فصلنامه مهندسی حمل و نقل، دوره ۱۷، شماره ۱، پاییز ۱۴۰۴، ص. ۵۰۱۰-۴۹۹۵

مقاله علمی-پژوهشی

# مدل‌سازی استراتژی کنترلی اولین توقف و تمام توقف اتوبوس‌ها در شرایط عدم قطعیت

مسعود میرزایی، کارشناسی ارشد، گروه مهندسی حمل و نقل، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

عبدالرضا شیخ الاسلامی (مسئول مکاتبات)، استادیار، گروه مهندسی حمل و نقل، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

**E-mail: sheikh@iust.ac.ir**

دریافت: ۱۴۰۱/۰۶/۱۳ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۸/۰۴

## چکیده

***با توجه به اهمیت حفظ عملکرد شبکه در شرایط اختلال در یک سطح مطلوب، در دهه‌های اخیر تعریفی جدید برای ارزیابی عملکرد شبکه‌های حمل‌ونقلی ارائه شده است که اعتمادپذیری شبکه را در شرایط عدم قطعیت بیان می‌کند. ازاین‌رو ارزیابی قابلیت اطمینان عملکرد شبکه‌های حمل‌ونقل در طراحی و یا ارتقا و بازسازی آن‌ها نقش بسیار پراهمیتی پیدا کرده است. یکی از اقدامات برای افزایش قابلیت اطمینان استفاده از استراتژی‌های کنترلی است که باعث کاهش زمان انتظار مسافران در ایستگاه می‌گردد. برای استراتژی کنترلی تمام توقف، دو سناریوی عدم وجود شرایط سبقت اتوبوس‌ها و سناریوی وجود شرایط سبقت اتوبوس‌ها موردبررسی قرارگرفته است. برای هرکدام از استراتژی‌های کنترلی تمام توقف و اولین توقف یک مدل ریاضی جداگانه ارائه شده تا زمان توقف بهینه اتوبوس‌ها در ایستگاه به‌صورتی مشخص شود که زمان انتظار مسافران کمینه شود. سپس به بررسی محدودیت مربوط به حداکثر زمان توقف اتوبوس‌ها در شرایط عدم قطعیت (محدودیت نرم) و تاثیر آن بر روی تابع هدف پرداخته شده است. برای بررسی تاثیر شرایط عدم قطعیت بر روی استراتژی‌های کنترلی از یک مثال فرضی استفاده شده است. نتایج مربوط به زمان انتظار مسافران برای سطح اطمینان‌های مختلف برای هرکدام از استراتژی‌ها آورده شده است. در استراتژی کنترلی اولین توقف و تمام توقف(سناریو اول) با افزایش سطح اطمینان، زمان انتظار مسافران افزایش می‌یابد اما در استراتژی کنترلی تمام توقف(سناریو دوم) تغییرات سطح اطمینان تاثیری در مقدار تابع هدف ندارد و تابع هدف تقریبا ثابت است.***

**واژه‌های کلیدی**: قابلیت اطمینان، استراتژی کنترلی، عدم قطعیت

## ۱. مقدمه

قابلیت اطمینان یکی از موضوعات مهم در استفاده از سیستم‌های حمل‌ونقل است و استراتژی‌های کنترلی به بالا بردن قابلیت اطمینان سیستم‌های حمل‌ونقلی کمک می‌کنند (Turnquist 1981). ناپایداری سیستم‌های حمل‌ونقل بر روی شاخص‌های قابلیت اطمینان مثل زمان سفر، زمان انتظار مسافران و ... تاثیر گذار است(Newell and Potts 1964) . در سیستم‌های حمل‌ونقل عمومی، دسته‌ای شدن اتوبوس‌ها به پدیده‌ای اطلاق می‌شود که در آن گروهی متشکل از دو یا چند اتوبوس به‌طور هم‌زمان به یک ایستگاه اتوبوس می‌رسند. برای حل این قبیل مشکلات از استراتژی‌های کنترلی استفاده می‌شود که باعث افزایش قابلیت اطمینان سیستم‌های حمل‌ونقل شهری و درنتیجه کاهش زمان انتظار مسافران در ایستگاه می‌گردد (Wang and Sun 2020). این استراتژی‌ها به دو گروه طبقه‌بندی می‌شوند: دسته اول استراتژی‌های کنترلی برنامه‌ریزی هستند که معمولا شامل بهبود زیرساخت‌ها، ایجاد تغییر در جدول زمانی اعزام اتوبوس‌ها و یا افزودن ناوگان جدید به سیستم حمل‌ونقل موردنظر است. این نوع استراتژی نیازمند سرمایه‌گذاری کلان در سیستم حمل‌ونقل موردنظر است (Asgharzadeh 2017). استراتژی‌های کنترلی دسته دوم بر اساس اطلاعات پویا هستند که شامل توقف اتوبوس‌ها در ایستگاه، گردش کوتاه، اعزام اتوبوس خالی و عبور اتوبوس بدون توقف در برخی ایستگاه‌ها است(Turnquist and Blume 1980) . کنترل‌های ایستگاه شامل توقف اتوبوس‌ها، عبور اتوبوس بدون توقف در ایستگاه و گردش کوتاه تقسیم می‌شوند. استراتژی توقف اتوبوس‌ها زمانی استفاده می‌شود که یک اتوبوس از برنامه زمانی خود جلوتر باشد. این استراتژی‌ها می‌توانند تغییرات سرفاصله زمانی و زمان انتظار مسافران در ایستگاه‌ها را کاهش دهند. استراتژی عبور اتوبوس بدون توقف، زمان سفر و همچنین زمان انتظار مسافران سوار بر اتوبوس را کاهش می‌دهد. استراتژی گردش کوتاه، گردش اتوبوس قبل از رسیدن به پایانه مقصد برای کاهش سرفاصله زمانی مسیر مخالف است. استراتژی دیگر استراتژی کنترلی بین ایستگاه‌ها است. به‌طور مثال اولویت‌دهی در تقاطعات با افزایش زمان فاز سبز چراغ یکی از این استراتژی‌های کنترلی بین ایستگاه‌ها است که اگرچه باعث کاهش زمان انتظار مسافران می شود اما می‌تواند بر روی جریان ترافیک و عملکرد تقاطعات تاثیر منفی گذارد. سایر استراتژی‌ها شامل اعزام اتوبوس خالی به یک ایستگاه خاص و اضافه کردن یک اتوبوس رزرو به شبکه می باشند. از سیستم‌های موقعیت‌یاب خودکار برای جمع‌آوری اطلاعات مربوط به استراتژی‌های کنترلی در طول مسیر استفاده می‌شود. در این پژوهش به اطلاعات مختلفی برای حل مسئله نیاز است. این اطلاعات شامل اطلاعات پویا و اطلاعات ثابت می‌باشند. در قسمت (۲) این مقاله مروری بر مطالعات گذشته انجام شده است. در قسمت(۳) تعریف مسئله و مفهوم کلی در انتخاب طرح مسئله گنجانده شده است. در قسمت (۴) تابع هدف و محدودیت‌ها برای استراتژی کنترلی اولین توقف و استراتژی کنترلی تمام توقف در دو سناریو¬ی عدم امکان سبقت اتوبوس‌ها و وجود امکان سبقت در اتوبوس‌ها در نظر گرفته شده است و برای هرکدام از استراتژی‌ها یک مدل ریاضی ارائه شده است. سپس به بررسی محدودیت مربوط به حداکثر زمان توقف اتوبوس‌ها در شرایط عدم قطعیت (محدودیت نرم) و تاثیر آن بر روی تابع هدف پرداخته شده است. در قسمت (۵) نتایج و تحلیل‌های مربوط به یک مثال فرضی ارائه گردیده است. در قسمت (۶) نیز نتیجه‌گیری نهایی انجام گرفته است.

## ۲. ادبیات پژوهش

مطالعات زیادی بر روی استراتژی‌های کنترلی اتوبوس‌ها صورت گرفته است. بر اساس طبقه‌بندی معرفی‌شده توسط ابرلین و همکاران (X. J. Eberlein, Wilson, and Bernstein 2001) استراتژی توقف اتوبوس‌ها به دسته‌ی استراتژی‌های داخل ایستگاه تعلق دارند. اولین مطالعات مربوط به اوسونا و نیول (Osuna and Newell 1972) بود که یک روش تحلیلی ارائه کردند که استراتژی توقف بهینه را برای یک مسیر

فرضی متشکل از یک ایستگاه با یک یا دو وسیله نقلیه تعیین می‌کرد. تابع هدف آن‌ها کمینه کردن زمان انتظار مسافران بود. در تجزیه‌وتحلیل آن‌ها، نرخ ورود مسافران دارای توزیع یکنواخت بود . بارنت مسیری را با دو پایانه و یک ایستگاه کنترلی در بین آن‌ها در نظر گرفت. ابرلین و همکاران (X. Eberlein, Wilson, and Bernstein 1999) اولین تحقیق را در مورد مسئله کنترلی با داده‌های پویا ارائه کردند. سه نوع استراتژی کنترلی موردمطالعه قرار گرفت. این استراتژی‌ها توقف، اعزام اتوبوس خالی و اتوبوس سریع‌السیر بود. آن‌ها یک شبکه ترانزیت حلقه‌ای یک‌طرفه متشکل از دو پایانه و تعدادی ایستگاه میانی را در نظر گرفتند. در این مسیر، فرض بر این است که وسایل نقلیه با سرفاصله زمانی یکنواخت برنامه‌ریزی‌شده کار کنند. درنهایت، آن‌ها یک استراتژی ترکیبی را پیشنهاد کردند که شامل هر سه استراتژی بود و به این نتیجه رسیدند که استراتژی توقف به دلیل کاهش قابل‌توجه زمان انتظار مسافران و تأثیر منفی ناچیز این استراتژی بر مسافران، بهترین نتایج را به همراه دارد. ابرلین و همکاران (X. Eberlein, Wilson, and Bernstein 1999) اصطلاحی به نام "افق زمانی" ارائه کردند که در آن برای هر بهینه‌سازی فقط ایستگاه‌های پایین‌دستی متوالی خاصی از هر اتوبوس در مدل ریاضی در نظر گرفته می‌شود. این به کاهش اندازه مدل، تعداد متغیرها و زمان حل مربوطه کمک می‌کند. به‌عنوان‌مثال، اگر افق زمانی برابر سه در نظر گرفته شود، تنها سه ایستگاه پایین‌دست هر وسیله نقلیه برای محاسبه زمان انتظار مسافران در نظر گرفته می‌شود. اودل و ویلسون (ODell and Wilson 1999)یک استراتژی کنترل پویا برای قطارها در یک موقعیت غیرمنتظره پیشنهاد کردند. هرگونه اختلال در حمل‌ونقل ریلی و تاخیر بیش‌ازحد در ایستگاه‌ها اثرات قابل‌توجهی بر حرکت قطار دارد. آن‌ها استراتژی‌های گردش کوتاه و توقف را برای تنظیم حرکت قطار اجرا کردند.آن‌ها زمان توقف را تابعی از کل مبادلات مسافر و برخی عوامل دیگر در نظر گرفتند. آن‌ها همچنین در نظر گرفتند هنگامی‌که قطار به ظرفیت کامل رسید برخی از مسافران نتوانند سوار شوند. در مورد استراتژی‌های کنترلی برای افزایش سرعت عملیاتی وسیله نقلیه، سان و هیکمن(Hickman 2001) و فو و همکاران (Fu and Yang 2002) حرکت اتوبوس‌ها بدون توقف در برخی ایستگاه‌ها را پیشنهاد کردند که در آن اگر اتوبوسی از برخی ایستگاه‌ها عبور کند، اتوبوس بعدی برای خدمت به همه آن‌ها به کار گرفته می‌شود. بااین‌حال، هیچ‌یک از آن‌ها محدودیت‌های ظرفیت وسیله نقلیه را در نظر نگرفتند. دلگادو و همکاران (Delgado et al. 2009)یک مدل ریاضی برای کمینه‌سازی زمان انتظار مسافران در ایستگاه‌ها با اعمال زمان توقف و حداکثر محدودیت‌های سوارشدن برای مسافران پیشنهاد کرده‌اند. آن‌ها از استراتژی کنترلی شبیه‌سازی‌شده برای ارزیابی قابلیت مدل خود استفاده کردند. ژان و همکاران (Xuan, Argote, and Daganzo 2011) نشان دادند استراتژی‌های توقف پویا مبتنی بر حرکت به‌تنهایی نمی‌تواند به اتوبوس‌ها کمک کند تا به یک برنامه زمانی پایبند باشند. بنابراین، خانواده‌ای از استراتژی‌ها توقف پویا که از انحرافات ورود اتوبوس از یک برنامه مجازی در نقاط کنترل استفاده می‌کنند، پیشنهاد شده است. کتس و همکاران(Cats et al. 2012) عملکرد یک خط اتوبوس با فرکانس بالا را تجزیه‌وتحلیل کردند و به این نتیجه رسیدند که بر اساس داده‌های مکان‌یاب خودکار وسیله نقلیه استراتژی کنترلی توقف اتوبوس‌ها در بهبود نظم خدمات در طول خط موثر نبود.

سانچز–مارتینز (Sánchez-Martínez, Koutsopoulos, and Wilson 2016) به یک استراتژی توقف پویا پرداخت که تغییرات تقاضا و زمان سفر مسیرها را در نظر می‌گیرد. مقایسه بین استراتژی کنترلی قطعی و استراتژی کنترلی پیش‌بینی ترکیبی در سناریوهای متعدد انجام شد. ایبارا روخاس و همکاران(Ibarra-Rojas et al. 2015) یک مرور ادبیات جامع در مورد مسئله طراحی شبکه حمل‌ونقل، مسئله تنظیم فرکانس، مسئله جدول زمانی شبکه حمل‌ونقل، مسئله زمان‌بندی وسیله نقلیه و راننده، و مسئله استراتژی توقف بر اساس داده‌های پویا انجام دادند. موریرا–مارتینز و همکاران(Moreira-Matias et al. 2016) استراتژی‌های توقف و حرکت اتوبوس بدون توقف در برخی ایستگاه‌ها را بر اساس پیش‌بینی زمان سفر ترکیب کردند. آن‌ها از روش یادگیری ماشین برای پیش‌بینی زمان سفر استفاده کردند و سپس به توزیع سرفاصله زمانی پی بردند. توزیع سرفاصله زمانی برای تصمیم‌گیری در مورد اینکه کدام استراتژی کنترلی باید در ایستگاه کنترلی اجرا شود، اتخاذ شد. لاسکاریس و همکاران(G Laskaris et al. 2016) یک مدل تصمیم‌گیری توقف را معرفی کردند که به‌صراحت به هزینه سفر مسافر می‌پردازد. تصمیم برای توقف به توزیع تقاضای مسافر در طول خط بستگی دارد. مدل توقف هزینه مسافر با استفاده از شبیه‌سازی برای یک خط اتوبوس فرکانس بالا آزمایش شد و با یک طرح بدون کنترلی و استراتژی مبتنی بر سرفاصله‌ی زمانی مورد مقایسه قرار گرفت. اصغرزاده و همکاران(Asgharzadeh 2017) یک مدل ریاضی برای استراتژی توقف اتوبوس‌ها در نظر گرفتند که در آن تابع هدف شامل کمینه‌سازی زمان انتظار مسافران در داخل ایستگاه‌ها و زمان انتظار مسافران در داخل اتوبوس به دلیل توقف در برخی ایستگاه‌ها بود. نشلی و همکاران (Nesheli and Ceder 2017) مطالعه یک روش کنترلی زمان واقعی را برای افزایش قابلیت اطمینان خدمات و بهبود انتقال هماهنگ در یک سیستم پیچیده PT ارائه کردند. هدف روش توسعه‌یافته به حداقل رساندن کل زمان سفر برای مسافران و کاهش عدم قطعیت بین وسایل نقلیه PT بود. کتس و همکاران (Gkiotsalitis 2019)یک رویکرد مبتنی بر پنجره زمانی را معرفی کردند که با آن زمان توقف همه اتوبوس‌ها در پنجره‌های زمانی از پیش تعریف‌شده محاسبه می‌شود و بر اساس به حداقل رساندن زمان سفر مسافران در وسیله نقلیه و محدودیت‌های مربوط به جدول برنامه زمانی بهینه می‌شود. لیانگ و همکاران (Liang et al. 2021) یک الگوریتم محاسبه زمان توقف بهینه با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت اتوبوس برای حل یک مسئله بهینه‌سازی غیرخطی پیشنهاد کردند. جورجیس لاسکاریس و همکاران (Georgios Laskaris et al. 2021)یک شاخص توقف را برای یک شبکه که دو خط باهم انشعاب دارند و واگرا می‌شوند ارائه کردند. این توقف برای مسافران مختلف در قسمت قبل از جدا شدن دو خط و بعدازآن محاسبه می‌شود. چن و همکاران(Chen et al. 2021) مدت توقف اتوبوس و تعدیل سرعت را باهم ترکیب کردند و تاثیر آن بر کاهش زمان انتظار مسافران را بررسی کردند. لیانگ و همکاران (Liang, Ma, and He 2019) موضوع بهینه‌سازی اندازه‌ی ناوگان و استراتژی توقف را با یکدیگر ادغام کردند. آن‌ها از شبیه‌سازی مونت کارلو برای حل مدل خود استفاده کردند. با توجه به پژوهش‌های گذشته و عدم تحلیل مسئله استراتژی کنترلی در شرایط عدم قطعیت، در این پژوهش علاوه بر معرفی مدل‌های ریاضی استراتژی‌های کنترلی اولین توقف و تمام توقف(در دو سناریوی عدم وجود شرایط سبقت و وجود شرایط سبقت)، به موضوع بررسی استراتژی‌های کنترلی معرفی‌شده تحت شرایط عدم قطعیت، در محدودیت حداکثر زمان توقف اتوبوس‌ها در ایستگاه و تاثیر آن بر کاهش زمان انتظار مسافران پرداخته می‌شود. به دلیل اجرای راحت‌تر استراتژی کنترلی توقف در واقعیت، اعمال هزینه کمتر بر سیستم‌های حمل‌ونقلی و از همه مهم‌تر وجود اختلالات جزئی در حرکت اتوبوس‌ها که به دلیل

تغییرات در زمان سفر یا تقاضای مسافران ایجاد می‌گردد، استفاده از استراتژی کنترلی توقف نسبت به سایر استراتژی‌های کنترلی برتری می‌یابد. نوآوری‌های صورت گرفته در این پژوهش به شرح زیر می‌باشند:

- بررسی عدم قطعیت در محدودیت شامل حداکثر زمان توقف اتوبوس‌ها در ایستگاه در مدل ریاضی معرفی‌شده و بررسی تاثیر شرایط عدم قطعیت بر زمان انتظار مسافران در استراتژی‌های کنترلی اولین توقف و تمام توقف.
- در نظر گرفتن زمان انتظار مسافران داخل اتوبوس در محاسبه زمان انتظار کل مسافران، در تابع هدف مدل ریاضی موردنظر، برای استراتژی کنترلی اولین توقف و استراتژی کنترلی تمام توقف اتوبوس‌ها.

با توجه به ویژگی‌های استراتژی‌های کنترلی در ادامه به تعریف مسئله موردنظر پرداخته می‌شود. همان‌طور که اشاره شد استفاده از استراتژی‌های کنترلی توسط ادل و ویلسون( ODell and Wilson 1999) برای سیستم حمل‌ونقل ریلی معرفی گردید. سیستم‌های حمل‌ونقل ریلی و سیستم اتوبوس‌های سریع‌السیر ازنظر ماهیت و عملکرد دارای ویژگی‌های مشترک بسیاری می باشند و یکی از دلایل استفاده از استراتژی کنترلی معرفی‌شده در این پژوهش برای اتوبوس‌های سریع‌السیر این موضوع است. مدل ریاضی و استراتژی‌های کنترلی در این مقاله را می‌توان برای اتوبوس‌های معمولی نیز مورداستفاده قرارداد اما باید به این نکته توجه نمود که عملکرد سیستم اتوبوس‌های سریع‌السیر به دلیل اهمیت موضوع سرفاصله‌ی زمانی، قابلیت اطمینان سیستم، زمان انتظار مسافران، تعداد مسافران سوار بر اتوبوس و از همه مهم‌تر نوع زیرساخت‌های سیستم اتوبوس‌های سریع‌السیر که معمولا دارای مسیر کانالیزه و جدا هستند با اتوبوس‌های معمولی متفاوت است و در صورت استفاده از این پژوهش برای اتوبوس‌های معمولی باید به نکات اشاره‌شده توجه نمود و در تابع هدف و محدودیت‌های پژوهش تغییراتی ایجاد کرد. باید توجه کرد که برای استفاده‌ی این استراتژی در شرایط واقعی و در کلان‌شهرهای کشور، باید مسئله زمان سفر و زمان توقف اتوبوس‌ها که در فرضیات مسئله ثابت در نظر گرفته شده‌اند، در شرایط واقعی با استفاده از سیستم‌های موقعیت‌یاب AVL که همان استفاده از داده‌های پویا و در لحظه است به دست آیند.

## ۳. تعریف مسئله

چالش اصلی مسئله در انتخاب استراتژی‌های مدیریت اختلال و نیز بهینه‌سازی متغیرهای کنترلی مربوطه است ( Yaghini et al. 2016). سه استراتژی توقف توسط اودل و ویلسون (ODell and Wilson 1999) پیشنهاد شده است. در استراتژی "تمام توقف"، اتوبوس‌ها را می‌توان در همه ایستگاه‌های افق زمانی نگه داشت. در استراتژی "یک‌بار توقف"، اتوبوس‌ها را می‌توان فقط در یک ایستگاه در افق زمانی نگه داشت. درنهایت، در استراتژی «اولین توقف»، اتوبوس‌ها را می توان در اولین ایستگاه در افق زمانی نگه داشت. تعریف افق زمانی برای محدود کردن اندازه مسئله و کاهش زمان حل به کار گرفته شده است. در پژوهش‌های گذشته معمولا به بررسی استراتژی اولین توقف پرداخته شده است. همچنین در بسیاری از پژوهش‌ها تنها به زمان انتظار مسافران در ایستگاه اشاره شده است و به زمان انتظار مسافران داخل اتوبوس کمتر پرداخته شده است. نکته‌ی دیگری که باید برای توقف اتوبوس‌ها در نظر گرفته شود این است که آیا اتوبوس‌ها در مسیر مربوط به اتوبوس امکان سبقت از یکدیگر را درصورتی‌که باهم تداخل یابند دارند یا خیر. به همین دلیل به استراتژی تمام توقف که در آن توقف می‌تواند در همه‌ی ایستگاه‌های افق زمانی اتفاق بیفتد، در شرایط وجود سبقت و عدم وجود سبقت برای اتوبوس‌ها پرداخته می‌شود. در این مقاله استراتژی کنترلی تمام توقف و اولین توقف در شرایط عدم قطعیت و تاثیر آن بر زمان انتظار مسافران ارزیابی شده است که در آن $i$ اتوبوس و $k$ ایستگاه در نظر گرفته شده است. مسیر موردنظر یک مسیر

حلقوی است که دارای تعدادی ایستگاه در طول مسیر خود است. در طول مسیر با توقف اتوبوس‌ها در ایستگاه‌ها تعدادی از مسافران پیاده یا سوار می‌شوند و یا به مسیر خود ادامه می‌دهند. همان‌طور که اشاره شد استراتژی موردنظر برای استراتژی کنترلی اولین توقف و استراتژی کنترلی تمام توقف برای دو سناریو وجود شرایط سبقت و عدم وجود شرایط سبقت ، تحت شرایط عدم قطعیت، بررسی شده است و برای هرکدام از استراتژی‌ها، باید زمان توقف اضافی اتوبوس‌ها به‌صورتی تعیین شود که مجموع زمان انتظار مسافران داخل اتوبوس و زمان انتظار مسافران داخل ایستگاه کمینه شود. زمان سفر در بین ایستگاه‌ها و نرخ رسیدن مسافران در هر ایستگاه در طول دوره موردنظر ثابت فرض می‌شود. زمان توقف عادی هر اتوبوس در ایستگاه موردنظر ثابت فرض می‌شود. مسیر موردنظر یک مسیر حلقه‌ای شکل است که از دو پایانه تشکیل شده است. حرکت اتوبوس‌ها در مسیر حلقه‌ای شکل، پادساعت‌گرد است. در سناریوی عدم وجود شرایط سبقت، زمان حرکت اتوبوس $i$ از ایستگاه $k$ نسبت به اتوبوس قبلی‌اش یعنی $i\text{-}1$ حداقل یک دقیقه باهم اختلاف دارند.

## ۴. مدل ریاضی

در ادامه مدل ریاضی که شامل تابع هدف و محدودیت‌های مربوط به هرکدام از استراتژی‌های اولین توقف و تمام توقف(سناریوی اول و دوم) است معرفی‌شده است و در مورد قسمت‌های مختلف تابع هدف و هرکدام از محدودیت‌ها به‌اختصار توضیح داده شده است.

### ۴-۱ نمادها

پارامترها و متغیرهای به‌کاررفته در مدل به‌صورت زیر هستند:

- مجموعه‌ها

$I$ مجموعه اندیس اتوبوس‌ها

$K$ مجموعه اندیس ایستگاه‌ها

- اندیس‌ها

$i$ اندیس اتوبوس‌ها $i=1,\dots,I$

$k$ اندیس ایستگاه‌ها $k=1,\dots,K$

$l^i$ اندیس آخرین ایستگاه که اتوبوس $i$ از آن حرکت کرده است.

- پارامترها

$r_k$ نرخ رسیدن مسافر در ایستگاه $k$

$Q_k$ درصد مسافرانی که در ایستگاه $k$ پیاده می‌شوند.

$N^i$ تعداد ایستگاه‌های افق زمانی

$RR_k$ زمان سفر پیش‌بینی‌شده بین ایستگاه $k$ و $k\text{-}1$

$M_{hold}$ ماکزیمم زمان توقف قابل قبول

$L_{max}$ ظرفیت اتوبوس

$dwell_k$ زمان توقف اتوبوس‌ها در ایستگاه $K$ برحسب دقیقه

$M$ عدد بزرگ

$\theta$ ضریب زمان انتظار مسافران داخل وسیله نقلیه

- متغیرها

$D_{ik}$ مجموع تقاضای مسافر برای اتوبوس $i$ در ایستگاه $k$

$H_{ik}$ زمان توقف بهینه برای اتوبوس $i$ در ایستگاه $k$

$L_{ik}$ تعداد مسافران سوار بر اتوبوس $i$ وقتی‌که از ایستگاه $k$ حرکت می‌کند.

$P_{ik}$ تعداد مسافران جامانده از اتوبوس $i$ در ایستگاه $k$ به دلیل تکمیل ظرفیت اتوبوس.

$dt_{ik}$ زمان حرکت اتوبوس $i$ از ایستگاه $k$

- متغیر باینری

$V_{ik}$: اگر ۱ باشد اتوبوس $i$ هنگام حرکت از ایستگاه $k$ ظرفیتش تکمیل است در غیر این صورت صفر است.

### ۴-۲ استراتژی کنترلی اولین توقف (First Holding Strategy)

تابع هدف در این پژوهش کمینه‌سازی زمان انتظار مسافران است. این زمان انتظار از دو بخش زمان انتظار مسافران در ایستگاه و زمان انتظار مسافران در داخل وسیله نقلیه تشکیل

در ادامه آورده شده است.

در فرمول (۱) قسمت اول تابع هدف زمان انتظار مسافرانی است که به‌طور تصادفی در فاصله زمانی بین دو اتوبوس $i$ و $i\text{-}1$ به ایستگاه $k$ می‌رسند و همچنین زمان انتظار اضافی مسافرانی که به دلیل تکمیل ظرفیت اتوبوس $i$ در ایستگاه $k$ منتظر اتوبوس $i+1$ می‌مانند. قسمت دوم تابع هدف نیز زمان انتظار مسافران سوار بر اتوبوسی است که باید به مدت $H$ توقف داشته باشد. هرزمانی که اتوبوس مجبور به توقف باشد زمان انتظار مسافران داخل اتوبوس افزایش می‌یابد. در بیشتر پژوهش‌ها، استراتژی‌های توقف بدون توجه به زمان انتظار مسافران داخل اتوبوس عمل می‌کنند و به همین دلیل یک پارامتر $\theta$ که بین صفر و یک است در قسمت دوم تابع هدف در نظر گرفته شده است. $\theta$زمانی که برابر با یک باشد نمایانگر این است که زمان انتظار برای مسافران در داخل وسیله نقلیه با زمان انتظار مسافران در خارج وسیله نقلیه دارای یک ارزش یکسان است و هر چه این ضریب به سمت صفر میل کند نشان می‌دهد که ارزش زمان انتظار مسافران داخل وسیله نقلیه نسبت به زمان انتظار مسافران داخل ایستگاه کمتر است.

$$min\, Z = \sum_{i=1}^{I} \sum_{k=l^i+1}^{k=l^i+N^i} \left[ \frac{r_k \left(dt_{ik} - dt_{i-1,k}\right)^2}{2} + P_{ik}\left(dt_{i+1,k} - dt_{ik}\right) \right] + \sum_{i=1}^{I} \theta(L_{i,k-1})(1 - Q_{k-1})\, H_i \qquad (۱)$$

$$L_{ik} \le D_{ik} \qquad \forall i \in I, k \in K \qquad (۲)$$

$$L_{ik} \le L_{max} \qquad \forall i \in I, k \in K \qquad (۳)$$

$$L_{ik} \ge L_{max} V_{ik} \qquad \forall i \in I, k \in K \qquad (۴)$$

$$L_{ik} \ge D_{ik} - M.V_{ik} \qquad \forall i \in I, k \in K \qquad (۵)$$

$$dt_{i,k+1} = dt_{ik} + RR_{k+1} + dwell_{i,k} + H_i \qquad \forall i \in I, k \in K \;; k = l^i \qquad (۶)$$

$$dt_{i,k+1} = dt_{ik} + RR_{k+1} + dwell_{i,k} \qquad \forall i \in I, k \in K \;; k = l^i \qquad (۷)$$

$$H_i \lesseqgtr M_{hold} \qquad \forall i \in I \qquad (۸)$$

$$D_{i,k} = (1 - Q_k) L_{i,k-1} + r_k\left(dt_{ik} - dt_{i-1,k}\right) + P_{i-1,k} \quad \forall i \in I, k \in K \qquad (۹)$$

$$P_{i,k} = D_{ik} - L_{max} \qquad \forall i \in I, k \in K \qquad (۱۰)$$

$$P_{ik}, L_{ik}, dt_{ik}, H_{ik}, D_{ik} \ge 0 \quad V_{ik} \in [0,1] \qquad \forall i \in I, k \in K \qquad (۱۱)$$

محدودیت (۲) تا (۵)،(۸)و(۹) از نظر کاربردی مشابه محدودیت‌های به‌کاررفته در مدل پیشنهادی ذوالفقاری و همکاران(Zolfaghari, Azizi, and Jaber 2004) می‌باشند. محدودیت (۲) تا (۵) تعداد مسافران سوار بر اتوبوس را به تقاضای مسافر و ظرفیت اتوبوس محدود می‌کند. بر این اساس اگر اتوبوس ظرفیتش کامل باشد محدودیت (۵) حذف و تعداد مسافران برابر با $L_{max}$ می‌شود. اگر ظرفیت اتوبوس ایستگاه $k+1$ را نشان می‌دهد. محدودیت (۸) نیز مشخص تکمیل نباشد آنگاه تعداد مسافران برابر با $D_{ik}$ خواهد بود. محدودیت (۶) و (۷) برای محاسبه زمان حرکت اتوبوس $i$ به ایستگاه$k+1$ خواهد بود. این محدودیت شامل زمان حرکت اتوبوس $i$ از ایستگاه $k$ ، زمان سفر ایستگاه بعدی، زمان توقف اتوبوس در ایستگاه $k$ و $H_i$ درصورتی‌که موجود باشد از محدودیت (۶) و در غیر این صورت از محدودیت (۷) استفاده می‌شود. مجموع آن‌ها درنهایت زمان حرکت اتوبوس $i$ از می‌کند که زمان توقف اتوبوس $i$ نباید از $M_{hold}$ بیشتر باشد که

این محدودیت در شرایط عدم قطعیت(محدودیت نرم) بررسی می‌شود. محدودیت (۹) برای محاسبه تقاضای اتوبوس $i$ در ایستگاه $k$ است. این تقاضا از جمع مسافران سوار بر اتوبوس از ایستگاه قبلی، مسافرانی که در بین سرفاصله‌ی زمانی دو اتوبوس می‌رسند و مسافران جامانده از اتوبوس قبلی در همان ایستگاه به دست می‌آید. محدودیت (۱۰) نیز برای محاسبه تعداد مسافرانی است که در ایستگاه $k$ از اتوبوس $i$ جامانده‌اند و از تفاضل تقاضای اتوبوس $i$ در ایستگاه $k$ از ظرفیت اتوبوس به دست می‌آید. همان‌طور که اشاره شد تابع هدف در این پژوهش کمینه‌سازی زمان انتظار مسافران است. این زمان انتظار از دو بخش زمان انتظار مسافران در ایستگاه و زمان انتظار مسافران در داخل وسیله نقلیه تشکیل شده است.

### ۳-۴ استراتژی کنترلی تمام توقف (سناریو اول)

تابع هدف مربوط به استراتژی کنترلی تمام توقف در ادامه آورده شده است. در فرمول(۱۲) مانند تابع هدف استراتژی اولین توقف قسمت اول تابع هدف زمان انتظار مسافرانی است که به‌طور تصادفی در فاصله زمانی بین دو اتوبوس $i$ و $i\text{-}1$ به ایستگاه $k$ می‌رسند و همچنین زمان انتظار اضافی مسافرانی که به دلیل تکمیل ظرفیت اتوبوس $i$ در ایستگاه $k$ منتظر اتوبوس $i+1$ می‌مانند. قسمت دوم تابع هدف نیز زمان انتظار مسافران سوار بر اتوبوسی است که باید به مدت $H$ توقف داشته باشد. همچنین پارامتر $\theta$ که بین صفر و یک است در قسمت دوم تابع هدف در نظر گرفته شده است. $\theta$ زمانی که برابر با یک باشد نمایانگر این است که زمان انتظار برای مسافران در داخل وسیله نقلیه با زمان انتظار مسافران در خارج وسیله نقلیه دارای یک ارزش یکسان است و هر چه این ضریب به سمت صفر میل کند نشان می‌دهد که ارزش زمان انتظار مسافران داخل وسیله نقلیه نسبت به زمان انتظار مسافران داخل ایستگاه کمتر است. تفاوت اصلی تابع هدف در استراتژی اولین توقف با استراتژی تمام توقف در قسمت دوم تابع هدف است. در تابع هدف استراتژی کنترلی تمام توقف $H$ باید برای اتوبوس $i$ در تمام ایستگاه‌های افق زمانی محاسبه گردد درحالی‌که در تابع هدف استراتژی کنترلی اولین توقف $H$ تنها برای اولی ایستگاه افق زمانی محاسبه می‌گردد. محدودیت (۱۳) تا (۱۴)،(۱۵)و(۱۶) مانند محدودیت های استراتژی کنترلی اولین توقف، مشابه محدودیت‌های پیشنهادی ذوالفقاری و همکاران (Zolfaghari, Azizi, and Jaber 2004) است و تعداد مسافران سوار بر اتوبوس را به تقاضای مسافر و ظرفیت اتوبوس محدود می‌کند. و همان‌طور که اشاره شد اگر اتوبوس ظرفیتش کامل باشد محدودیت (۱۶) حذف و تعداد مسافران برابر با $L_{max}$ می‌شود. اگر ظرفیت اتوبوس تکمیل نباشد آنگاه تعداد مسافران برابر با $D_{ik}$ خواهد بود. محدودیت (۱۷) برای محاسبه زمان حرکت اتوبوس $i$ به ایستگاه $k+1$ خواهد بود. این محدودیت نیز شامل زمان حرکت اتوبوس $i$ از ایستگاه $k$ ، زمان سفر ایستگاه بعدی، زمان توقف اتوبوس در ایستگاه بعدی و $H_{i,k+1}$ در صورت وجود است که مجموع آن‌ها زمان حرکت اتوبوس $i$ از ایستگاه $k+1$ را نشان می‌دهد. محدودیت (۱۸) نیز مشخص می‌کند که مجموع زمان‌های توقف در ایستگاه‌هایی که در افق زمانی قرار دارند نباید از $M_{hold}$ بیشتر باشد و در شرایط عدم قطعیت(محدودیت نرم) بررسی می‌شود. محدودیت (۱۹) و (۲۰) نیز مانند استراتژی کنترلی اولین توقف می‌باشند و همان‌طور که اشاره شد محدودیت(۱۹) برای محاسبه تقاضای اتوبوس $i$ در ایستگاه $k$ است. این تقاضا از جمع مسافران سوار بر اتوبوس از ایستگاه قبلی، مسافرانی که در بین سرفاصله‌ی زمانی دو اتوبوس می‌رسند و مسافران جامانده از اتوبوس قبلی در همان ایستگاه به دست می‌آید. محدودیت (۲۰) نیز برای محاسبه تعداد مسافرانی است که در ایستگاه $k$ از اتوبوس $i$ جامانده‌اند و از تفاضل تقاضای اتوبوس $i$ در ایستگاه $k$ از ظرفیت اتوبوس به دست می‌آید.

$$min\,Z = \sum_{i=1}^{I}\sum_{k=l^i+1}^{k=l^i+N^i}\left[\frac{r_k\left(dt_{ik}-dt_{i-1,k}\right)^2}{2}+P_{ik}\left(dt_{i+1,k}-dt_{ik}\right)\right]+\sum_{i=1}^{I}\sum_{k=l^i}^{k=l^i+N^i-1}\theta(L_{ik})\,(1-Q_{k+1})\,(H_{i,k+1}) \quad (۱۲)$$

$$L_{ik} \le D_{ik}\ \forall i \in I, k \in K \quad (۱۳)$$

$$L_{ik} \ge L_{max}\ \forall i \in I, k \in K \quad (۱۴)$$

$$L_{ik} \le L_{max}V_{ik} \qquad \forall i \in I, k \in K \quad (۱۵)$$

$$L_{ik} \ge D_{ik} - M.V_{ik} \qquad \forall i \in I, k \in K \quad (۱۶)$$

$$dt_{i,k+1} = dt_{ik} + RR_{k+1} + dwell_{k+1} + H_{i,k+1}\ \forall i \in I, k \in K; l^i \le k \le l^i + N^i - 1 \quad (۱۷)$$

$$\sum_k H_{ik} \le M_{hold} \qquad \forall i \in I \quad (۱۸)$$

$$D_{i,k} = (1-Q_k)L_{i,k-1} + r_k\left(dt_{ik}-dt_{i-1,k}\right) + P_{i-1,k} \quad \forall i \in I, k \in K \quad (۱۹)$$

$$P_{i,k} = D_{ik} - L_{max} \qquad \forall i \in I, k \in K \quad (۲۰)$$

$$P_{ik}, L_{ik}, dt_{ik}, H_{ik}, D_{ik} \ge 0 \quad V_{ik} \in [0,1] \qquad \forall i \in I, k \in K \quad (۲۱)$$

### ۴-۴ استراتژی کنترلی تمام توقف (سناریو دوم)

در حالت قبل اتوبوس‌ها شرایط سبقت از هم را داشتند. حالت دیگر در شرایطی است که اتوبوس‌ها نتوانند سبقت بگیرند و علاوه بر آن هیچ دو اتوبوسی هم‌زمان باهم به ایستگاه $\boldsymbol{k}$ نرسند. همان‌طور که اشاره شد تابع هدف در هر دو سناریو یکسان است که در فرمول (۱۲) در قسمت قبل به آن اشاره شد. تمام محدودیت‌های(۱۳) تا (۲۱) نیز بین دو سناریو مشترک هستند. تنها تفاوتی که ایجاد می‌شود اضافه شدن یک محدودیت جدید در سناریوی دوم است.محدودیت (۲۲) به این معناست که هیچ دو اتوبوسی نه‌تنها نمی‌توانند از هم سبقت بگیرند بلکه زمان حرکت اتوبوس $\boldsymbol{i}$ از ایستگاه $\boldsymbol{k}$ نسبت به اتوبوس قبلی‌اش یعنی $\boldsymbol{i\text{-}1}$ حداقل یک دقیقه باهم اختلاف دارند.

$$dt_{ik} \ge dt_{i-1,k} + 1 \quad (۲۲)$$

### ۴-۵ مدل‌سازی در شرایط عدم قطعیت (انعطاف‌پذیری در محدودیت شامل پارامتر $\boldsymbol{M_{hold}}$)

فرض می‌شود که محدودیت زیر در مدل اشاره شده ،دارای انعطاف‌پذیری است (محدودیت نرم). با توجه به موضوع اشاره‌شده، مدل به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned}&\min z = sx + ty\\&\text{s.t.}\\&Ax \lesssim B\\&x \ge 0\end{aligned} \quad (۲۳)$$

بر اساس مطالعات پیشوایی و همکاران( Pishvaee 2012)، $s$ و $t$ ضرایب متغیرهای $x$ و $y$ می‌باشند، $A$ ضریب متغیر در محدودیت موردنظر و $B$ نیز یک پارامتر مشخص است. علامت$\lesssim$ نیز یک حالت فازی از علامت $\le$ است. بر اساس نظریه مولا (Mula et al. 2006)و بلمن و همکاران (Bellman et al. 1970) عدد فازی $\tilde{r}$ می‌تواند تجاوز از محدودیت نرم را نمایش دهد. بنابراین، مدل می‌تواند به شکل زیر نوشته شود:

$$\begin{aligned}&\min z = sx + ty\\&\text{s.t.}\\&Ax\\&\le B + [\tilde{r}(1-\alpha)]\\&x \ge 0\end{aligned} \quad (۲۴)$$

پارامتر $\alpha$ بیانگر حداقل سطح اطمینان در محدودیت نرم است. حال فرض می‌شود که $\tilde{r}$ یک عدد مثلثی است بنابراین $\tilde{r} = (r^p, r^m, r^o)$ . بر اساس نظریه فازی یگر است (Yager et al. 1981) آن‌ها می‌توانند به‌صورت زیر دفازی شوند:

$$(r^m + \frac{\omega_r - \acute{\omega}_r}{3}) \quad (۲۵)$$

که $\omega_r$ و $\acute{\omega}_r$ میزان تغییرات جانبی عدد مثلثی $\tilde{r}$ هستند و می‌توانند به‌صورت زیر تعریف شوند:

$$\acute{\omega}_r = r_m - r_p \quad (۲۶)$$

$$\omega_r = r_o - r_m \quad (۲۷)$$

مدل(۲۴) بر اساس رابطه(۲۵) می‌تواند به یک مدل قطعی به‌صورت زیر تبدیل شود:

$$\begin{aligned} &\min z = sx + ty \\ &\text{s.t.} \\ &Ax \le B + \left[(r^m + \frac{\omega_r - \acute{\omega}_r}{3})(1-\alpha)\right] \\ &x \ge 0 \end{aligned} \quad (۲۸)$$

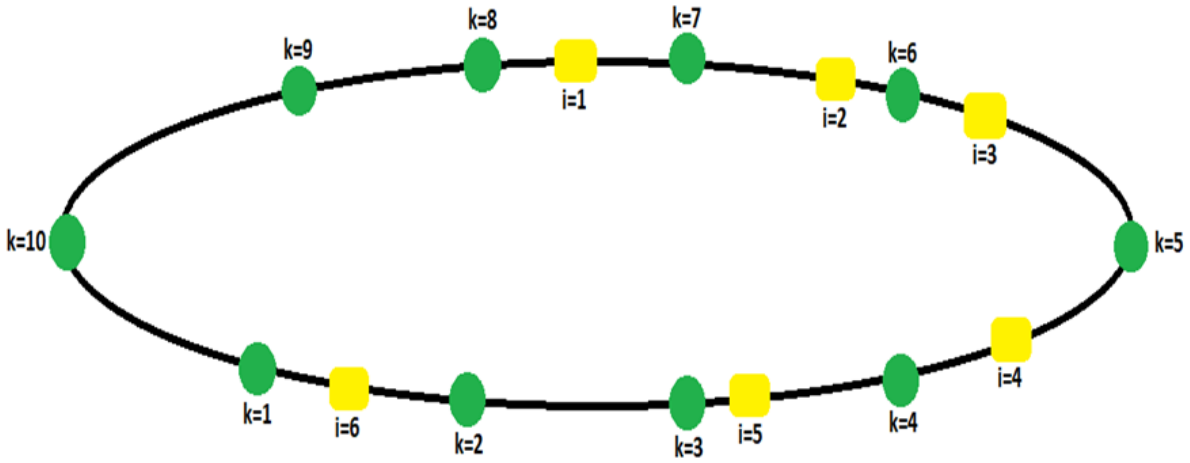
قسمت $\left[(r^m + \frac{\omega_r - \acute{\omega}_r}{3})(1-\alpha)\right]$ احتمال تجاوز را در محدودیت نرم تخمین میزند. با توجه به توضیحات گفته‌شده در بالا، محدودیت(۱۸) برای مدل اولیه می‌تواند به‌صورت زیر نوشته شود:

این مدل ارائه‌شده توانایی پشتیبانی از انواع اعداد فازی را داراست و همچنین می‌تواند پارامترهای غیرقطعی در محدودیت‌های نرم را دفازی کند. همچنین کاربرد برش $\alpha$ با سطح اطمینان‌های مختلف در محدودیت‌های نرم می‌تواند تصمیم‌گیرندگان را در ارزیابی خروجی مدل کمک کند. در محدودیت‌های نرم، حداقل سطح اطمینان موردنظر($\alpha$) باید با توجه به نظر تصمیم‌گیرندگان انتخاب شود.

$$\sum_k H_{ik} \le M_{hold} + \left[(r^m + \frac{\omega_r - \acute{\omega}_r}{3})(1 - \alpha)\right] \quad \forall i \in I \quad (۲۹)$$

## ۵. تحلیل داده‌ها

یک مسیر فرضی شامل ۱۰ ایستگاه و ۶ اتوبوس در نظر گرفته شده است که ایستگاه شماره ۵ و ۱۰ به‌عنوان پایانه‌های مسیر موردنظر انتخاب شده‌اند. افق زمانی مسئله موردنظر ۳، حداکثر زمان توقف اتوبوس‌ها برابر با ۴ دقیقه و ضریب $\theta$ برابر با یک در نظر گرفته شده است. نحوه قرارگیری اولیه‌ی اتوبوس‌ها در شکل زیر نشان داده شده است.




**شکل ۱. نحوه قرار گیری اتوبوس ها**

در جدول زیر اطلاعات ثابت مربوط به مسئله موردنظر آورده شده است. با توجه به اطلاعات اولیه، مدل موردنظر برای هر دو سناریو در نرم‌افزار GAMS نسخه ۲۵,۱,۲ شبیه‌سازی شده است. برای حل مدل از حل‌کننده lindo استفاده شده است. در جدول بعد نتایج مربوط به زمان انتظار مسافران به دست آمده است:

جدول ۱. اطلاعات ثابت مسئله

| شماره ایستگاه | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۷ | ۸ | ۹ | ۱۰ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| نرخ رسیدن مسافر به هر ایستگاه ($r_k$) | ۲ | ۱/۵ | ۲ | ۱/۵ | ۴ | ۲ | ۱/۵ | ۱/۵ | ۱/۵ | ۴ |
| درصد مسافران پیاده شده در هر ایستگاه ($Q_k$) | ۰/۱ | ۰/۲ | ۰/۲ | ۰/۲ | ۱ | ۰/۲ | ۰/۳ | ۰/۱ | ۰/۱ | ۱ |
| زمان سفر بین دو ایستگاه ($RR_k$) | ۳ | ۳ | ۲ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲ | ۲ | ۳ | ۲ |
| زمان توقف در هر ایستگاه ($dwell_k$) | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ |

جدول ۲. مقایسه زمان انتظار مسافران برای سناریوهای مختلف

| | نوع استراتژی کنترلی | | | بدون استراتژی کنترلی |
|---|---|---|---|---|
| زمان حل مسئله | اولین توقف | تمام توقف(سناریو اول) | تمام توقف(سناریو دوم) | |
| زمان انتظار مسافران(دقیقه) | ۴۲۶۵ | ۴۰۷۰ | ۴۱۳۳ | ۴۲۶۵ |
| مقدار زمان انتظار کاهش‌یافته(دقیقه) | ۱۳۷ | ۱۹۵ | ۱۳۲ | |
| درصد بهبود زمان انتظار مسافران نسبت به حالت بدون کنترل | ۳/۲ | ۴/۵ | ۳ | |

همان‌طور که در جدول فوق مشاهده می‌شود زمان انتظار مسافران در حالت‌های مختلف توسط نرم‌افزار GAMS محاسبه شده است. در حالتی که هیچ استراتژی برای حرکت اتوبوس‌ها در نظر گرفته نشده است زمان انتظار مسافران ۴۲۶۵ دقیقه گزارش شده است. در استراتژی کنترلی اولین توقف زمان انتظار مسافران۴۱۲۸ دقیقه، در سناریوی اول استراتژی کنترلی تمام توقف(وجود شرایط سبقت) زمان انتظار مسافران ۴۰۷۰ دقیقه و در سناریوی دوم استراتژی کنترلی تمام توقف(عدم وجود شرایط سبقت)۴۱۳۳ دقیقه به‌دست‌آمده است. همان‌طور که مشخص است در استراتژی کنترلی اولین توقف زمان انتظار مسافران ۱۳۷ دقیقه، در سناریوی اول استراتژی کنترلی تمام توقف زمان انتظار مسافران ۱۹۵ دقیقه و در سناریوی دوم استراتژی کنترلی تمام توقف ۱۳۲ دقیقه نسبت به حالت بدون استراتژی کنترلی کاهش‌یافته است که به ترتیب ۳,۲ درصد، ۴,۵ درصد و ۳ درصد بهبود زمان انتظار مسافران نسبت به حالت بدون استراتژی کنترلی مشاهده می‌شود. درمجموع مشاهده می‌شود که کاربرد استراتژی کنترلی باعث کاهش زمان انتظار مسافران و بهبود عملکرد سیستم BRT می‌گردد و در سناریوی اول استراتژی کنترلی تمام توقف، نسبت به استراتژی کنترلی اولین توقف و سناریوی دوم استراتژی کنترلی تمام توقف، این کاهش زمان انتظار بیشتر است و حدود یک و نیم درصد زمان انتظار مسافران بیشتر کاهش‌یافته است. درصد بهبود زمان انتظار مسافران در سناریوی دوم استراتژی کنترلی تمام توقف و استراتژی کنترلی اولین توقف تقریبا یکسان است.

**جدول ۳. تاثیر عدم قطعیت بر تابع هدف در استراتژی تمام توقف**

| سطح اطمینان | ۹۰ | | ۸۰ | | ۷۰ | | ۶۰ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | تابع هدف | $M_{hold}$ | تابع هدف | $M_{hold}$ | تابع هدف | $M_{hold}$ | تابع هدف | $M_{hold}$ |
| تابع هدف استراتژی اولین توقف | ۴۱۳۲ | ۳/۲۳ | ۴۱۳۰ | ۳/۴۶ | ۴۱۲۹ | ۳/۶۹ | ۴۱۲۸ | ۳/۹۳ |
| تابع هدف استراتژی تمام توقف (سناریو اول) | ۴۰۹۳ | ۱/۶ | ۴۰۸۶ | ۱/۷ | ۴۰۸۱ | ۱/۸ | ۴۰۷۴ | ۱/۹ |
| تابع هدف استراتژی تمام توقف(سناریو دوم) | ۴۱۳۳ | ۳/۲۳ | ۴۱۳۳ | ۳/۴۶ | ۴۱۳۳ | ۳/۶۹ | ۴۱۳۳ | ۳/۹۳ |

همان‌طور که در جدول بالا مشخص است در استراتژی کنترلی اولین توقف و تمام توقف(سناریو اول) هر چه سطح اطمینان افزایش یابد مقدار تابع هدف که همان زمان انتظار مسافران است رو به افزایش است اما در سناریو دوم تغییرات سطح اطمینان تاثیری در مقدار تابع هدف ندارد و تابع هدف تقریبا ثابت است.

این ثابت بودن تابع هدف در سناریوی دوم می‌تواند به این دلیل باشد که مجموع زمان توقف لازم برای اتوبوس‌ها در ایستگاه‌های افق زمانی همواره از $M_{hold}$ کمتر است.

## ۶. نتیجه‌گیری

در ابتدای نتایج این پژوهش زمان انتظار مسافران در حالت‌های مختلف توسط نرم‌افزار GAMS محاسبه شده است. در حالت بدون استراتژی برای حرکت اتوبوس‌ها زمان انتظار مسافران ۴۲۶۵ ، در استراتژی کنترلی اولین توقف زمان انتظار مسافران۴۱۲۸ دقیقه ، در سناریوی اول استراتژی کنترلی تمام توقف(وجود شرایط سبقت) زمان انتظار مسافران ۴۰۷۰ دقیقه و در سناریوی دوم استراتژی کنترلی تمام توقف(عدم وجود شرایط سبقت)۴۱۳۳ دقیقه به‌دست‌آمده است. همان‌طور که از نتایج مشخص است کاربرد استراتژی کنترلی باعث کاهش زمان انتظار مسافران می‌گردد و در سناریوی اول استراتژی کنترلی تمام توقف، نسبت به استراتژی کنترلی اولین توقف و سناریوی دوم استراتژی کنترلی تمام توقف، این کاهش زمان انتظار بیشتر است. سپس به بررسی مسیر فرضی ، در شرایط عدم قطعیت پرداخته شد. پارامتر $\alpha$ نشان‌دهنده‌ی سطح اطمینان محدودیت نرم است. در استراتژی کنترلی اولین توقف و تمام توقف(سناریو اول) با افزایش سطح اطمینان، زمان انتظار مسافران افزایش می‌یابد اما در سناریو دوم تغییرات سطح اطمینان تاثیری در مقدار تابع هدف ندارد و تابع هدف تقریبا ثابت است. زمان حل مسئله در نرم‌افزار GAMS بیش‌ازحد انتظار طولانی است به همین دلیل پیشنهاد می‌شود برای پژوهش‌های آینده از یک روش فرا ابتکاری استفاده شود تا زمان حل مسئله کاهش یابد و درنتیجه با استفاده از سیستم‌های موقعیت¬یاب خودکار مدل را بتوان در لحظه حل کرد.

## ۷. مراجع

– نایبی، ذگردی، امین ناصری، یقینی، (۱۳۹۵). "بهینه‌سازی استراتژی‌های مدیریت اختلال در خطوط راه‌آهن شهری با استفاده از الگوریتم جستجوی همسایگی متغیر"، مهندسی حمل‌ونقل، سال نهم، شماره سوم، بهار ۱۳۹۷.

– Abkowitz, Mark, Amir Eiger, and Israel Engelstein. 1986. “Optimal Control of

Operations.” Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems: 325–46.

– Asgharzadeh, Mohamad Amin. 2017. Real-Time Bus Holding Control Strategy to Reduce Passenger Waiting Time.

– Cats, Oded et al. 2012. “Bus Holding Control Strategies: A Simulation-Based Evaluation and Guidelines for Implementation.” Transportation Research Record Journal of the Transportation Research Board 2274: 100–108.

– Chen, Weiya, Hengpeng Zhang, Chunxiao Chen, and X Wei. 2021. “An Integrated Bus Holding and Speed Adjusting Strategy Considering Passenger’s Waiting Time Perceptions.” Sustainability 13: 5529.

– Delgado, Felipe, Juan Carlos Muñoz, Ricardo Giesen, and Aldo Cipriano. 2009. “Real-Time Control of Buses in a Transit Corridor Based on Vehicle Holding and Boarding Limits.” Transportation Research Record 2090(1): 59–67. https://doi.org/10.3141/2090-07.

– Eberlein, Xu Jun, Nigel H M Wilson, and David Bernstein. 2001. “The Holding Problem with Real–Time Information Available.” Transportation Science 35(1): 1–18. https://doi.org/10.1287/trsc.35.1.1.10143.

– Eberlein, Xujun, Nigel H M Wilson, Cynthia Barnhart, and David Bernstein. 1998. “THE REAL-TIME DEADHEADING PROBLEM IN TRANSIT OPERATIONS CONTROL.” Transportation Research Part B-methodological 32: 77–100.

– Eberlein, Xujun, Nigel H M Wilson, and David Bernstein. 1999. “Modeling Real-Time Control Strategies in Public Transit Operations.” Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems: 325–46.

– Headway Variation on Transit Routes.” Journal of Advanced Transportation 20(1): 73–88. https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/atr.5670200106

– Asgharzadeh, Mohamad Amin. 2017. Real-Time Bus Holding Control Strategy to Reduce Passenger Waiting Time.

– Barnett, Arnold. 1974. “On Controlling Randomness in Transit Operations.” Transportation Science 8(2): 102–16. https://doi.org/10.1287/trsc.8.2.102

– Chen, Weiya, Hengpeng Zhang, Chunxiao Chen, and X Wei. 2021. “An Integrated Bus Holding and Speed Adjusting Strategy Considering Passenger’s Waiting Time Perceptions.” Sustainability 13: 5529.

– Delgado, Felipe, Juan Carlos Muñoz, Ricardo Giesen, and Aldo Cipriano. 2009. “Real-Time Control of Buses in a Transit Corridor Based on Vehicle Holding and Boarding Limits.” Transportation Research Record 2090(1): 59–67. https://doi.org/10.3141/2090-07

– Eberlein, Xu Jun, Nigel H M Wilson, and David Bernstein. 2001. “The Holding Problem with Real–Time Information Available.” Transportation Science 35(1): 1–18. https://doi.org/10.1287/trsc.35.1.1.10143

– Eberlein, Xujun, Nigel H M Wilson, Cynthia Barnhart, and David Bernstein. 1998. “THE REAL-TIME DEADHEADING PROBLEM IN TRANSIT OPERATIONS CONTROL.” Transportation Research Part B-methodological 32: 77–100.

– Eberlein, Xujun, Nigel H M Wilson, and David Bernstein. 1999. “Modeling Real-Time Control Strategies in Public Transit

https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0951832021001733

– Liang, Shidong, Minghui Ma, and Shengxue He. 2019. "Multiobjective Optimal Formulations for Bus Fleet Size of Public Transit under Headway-Based Holding Control" ed. Dongjoo Park. Journal of Advanced Transportation 2019: 2452348. https://doi.org/10.1155/2019/2452348

– Moreira-Matias, Luís et al. 2016. "An Online Learning Approach to Eliminate Bus Bunching in Real-Time." Applied Soft Computing 47: 460–82. https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1568494616303118

– Nesheli, Mahmood Mahmoodi, and Avishai (Avi) Ceder. 2017. "Real-Time Public Transport Operations: Library of Control Strategies." Transportation Research Record 2647(1): 26–32. https://doi.org/10.3141/2647-04

– Newell, Gordon Frank, and Renfrey Burnard Potts. 1964. "Maintaining a Bus Schedule." In Australian Road Research Board (ARRB) Conference, 2nd, 1964, Melbourne.

– O_Dell, Susan W, and Nigel H M Wilson. 1999. "Optimal Real-Time Control Strategies for Rail Transit Operations during Disruptions." Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems: 299–323.

– Osuna, E E, and G F Newell. 1972. "Control Strategies for an Idealized Public Transportation System." Transportation Science 6(1): 52–72. https://doi.org/10.1287/trsc.6.1.52

– Sánchez-Martínez, G E, Haris Koutsopoulos, and N H M Wilson. 2016. "Real-Time Holding Control for High-Frequency Transit with

– Fu, Liping, and Xuhui Yang. 2002. "Design and Implementation of Bus–Holding Control Strategies with Real-Time Information." Transportation Research Record 1791(1): 6–12. https://doi.org/10.3141/1791-02

– Gkiotsalitis, Konstantinos. 2019. Bus Holding Control of Running Buses in Time Windows.

– Hickman, Mark D. 2001. "An Analytic Stochastic Model for the Transit Vehicle Holding Problem." Transportation Science 35(3): 215–37. https://doi.org/10.1287/trsc.35.3.215.10150

– Ibarra-Rojas, O J, F Delgado, R Giesen, and J C Muñoz. 2015. "Planning, Operation, and Control of Bus Transport Systems: A Literature Review." Transportation Research Part B: Methodological 77: 38–75. https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0191261515000454

– Laskaris, G, O Cats, E Jenelius, and F Viti. 2016. "A Real-Time Holding Decision Rule Accounting for Passenger Travel Cost." In 2016 IEEE 19th International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC), , 2410–15.

– Laskaris, Georgios et al. 2021. "A Holding Control Strategy for Diverging Bus Lines." Transportation Research Part C: Emerging Technologies 126: 103087. https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0968090X2100108X

– Liang, Shidong, Shengxue He, Hu Zhang, and Minghui Ma. 2021. "Optimal Holding Time Calculation Algorithm to Improve the Reliability of High Frequency Bus Route Considering the Bus Capacity Constraint." Reliability Engineering & System Safety 212: 107632.

Dynamics.” Transportation Research Part B: Methodological 83: 1–19.

– Turnquist, Mark A. 1981. “STRATEGIES FOR IMPROVING RELIABILITY OF BUS TRANSIT SERVICE.” Transportation Research Record.

– Turnquist, Mark A, and Steven W Blume. 1980. “EVALUATING POTENTIAL EFFECTIVENESS OF HEADWAY CONTROL STRATEGIES FOR TRANSIT SYSTEMS.” Transportation Research Record.

– Wang, Jiawei, and Lijun Sun. 2020. “Dynamic Holding Control to Avoid Bus Bunching: A Multi-Agent Deep Reinforcement Learning Framework.” Transportation Research Part C: Emerging Technologies 116: 102661. https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0968090X20305763

– Xuan, Yiguang, Juan Argote, and Carlos F Daganzo. 2011. “Dynamic Bus Holding Strategies for Schedule Reliability: Optimal Linear Control and Performance Analysis.” Transportation Research Part B: Methodological 45(10): 1831–45. https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0191261511001093

– Zolfaghari, Saeed, Nader Azizi, and Mohamad Y Jaber. 2004. “A Model for Holding Strategy in Public Transit Systems with Real-Time Information.” International Journal of Transport Management 2(2): 99–110. https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1471405105000030

– M. S. Pishvaee, J. Razmi, and S. A. Torabi, “Robust possibilistic programming for socially responsible supply chain network design: A new approach,” Fuzzy Sets Syst., vol. 206, pp. 1–20, 2012, doi: https://doi.org/10.1016/j.fss.2012.04.010

– J. Mula, R. Poler, and J. P. Garcia, “MRP with flexible constraints: A fuzzy mathematical programming approach,” Fuzzy Sets Syst., vol. 157, no. 1, pp. 74–97, 2006, doi: https://doi.org/10.1016/j.fss.2005.05.045

– R. E. Bellman and L. A. Zadeh, “Decision-Making in a Fuzzy Environment,” Manage. Sci., vol. 17, no. 4, p. B-141-B-164, Dec. 1970, doi: 10.1287/mnsc.17.4.B141

– R. R. Yager, “Ranking fuzzy subsets over the unit interval,” in 1978 IEEE Conference on Decision and Control including the 17th Symposium on Adaptive Processes, 1978, pp. 1435–1437, doi: 10.1109/CDC.1978.268154.

– R. R. Yager, “A procedure for ordering fuzzy subsets of the unit interval,” Inf. Sci., vol. 24, pp. 143–161, 1981.

مسعود محمد حسین میرزایی، درجه کارشناسی در رشته مهندسی خط و سازه را در سال ۱۳۹۸ از دانشگاه علم و صنعت ایران أخذ نمود. ایشان در سال ۱۴۰۱ موفق به کسب درجه کارشناسی ارشد در رشته مهندسی عمران- حمل و نقل از دانشگاه علم و صنعت ایران گردید. زمینه های پژوهشی مورد علاقه ایشان، ایمنی جاده ای، مدلسازی و بهینه‌سازی در حمل و نقل است.

عبدالرضا شیخ الاسلامی، درجه کارشناسی و کارشناسی ارشد در رشته مهندسی عمران را به ترتیب در سال‌های ۱۳۷۲ و ۱۳۷۴ از دانشگاه علم و صنعت ایران اخذ نمود. ایشان در سال ۱۳۸۵ موفق به کسب درجه دکتری در رشته عمران از دانشگاه تهران گردید. زمینه‌های پژوهشی موردعلاقه ایشان حمل و نقل هوایی، دریایی و لجستیک بوده و در حال حاضر عضو هیأت علمی با مرتبه دانشیار در دانشگاه علم و صنعت ایران می‌باشد.