه	۰/۲۷	۰/۹۷۷	۱/۵۲۵	۱۰/۸۵۱	۷/۶۸۵
فاصله بین جواب‌ها	۳۰	۹	۴	۳	۲۳

## برنامه ریزی چندهدفه مسیر در یک شبکه چندطبقه با مسیرهای جایگزین



شکل ۵. نمایش جواب‌های پارتو حاصل از الگوریتم برنامه‌ریزی پویا و الگوریتم ژنتیک

حاصل کند. و این قابلیت الگوریتم همانطور که ملاحظه می‌شود با افزایش سایز مسئله بیشتر نمایان می‌گردد.

## ۶. مطالعه موردی

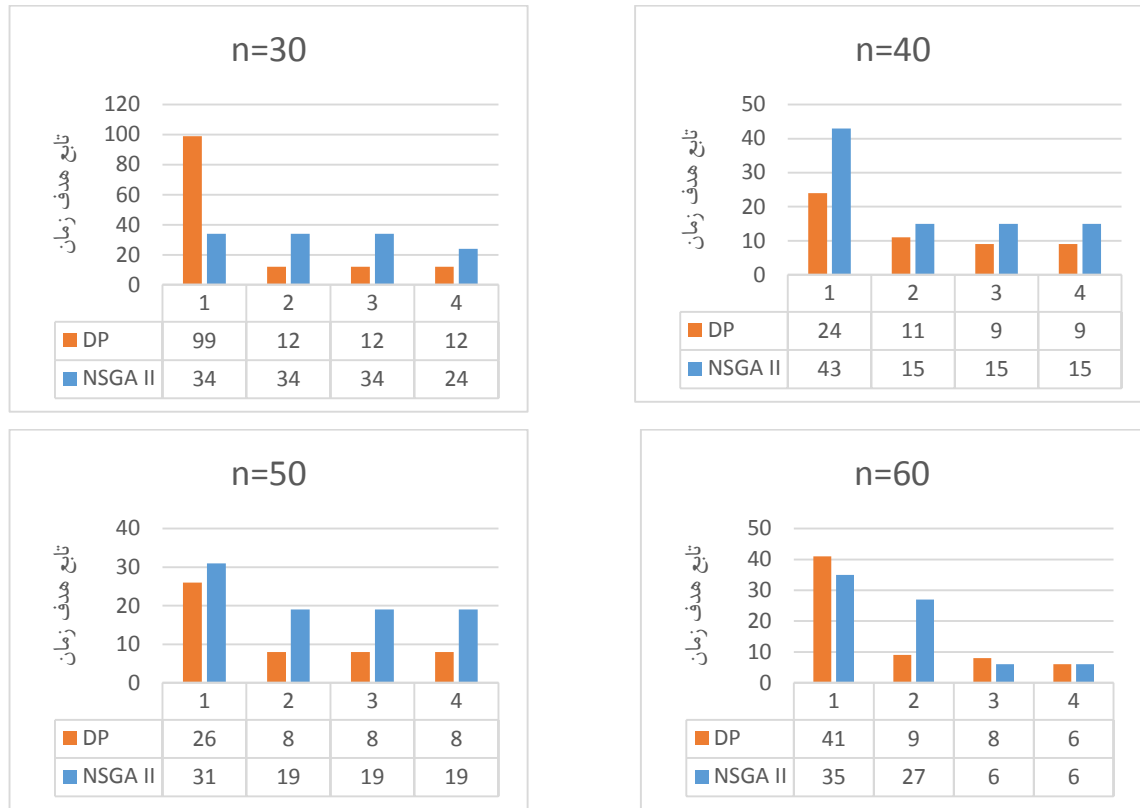
در این بخش سعی می‌شود یک نمونه کاربردی کوچک از مسأله ارائه شده در این پژوهش را مورد بررسی قرار دهیم. برای این منظور یک صورت سوال مطرح می‌کنیم به این نحو که فرض کنید می‌خواهید از منطقه تهران پارس به ورزشگاه آزادی برای تماشای یک مسابقه ورزشی بروید برای این منظور چگونه و از چه مسیری و از چه طریقه‌هایی برای طی کردن مسیر استفاده می‌کنید؟

جواب دادن به این سوال از چند نظر قابل توجه است:

۱- این سوال می‌تواند یک مسأله شخصی برای یک طرفدار مسابقه‌ی ورزشی باشد و بدلیل مسیر طولانی شرق به غرب این مسافرت درون شهری و گستردگی طریقه‌های حمل و نقل موجود در این مسیر یک مسأله‌ی قابل تأمل برای هر فردی می‌تواند قرار گیرد.

و به‌طور مثال برای سایز ۳۰ زمان ۸ ثانیه را برای کل اجرا در نظر می‌گیریم. سپس، بازه صفر تا ۸ ثانیه را به ۴ قسمت تقسیم کرده و در هر دو ثانیه دو الگوریتم را متوقف نموده و بهترین جواب هر کدام را از نظر زمان بدون در نظر گرفتن هزینه انتخاب نموده و در یک نمودار رسم می‌نماییم. به این ترتیب نحوه پیشرفت دو الگوریتم را نسبت به توابع هدف مختلف می‌توانیم مشاهده نماییم. این آزمون نشان دهنده سرعت بهبود جواب در الگوریتم است، از آنجاییکه الگوریتم ژنتیک در ابتدا به‌طور تصادفی جواب تولید می‌نماید شاید جواب بهتری نسبت به الگوریتم برنامه‌ریزی پویا داشته باشد. اما همانطور که ملاحظه می‌شود شیب کاهشی و سرعت بهبود در الگوریتم طراحی شده بهتر است، و این امکان را به کاربران می‌دهد که در اواسط اجرای الگوریتم آن را متوقف نمایند و با این حال جواب‌های نسبتاً خوبی نیز به‌دست آورند در صورتی‌که الگوریتم ژنتیک شاید مدتها در دام بهینه‌های محلی گرفتار شود و قادر به بهبود جواب نباشد، مانند اندازه ۵۰ که الگوریتم ژنتیک نتوانسته بهبودی

## سیاوش تبریزیان، کورش عشقی



شکل ۶. نمودار پیشرفت زمانی دو الگوریتم بر حسب تابع هدف زمان در چهار اندازه مختلف

برای حل این سوال از مسئله مطرح شده در این پژوهش استفاده می‌کنیم تا به جواب‌های پارتوی ممکن برای سوال دست یابیم. چهار طریقه خودروی شخصی، پیاده، تاکسی، مترو و اتوبوس تندرو را در این پژوهش در نظر می‌گیریم. مترو خود به دو شبکه خطوط ۲ و ۴، و اتوبوس تندرو صرفاً برای دوری از پیچیدگی مسئله خط ۱ و خطوط دیگری که ایستگاه‌های مترو را به هم وصل می‌کنند، مانند خطوط ۲ و ۴ اتوبوس تندرو لحاظ می‌کنیم. برای به‌دست آوردن ماتریس زمان در طریقه خودروی شخصی و ماتریس زمان برای طریقه پیاده از نرم افزار نقشه گوگل نسخه ۲۰۱۵ مانند شکل ۷ بهره می‌بریم و ماتریس زمان اتوبوس تندرو و مترو از روی ساعت‌های ورود و خروج به ایستگاه‌ها که از سایت مربوط به شهرداری استخراج شده‌اند برداشت می‌شود، که البته کمی دست بالا بوده و در آن زمان بالاتری نسبت به واقعیت در نظر

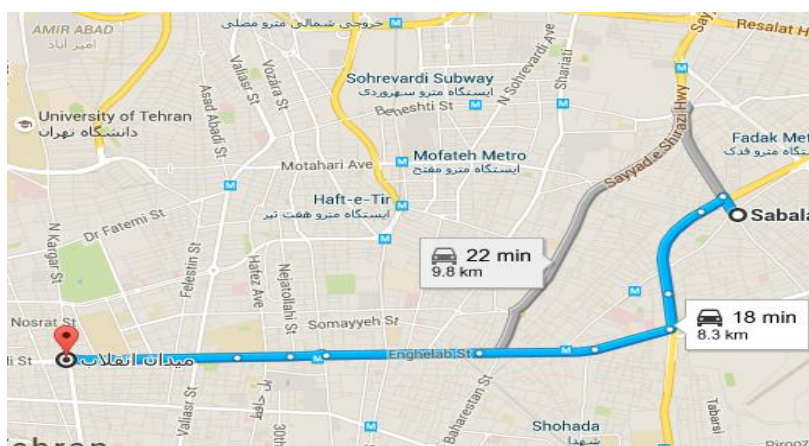
۲- از جانب استادیوم آزادی و برگزار کنندگان مسابقات برای فراهم آوردن وسایل راحتی تماشاگران مسابقه‌ی ورزشی این سوال می‌تواند قابل تأمل باشد مثلاً اگر قرار است اتوبوس یا وسیله‌ای بعد از بازی برای تماشاگران در نظر بگیرند برای چه مقاصدی این وسیله‌ها حرکت کنند اگر بیشتر تماشاگران به‌طور بهینه از نزدیکترین ایستگاه مترو استفاده می‌کنند بیشتر این وسایل به مقصد ایستگاه مترو حرکت کنند اگر تماشاگران از خط تندروی اتوبوس استفاده می‌کنند این وسایل آنها را تا آن ایستگاه‌ها برساند و برای مدیریت تماشاگران بعد از بازی می‌تواند مسئله مهمی قلمداد گردد. البته در این مورد صرفاً از مبدأ تهران پارس مسأله بررسی نمی‌گردد، بلکه برای سیاستگذاران مسأله باید از مبدأهای متفاوت بر طبق نواحی که طبق آمارگیری‌های قبلی بیشترین نواحی مبدأ برای افراد بوده‌است، مورد بررسی قرارگیرد.



## برنامه ریزی چندهدفه مسیر در یک شبکه چندطبقه با مسیرهای جایگزین

از حل مسئله دو جوابی که اکیداً از نظر تابع هدف زمان و هزینه بهتر هستند، به عنوان دم منحنی پارتو به ترتیب استفاده از خودروی شخصی از مبدأ به مقصد (به دلیل در نظر ن گرفتن اتلاف زمان ناشی از ترافیک) و پیاده رفتن که هزینه‌ای را در بر ندارد اما جواب‌های میانی در جدول ۱۰ نشان داده شده است. اگر نام‌گذاری طبقه‌ها به صورت خودروی شخصی (۱) - پیاده (۲) - خط مترو ۲ (۳) - خط مترو ۴ (۴) - خط اتوبوس ۵ (۵) - خط اتوبوس ۴ (۶) - تاکسی (۷) باشد و گره‌ها به صورت جدول ۹ شماره گذاری می‌شوند.

گرفته شده، ولی برای بررسی کاربرد و ارائه یک مثال عملی بهترین راه برای به دست آوردن داده بوده است. ماتریس زمان تاکسی نیز مطابق ماتریس زمان خودروی شخصی در نظر گرفته شده و تنها در ماتریس هزینه تفاوت خواهند داشت. پارکینگ‌های موجود در سطح شهر تهران و در کل گره‌های لحاظ شده نیز در جدول ۹ نشان داده شده است. برای ماتریس هزینه از قیمت بلیط‌های مترو و اتوبوس به صورت ثابت و برای تاکسی به طور میانگین به ازای هر کیلومتر ۱۸۵ تومان در نظر گرفته شده برای خودروی شخصی قیمت بنزین و مصرف هر ۱۰۰ کیلومتر ۸ لیتر به طور میانگین در نظر گرفته شده است.



شکل ۷. نقشه گوگل برای برداشت ماتریس زمان (بدون لحاظ ترافیک)

جدول ۹. گره‌هایی که در مسئله در نظر گرفته شده‌اند

شماره گره	شرح	آدرس
۱	مترو تهرانپارس	تهرانپارس اتوبان رسالت
۲	پارکینگ کاوه	آزادی نرسیده به میدان انقلاب
۳	پارکینگ بهار	طالقانی خیابان بهار ایستگاه مترو طالقانی
۴	پارکینگ قرنی	تقاطع خیابان قرنی و طالقانی
۵	پارکینگ حافظ	خیابان حافظ بالاتر از خیابان طالقانی
۶	پارکینگ ولیعصر	بالاتر از میدان ولیعصر
۷	پارکینگ لاله	تقاطع کارگر و بلوار کشاورز
۸	پارکینگ صادقیه	میدان صادقیه
۹	مترو فدک	تقاطع بزرگراه امام علی و خیابان گلشن
۱۰	مترو سبلان	تقاطع خیابان سبلان و بزرگراه امام علی
۱۱	مترو امام حسین	میدان امام حسین

## سیاوش تبریزیان، کورش عشقی

۱۲	مترو دروازه شمیران	دروازه شمیران
۱۳	مترو دروازه دولت	تقاطع خیابان سعدی و خیابان انقلاب
۱۴	مترو امام خمینی	میدان امام خمینی
۱۵	مترو فردوسی	میدان فردوسی
۱۶	مترو ولیعصر	چهارراه ولیعصر
۱۷	مترو انقلاب	میدان انقلاب
۱۸	مترو توحید	تقاطع بزرگراه چمران و خیابان انقلاب
۱۹	مترو نواب	بزرگراه نواب
۲۰	مترو آزادی	انتهای خیابان شادمان
۲۱	مترو استاد معین	خیابان استاد معین
۲۲	مترو حبیب اله	تقاطع خیابن حبیب اله و آزادی
۲۳	مترو دانشگاه شریف	درب شمالی دانشگاه شریف
۲۴	مترو میدان آزادی	میدان آزادی
۲۵	مترو اکباتان	اکباتان
۲۶	ایستگاه اتوبوس تهرانپارس	تهرانپارس خیابان دماوند
۲۷	ایستگاه اتوبوس آیت	تقاطع خیابان آیت و دماوند
۲۸	ایستگاه اتوبوس سبلان	تقاطع خیابان سبلان و دماوند
۲۹	ایستگاه اتوبوس طالقانی	خیابان ولیعصر تقاطع با خیابان طالقانی
۳۰	ایستگاه اتوبوس میدان ولیعصر	میدان ولیعصر
۳۱	ایستگاه اتوبوس امام خمینی	خیابان امام خمینی جلوتر از میدان امام خمینی
۳۲	ایستگاه اتوبوس شریف	خیابان آزادی درب جنوبی دانشگاه شریف
۳۳	مجموعه ورزشی آزادی	

جدول ۱۰. جواب‌های میانی مسئله

[۱،۳۳]	[۱،۳۳]	[۱،۹،۱۰،۱۱،...،۲۵،۳۳]	[۱،۳۳]	[۱،۳۳]	توالی گره‌ها
[۷]	[۳،...،۳،۷]	[۳،۳،۳،...،۳،۷]	[۳،...،۳،۷]	[۷]	توالی طریقه‌ها
۲۸	۵۵	۷۶	۷۸	۱۰۸	تابع هدف زمان(دقیقه)
۴۹۹۵	۲۳۶۰	۱۱۰۰	۶۰۰	۵۰۰	تابع هدف هزینه(تومان)

### ۷. نتیجه‌گیری و پیشنهادهای آینده

در ابتدا سه تابع هدف هزینه، زمان و تعداد تغییر طریقه را برای مدلسازی در نظر گرفتیم. سپس، در ادامه تابع هدف تعداد طریقه را به محدودیت تبدیل نمودیم، بدلیل آنکه مقادیر مشخص صحیح اتخاذ می‌کند و هر کاربر تعداد دقیق آن را می‌تواند برای خود

در این پژوهش مسئله مسیریابی روی شبکه‌های چندطریقه مورد مطالعه قرار گرفت، و در این مسیر برای تعریف مدل ریاضی مسئله

## برنامه ریزی چندهدفه مسیر در یک شبکه چندطبقه با مسیرهای جایگزین

طریق و با الهام از خواص آن الگوریتم‌ها می‌توان الگوریتم موجود را بهبود داد تا زمان حل کمتری را از خود نشان دهد. در راستای رسیدن به یک الگوریتم کارآ تر برای اندازه‌های خیلی بزرگ این مسئله هنوز الگوریتم ارائه شده جای بهبود دارد، و افزودن تکنیک‌های جستجوی تصادفی در فضای حل و انواع تکنیک‌های مطرح در طراحی الگوریتم‌های تقریبی آن را برای اندازه‌های خیلی بزرگ بهبود دارد. همینطور، این مسئله می‌تواند بسط یابد و با مسائل معرفی مانند مسیریابی وسایل نقلیه و یا مسیریابی-مکان‌یابی ترکیب گردد، و در آن مسائل هم می‌توان از ایده‌ی موجود در الگوریتم اراده شده برای این مسئله بهره گرفت. مکان‌یابی ایستگاه‌های وسایل نقلیه‌ی عمومی، پارکینگ‌ها و ... می‌تواند مواردی باشد که در ترکیب با این مسئله آن را در آینده بهبود می‌دهد.

### ۸. پی‌نوشت‌ها

Multi-Modal Network	۱
Dijkstra	۲
Bellman-Ford Algorithm	۳
Label Correcting	۴
Hyper-Path	۵
Pareto optimal set	۶
Multi-commodity	۷
Heuristic Algorithm	۸
$\epsilon$ -constraint	۹
Dynamic Programming(DP)	۱۰
Branch and Bound Algorithm	۱۱
NSGA II(Non-dominate Sorting Genetic Algorithm)	۱۲

-Ayed, H., Fernandez, C. and Habbas and Z. Khadraoui (2011) "solving time-dependent multimodal transport problems using a transfer graph model", Computers and Industrial Engineering, Vol. 61, pp. 391-401.

-Carraway R., Morin, T. L. and Moskowitz H. (1989) "Generalized dynamic programming for multicriteria optimization", European Journal of Operational Research, pp. 216-224,

-Chang, T. (2008) "Best routes selection in international intermodal networks", Computers and Operations Research, Vol. 35, pp. 2877-2891.

مشخص نماید. برای حل این مسئله یک الگوریتم تقریبی بر مبنای برنامه‌ریزی پویا ارائه گردید که نسبت به داده‌های ورودی حساس بوده و در اکثر مدل‌ها یعنی مدل‌هایی که جواب بهینه آزاد شده آنها احتیاج به تعداد تغییر طبقه بیشتر از حد مجاز در مسئله نداشته باشد و از خودروی شخصی در مسیر استفاده نشده‌باشد، همواره جواب دقیق ارائه می‌کند، و در عین حال مسئله بهینه‌سازی چندهدفه را یکجا و مستقیم حل نموده در نهایت مجموعه جواب-های پارتو را به‌عنوان خروجی ارائه می‌کند. در ادامه الگوریتم طراحی شده را با حل توسط نسخه ۱۲ نرم افزار CPLEX و الگوریتم ژنتیک چندهدفه مقایسه نمودیم..

برای مقایسه با نرم افزار به ازای یک مقدار مشخص هزینه بهترین جواب از نظر تابع هدف زمان را از نظر زمان حل و کیفیت جواب به‌دست آمده مقایسه کردیم، که در همه موارد الگوریتم طراحی شده جواب دقیق را برای مسئله در زمانی بسیار کمتر از نرم افزار به‌دست آورد. در ادامه، برای مقایسه با الگوریتم ژنتیک بدلیل آنکه هر دو الگوریتم به‌طور مستقیم مسئله چندهدفه را حل می‌نمایند در ابتدا کیفیت یک تابع هدف را به ازای یک مقدار مشخص از دیگری مقایسه نمودیم که در همه‌ی اندازه‌ها کیفیت جواب به‌دست آمده از الگوریتم اکیداً بهتر بود، و در نهایت با رسم نمودار پیشرفت زمانی دو الگوریتم برای هر دو تابع هدف مقایسه خود را پایان دادیم.

به‌عنوان پیشنهاد آتی برای این مسئله می‌توان به بررسی بیشتر این الگوریتم و مقایسه آن با الگوریتم‌های چندهدفه فراابتکاری جدیدتری که در سال‌های اخیر ارائه شده‌اند اشاره نمود که از این

### ۹. مراجع

-Ambrosino, D. and Sciomachen, A. (2014) "An algorithmic framework for computing shortest routes in urban multimodal networks with different criteria", Procedia-Social and Behavioral Sciences, pp. 139-152.

-Asefi, H., Jolai, F., Rabiee, M. and Tayebi, M. E. (2014) "A hybrid NSGA-II and VNS for solving bi-objective no-wait flexible flowshop scheduling problem" Int J. Adv Manuf. Technol.

- Sherali, Hanif, Antoine, G. and Kangwalkai, S. (2003) "Time-dependent, label-constrained shortest path problems with applications" *Transportation Science*, Vol. 37, pp. 278-293
- Smith J. and Shier D. (1989) "An empirical investigation of some bi criterion shortest path algorithms", *European Journal of Operational Research*, Vol. 43, pp. 216-224.
- Skiver S. and Andersen K, (2000) "A label correcting approach for solving criterion shortest path problems", *Computers and Operations Research*, Vol. 27, pp. 507-524.
- Yamada, T., Russ, B. F., Castro, J. and Taniguchi E. (2009) "Designing multimodal freight transport networks: A heuristic approach and application", *Transportation Science*, Vol. 43, pp. 129-143.
- Wang, H., Hu, M. and Xiano, W. (2010) "A new public transportation data model and shortest path algorithms", 2<sup>nd</sup> International Asia Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics, Wuhan.
- Zhang, Mo., Wiegmans, B. and Tavaszy, L. (2013) "Optimization of multimodal networks including environment costs: A model and findings for transport policy", *Computers in Industry*, pp. 136-145.
- Ziliaskopoulos, A. and Wardell, W. (2002) "An intermodal optimum path algorithm for multimodal networks with dynamic arc travel times and switching delays", *European Journal of Operational Research*, Vol. 125, pp. 486-502.
- Garaix, Th., Atigues, Ch., Feillet, D. and Josselin, D. (2010) "Vehicle routing problems with alternative paths: An application to on-demand transportation", *European Journal of Operational Research*, Vol. 204, pp. 62-75.
- Grabener T., Berro, A. and Duthen Y. (2010) "Time dependent multi-objective best path for multimodal urban routing", *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, Vol. 36.
- Horn, M. E. T. (2003) "An extended model and procedural framework for planning multimodal passenger journey", *transportation Research Part B*, Vol. 37, pp. 641-660.
- Huguet, M., Kirchler, D., Parent, P. and Calvo, R. W. (2012) "Efficient algorithms for the 2-way multimodal shortest path", *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, Vol. 41, pp. 431-437.
- Liu, L., Yang, J. and Mu, H. (2014) "Exact algorithms for multi-criteria multi-modal shortest path with transfer delaying and arriving time-window in urban transit network", *Applied Mathematical Modeling*, Vol. 35, pp. 401-422.
- Lozano, A. and Storchi, G. (2001) "Shortest viable path algorithm in multimodal networks", *Transportation Research Part A*, Vol. 35, pp. 225-241.
- Lozano, A. and Storchi, G. (2002) "Shortest viable hyper path in multimodal networks", *Transportation Research Part A*, Vol. 36, pp. 853-874.
- Reinhardt, L. B. and Pisinger, D. (2011) "Multi-objective and multi-constrained non-additive shortest path problems", *Computers and Operations Research*, Vol. 38, pp. 605-616.