الگوریتم فراابتکاری کلونی مورچگان برای مساله مسیریابی اتوبوس مدرسه

وجیهه قنبری، کارشناس ارشد، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علوم و فنون مازندران، بابل، ایران

جواد رضائیان (مسئول مکاتبات)، استادیار، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علوم و فنون مازندران، بابل، ایران

ایرج مهدوی، استاد، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علوم و فنون مازندران، بابل، ایران

E-Mail: j_rezaeian@ustmb.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۳/۰۹/۲۰ پذیرش: ۱۳۹۴/۱۰/۱۵

چکیده

مساله مورد بررسی در این مقاله مسیریابی اتوبوس مدرسه است. این مساله نوعی از مساله مسیریابی وسیله نقلیه است که در آن سه تصمیم بطور همزمان گرفته می شود: پیدا کردن مجموعه‌ای از ایستگاه‌ها که توسط اتوبوس‌ها باید بازدید شوند، تعیین ایستگاهی که هر دانش آموز باید سوار اتوبوس شود و تعیین ترتیب بازدید اتوبوس‌ها از ایستگاه های انتخاب شده تا کل مسافت پیموده شده توسط اتوبوس ها کمینه شود. در مساله کلاسیک مسیریابی وسیله نقلیه، تعداد ایستگاه‌ها مشخص است . اما در مساله‌ی مسیریابی اتوبوس مدرسه، فرض بر این است که تعدادی از ایستگاه‌ها بطور بالقوه موجودند، به طوری که دانش آموزان به یک یا چند تا از این ایستگاه‌های بالقوه دسترسی داشته باشند و اتوبوس‌های مدرسه ظرفیت‌های متناهی دارند. در این مقاله، الگوریتم کلونی مورچگان توسعه داده و نشان داده می‌شود که روش مطلوبی برای حل بوده است و جوابهای بهینه یا نزدیک به بهینه برای مسایل زیادی از مسیریابی اتوبوس مدرسه در مدت زمانی معقول به دست می آورد.

واژه های کلیدی: مساله مسیر یابی وسایل نقلیه، مساله مسیریابی اتوبوس مدرسه، *الگوریتم کلونی مورچگان* ، مکانیابی.

۱. مقدمه

یکی از مباحث مهم که در چند دهه اخیر کاربرد عملی زیادی داشته و برای افزایش کارآیی و بهره‌وری سیستم‌های حمل و نقل مطرح شده است، مساله مسیریابی وسایل نقلیه (VRP) است. مساله VRP تعمیم یافته مساله (MTSP)است. در مساله فروشنده دوره گرد(TSP) هدف پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیراست که از مجموعه‌ای از شهرها (گره ها) عبور می‌کند، به‌طوری‌که هر شهر (گره) تنها یک‌بار ملاقات شود و سپس به شهر اولیه که از آن حرکت را شروع کرده است برگردد. حال TSP را با چند فروشنده در نظربگیریم. در این صورت یک مساله MTSP است. یک مساله MTSP در واقع با چند فروشنده به طی مسیرهای مختلف می پردازد. این چند فروشنده در نهایت به همان شهر اولیه که از آن حرکت کرده‌اند، باز می‌گردند و تنها هر شهر را یکی از آنها ملاقات می کند. به عبارت دیگر، تخصیص شهرها به فروشنده‌ها برای بازدید از آن شهرها و یافتن ترتیب بازدید شهرها برای هر فروشنده است. در حالت ساده‌تر، به دنبال یک دسته بندی از شهرها و حل یک مساله فروشنده دوره گرد برای هر دسته از شهرها هستیم. در مساله مسیریابی وسایل نقلیه VRP وسایل نقلیه از نقطه ای مشخص (مبدأ) به ایستگاه‌هایی که در انتظار دریافت خدمات هستند حرکت می‌کنند و خدمات لازم را می‌دهند و سپس به مبدأ بر می‌گردند. ظرفیت هر وسیله نقلیه محدود است، اما در MTSP اگر هر فروشنده را یک وسیله نقلیه در نظر بگیریم ظرفیت می‌تواند نامحدود باشد.

مساله SBRP شبیه به مساله VRP است. در مساله SBRP ، یک مدرسه با تعدادی ایستگاه‌های بالقوه اتوبوس وجود دارد و دانش‌آموزان مدرسه دست کم به یکی از این ایستگاه‌ها دسترسی دارند. هدف، تعیین تعدادی از این ایستگاه‌ها برای سرویس‌دهی دانش‌آموزان و تخصیص دانش‌آموزان تنها به یکی ازایستگاه‌ها است، به طوری که مسافتی که اتوبوس‌ها میان ایستگاه‌های انتخاب شده برای جمع‌آوری دانش‌آموزان به مدرسه می‌پیمایند، کمینه شود. به عبارتی، پس از انتخاب ایستگاه‌ها و تخصیص دانش‌آموزان به ایستگاه‌ها، نقاط سرویس‌دهی و مقدار تقاضا، که همان تعداد دانش‌آموزان است مشخص هستند، بنابراین مساله به VRP تبدیل می‌شود، یعنی باید اتوبوس‌ها را به ایستگاه‌ها طوری تخصیص داد که مجموع مسیر پیموده شده توسط اتوبوس‌ها کمینه شود. بنابراین مساله مسیر یابی اتوبوس مدرسه SBRP حالت خاصی ازVRP است که در آن سه تصمیم گرفته می‌شوند: (۱) پیدا کردن مجموعه‌ای از ایستگاه‌ها که باید توسط اتوبوس‌ها بازدید شود. (۲) تعیین ایستگاه سوار شدن دانش‌آموز. (۳) تعیین ترتیب بازدید اتوبوس‌ها از ایستگاه‌های انتخاب شده. هدف، کمینه‌سازی کل مسافت پیموده شده توسط اتوبوس‌ها است.

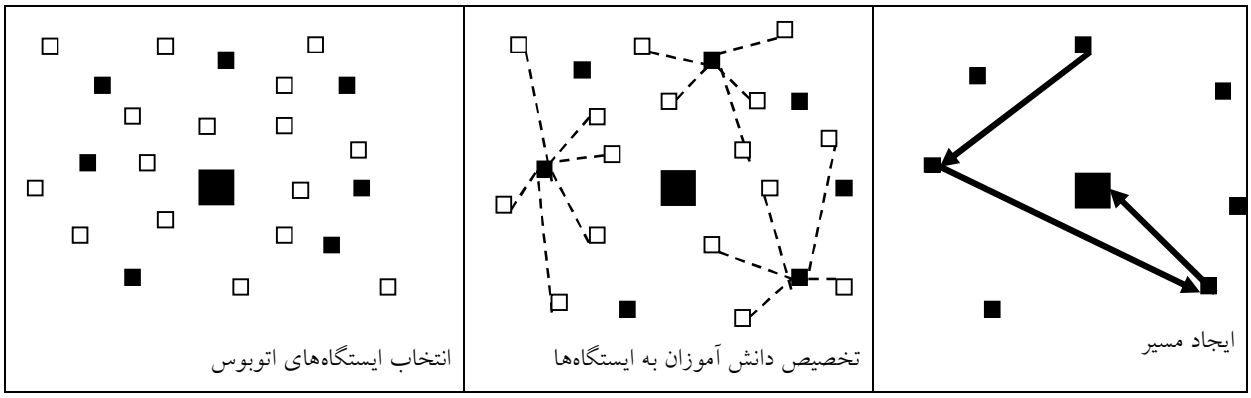
از زمانی که اولین مقاله در مورد مسیریابی اتوبوس مدرسه (SBRP)[1] توسط نیوتن و توماس منتشرشد [Newton, Thomas, 1969]، این مساله به طور پراکنده مطالعه شده است. مسایل SBRP شامل زیرمساله‌های کوچک‌تری می‌شود. با توجه به تفکیکی که توسط دزروسیرز و همکاران [Desrosiers et al. 1986b] انجام شد، می توان این مساله را به پنج زیرمساله تفکیک کرد: (۱) جمع آوری داده‌ها، (۲) مکان‌یابی ایستگاه‌های اتوبوس یا تخصیص دانش آموزان به ایستگاه‌ها، (۳) مسیریابی اتوبوس‌ها، (۴) تعدیل زمان شروع به کار مدارس و (۵) زمان‌بندی مسیرها. در مرحله جمع‌آوری داده‌ها، شبکه ای شامل موقعیت مکانی خانه‌ها، مدرسه، ایستگاه‌های اتوبوس، تشکیل و دو ماتریس مشخص می‌شود. ماتریس اول، که ماتریس مبدأ–مقصد (OD)[1] نام دارد، کمترین زمان یا کوتاه‌ترین فاصله بین دو گره (مدرسه، ایستگاه‌ها) است. ماتریس مبدأ - مقصد می‌تواند با استفاده از سیستم اطلاعاتی جغرافیای[2] (GIS) و الگوریتم‌های مختلف کوتاه‌ترین مسیر، محاسبه شود. کیم و جونگ (۲۰۰۹) یک روش تقریبی برای تولید ماتریس مبدأ-مقصد توسعه دادند. ماتریس دوم، یک ماتریس صفر و یک که دسترسی یا عدم دسترسی دانش‌آموزان به ایستگاه‌ها، بر اساس شاخص تعیین شده مثلاً بیشترین مسافت پیاده روی دانش‌آموزان از منزل به ایستگاه است. مرحله بعدی که مرحله مکان‌یابی ایستگاه‌های اتوبوس است، از میان همه نقاط بالقوه ایستگاه، تنها یک سری نقاط به عنوان ایستگاه انتخاب می‌شوند و هر دانش آموز به یکی از این ایستگاه‌های منتخب، تخصیص می‌یابد. برای مناطق روستایی، دانش‌آموزان از خانه‌هایشان سوار اتوبوس می‌شوند، اما در مناطق شهری، دانش آموزان از منزل‌هایشان به

ایستگاه اتوبوس می‌روند و سوار اتوبوس می‌شوند. یادآوری می‌شود که مکان‌یابی ایستگاه‌های اتوبوس، اغلب در ادبیات حذف می‌شود. در تعداد زیادی از مقالات، مکان ایستگاه‌های اتوبوس به‌صورت بالفعل مشخص است. مقالات کمی به مکان‌یابی ایستگاه‌های اتوبوس پرداختند و اغلب آنها از الگوریتم‌های ابتکاری استفاده کرده‌اند. جدول (۱) برخی از کارهای انجام شده در این زمینه را نشان می‌دهد.

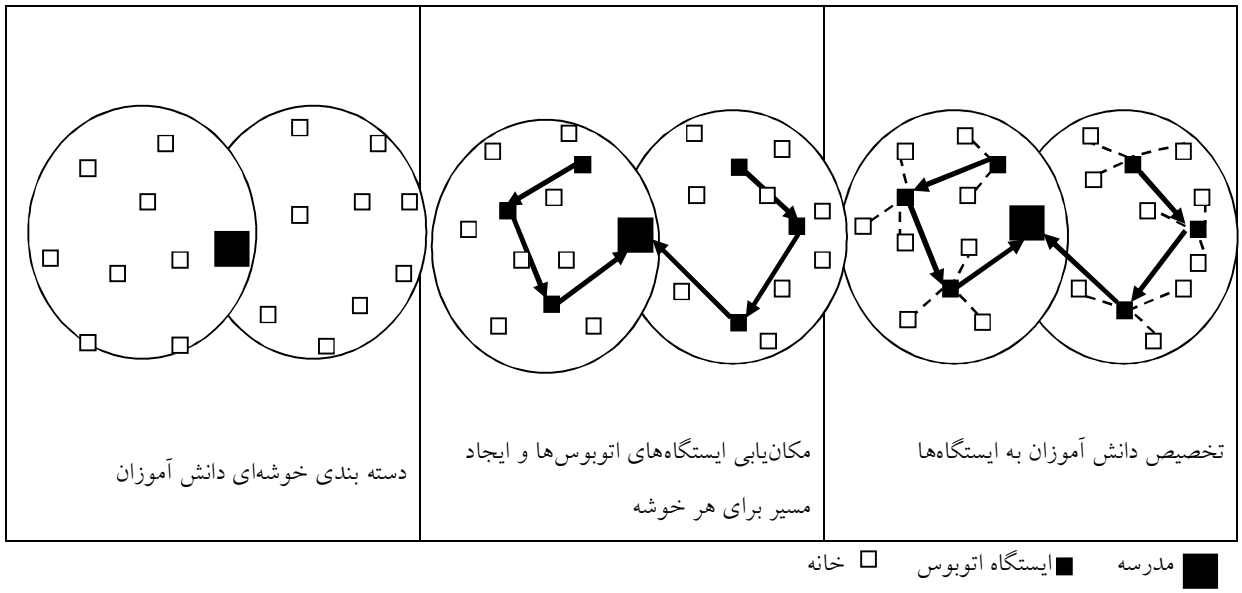
مساله مکان‌یابی در بسیاری از مقالات به صورت یک مدل ریاضی کامل آمده است [Houda et al, 2012]. رویکردهای حل ابتکاری برای مکان‌یابی ایستگاه‌های اتوبوس به دو دسته اصلی شامل رویکرد ARL[۳] و LAR[۴] تقسیم می‌شوند [Laporte, Semet, 2002] و [Bowerman, Hall and Calamai, 1995]. در رویکرد LAR ابتدا ایستگاه‌های اتوبوس از میان نقاط بالقوه ایستگاه‌ها برای یک مدرسه، انتخاب می‌شود و سپس تخصیص دانش آموزان به این ایستگاه‌ها صورت می‌گیرد. در ادامه حل مساله، مساله تبدیل به مساله مسیریابی وسایل نقلیه می‌شود. در این روش، انتخاب مکان ایستگاه‌های اتوبوس و تخصیص دانش آموزان به این ایستگاه‌ها بدون توجه به این که این انتخاب تا چه حد می‌تواند بر مسیرهای ایجاد شده تأثیر بگذارد، انجام می‌گیرد. در این روش مسیرهای زیادی ایجاد می‌شود. بودین و برمن، دولاک و همکاران و دزروسیرز و همکاران از جمله افرادی بودند که روشهای ابتکاری بر اساس رویکرد LAR را پیشنهاد دادند [Bodin, Berman, 1979] و [Dulac, Ferland and Forgues, 1980] و[Desrosiers et al. 1986b]. در رویکرد ARL دانش آموزان، با توجه به محدودیت ظرفیت خودرو به خوشه‌هایی تقسیم می‌شوند، سپس ایستگاه‌های اتوبوس انتخاب می‌شوند و مسیری برای هر خوشه ایجاد می‌شود. در نهایت، تخصیص دانش آموزان هر خوشه (مسیر) به ایستگاه اتوبوسی که همه فرضیات مساله مانند حداکثر تعداد دانش آموزان مجاز که می توانند به یک ایستگاه تخصیص یابند، حداکثر میزان پیاده روی مجاز از خانه تا ایستگاه، رعایت کرده باشد، صورت می‌گیرد. افرادی چون چاپلو و همکاران [Chapleau, Ferland and Rousseau, 1985] و برمن و همکاران [Bowerman, Hall and Calamai, 1995] با این روش کار کردند. مفهوم رویکرد LAR و ARL به‌ترتیب در شکل‌های (۱) و (۲) آمده است.

جدول ۱. خلاصه تحقیقات انجام شده روی مساله مکانی‌یابی ایستگاه‌ها

روش	منبع
روش LAR	بودین و برمن (۱۹۷۹)
روش LAR	دولاک وفرلند و فورگس (۱۹۸۰)
روش LAR	دزروسیرز و همکاران (۱۹۸۶-۱۹۸۱)
روش ARL	چاپلو، فرلند و راشو (۱۹۸۵)
روش ARL	برمن و هال و کالامای (۱۹۹۵)
مدل MIP برای مکان‌یابی ایستگاه‌ها	اسچیتکات و همکاران (۲۰۰۷)



شکل ۱. مفهوم روش LAR [Park, Kim, 2010].



شکل۲. مفهوم استراتژی ARL [Park, Kim, 2010].

پس از مرحله مکان‌یابی ایستگاه‌های اتوبوس، در مرحله مسیریابی اتوبوس‌ها، مسیر اتوبوس برای رسیدن به هر مدرسه که باید از چه ایستگاه‌هایی عبور کند، معین می‌شود. الگوریتم‌های مورد استفاده در مسیریابی را می توان به دو دسته اصلی شامل روش ابتدا مسیریابی بعد خوشه بندی و روش ابتدا خوشه بندی بعد مسیریابی تقسیم بندی کرد [Bodin and Berman, 1979] .

در روش ابتدا مسیریابی بعد خوشه بندی یک مسیر اصلی توسط الگوریتم مساله فروشنده دوره گرد ایجاد می‌شود که در آن همه ایستگاه‌ها لحاظ می‌شود. سپس مسیر اصلی انتخاب شده به مسیرهای کوچک‌تری تقسیم می‌شود که در هر یک از آنها محدودیت‌هایی در نظر گرفته می‌شود. افرادی چون نیوتن و توماس [Newton and Thomas, 1969] ، و بودین و برمن [Bodin and Berman, 1979] از مبتکران و تکمیل کنندگان این روش هستند و در حل مساله از این ایده استفاده کردند. در روش ابتدا خوشه بندی بعد مسیریابی دانش آموزان به خوشه‌هایی تقسیم بندی می‌شوند، به طوری که هر خوشه توسط مسیری که بتواند

محدودیت های مربوط را ارضا کند، قابل سرویس دهی باشد. افرادی که این روش را به طور کامل برای اولین بار در SBRP به کار بردند، دولاک، فرلند و فورگس [Dulac, Ferland and Forgues, 1980] چاپلو، فرلند و راشو [Chapleau, Ferland and Rousseau, 1985] و برِمَن و هال و کالامای [Bowerman, Hall, Calamai, 1985] بودند. برای مشاهده جزییات روش مورد نظر، می‌توانید کارهای انجام شده توسط دولاک و فرلند و فورگس [Dulac, Ferland and Forgues, 1980] و لاپورت و اسمیت [Laporte and Semet 2002] در این باره را مشاهده کنید. پس از ایجاد مسیر، روش‌های ابتکاری بهبود روی مسیر می‌تواند بکار گرفته شود. تعداد زیادی از این روش‌های ابتکاری و فراابتکاری بهبود وجود دارند. بیشتر روش‌های بهبود برای مساله VRP توسط لین در سال ۱۹۶۵ تحت عنوان مکانیزم $\lambda - opt$ مطرح شده‌اند. در این روش، λ کناره از تور حذف می‌شود و سپس مجدداً این λ بخش را در همه حالت های ممکن به هم متصل می شوند. ایده الگوریتم $\lambda - opt$ در SBRP بکار گرفته شد. نیوتن و توماس(۱۹۶۹)، دولاک و همکاران(۱۹۸۰)، چاپلو و همکاران(۱۹۸۵) و دزروسیرز و همکاران (۱۹۸۶a) الگوریتمهای $2 - opt$ برای بهبود جواب بکار گرفتند. بِنت و گازیس(۱۹۷۲) و بودین و برِمَن (۱۹۷۹) الگوریتمهای $3 - opt$ برای بهبود جواب بکار گرفتند.

در حالت چند مدرسه‌ای، از دو مرحله آخر یعنی تعدیل و تنظیم زمان شروع به کار مدارس و زمان‌بندی مسیرها، استفاده می‌شود. از جمله مقالات ارایه شده در این زمینه می‌توان به کرتز و همکاران [Cortes, Matamala and Contardo, 2011] اشاره کرد. در زمان‌بندی مسیر حرکت زمان دقیق شروع و پایان هر مسیر طراحی می‌شود به طوری که این مسیرها به صورت زنجیره‌ایی و متوالی توسط یک خودرو طی شوند [Park and Kim, 2010] و [Spada, Bierlaire and Lieblin, 2005] .

SBRP خودش به تنهایی یک مساله واحد و مستقل است، اما به دلیل پیچیدگی و اندازه مساله، به حل زیرمساله‌های آن، در مقالات اشاره شده است

اسچیتکات و همکاران [Schittekat et al. 2007] یک مدل ساده ریاضی را برای مکان‌یابی ایستگاه‌های اتوبوس و مسیریابی میان آنها، در حالت تک مدرسه‌ای ارایه کرده‌اند. البته این مدل شامل یک مدرسه و تنها برای اندازه‌های کوچک تصادفی (۱۰ ایستگاه اتوبوس و ۵۰ دانش‌آموز) آزمون شده است.

الگوریتم‌های فراابتکاری بسیاری درحل مساله مسیریابی خودروها استفاده شده که از آن جمله می‌توان به الگوریتم ژنتیک اشاره نمود. استفاده از این الگوریتم در حلVRP، توسط افراد مختلفی بررسی گردیده که به عنوان نمونه، می توان به تحقیقات پریرا، تاوارس ، ماچادا و کاستا اشاره نمود. در این تحقیقات کاربرد الگوریتم ژنتیک در مسائل مسیریابی با محدودیت ظرفیت (CVRP) و مسیریابی با محدودیت زمانی(VRPTW) بررسی گردیده است. نتایج محاسباتی نشان دهنده کارائی بالای این روش است[Tavares et al. 2003] و [Pereira et al. 2002].

از الگوریتم کلونی مورچگان درحل مساله مسیریابی اتوبوس مدرسه استفاده کردند اما در فرضیات مساله‌شان، مکان ایستگاه‌های اتوبوس به‌صورت بالفعل مشخص بود [Arias-Rojas, Jiménez and Torres, 2012] .

همچنین کارهای مشابهی در این حوزه انجام شده است، از جمله این کارها، می‌توان به مدل‌سازی عملیات اتوبوس مدرسه برای مراکز مراقبت از کودکان در کره جنوبی [Seung-Min and Taeho, 2013] و یک مدل و الگوریتم برای طراحی یک سرویس خانه به کار اتوبوس در یک منطقه شهری [Perugia et al. 2011] اشاره کرد.

از کابردهای دیگر مساله SBRP می‌توان به مسایلی که کمپانی‌های بزرگ با آن روبرو هستند اشاره کرد که سازماندهی حمل‌ونقل معمول (رایج) کارمندانشان است یک مثال متفاوت ولی مربوط می‌تواند سرویسهای تحویل بسته (مانند شبکه توزیع اروپایی کیالا) باشد که امروزه، گزینه ارایه را به صورت یک مجموعه از نقاط از پیش تعریف شده به نام نقاط رها کردن پیشنهاد می‌دهد. مزایای آشکار صرفه جویی در هزینه این روش، بیشتر از این است که مکان ارایه

توسط مشتریان تعیین شود. مشتریان باید از قبل تعیین کنند که در کدام‌یک از نقاط رها کردن، مایل به برداشت آیتم‌های خود هستند. این را می‌توان پیش‌بینی کرد که شرکت از مشتریان می‌خواهد که بیش از یک نقطه از نقاط رها کردن انتخاب کند سپس شرکت از بین نقاط انتخاب شده توسط مشتریان، نقاطی را انتخاب می‌کند که در راستای اهداف شرکت باشد[Schittekat et al. 2013].

حفظ انرژیی که برای حمل و نقل مصرف می شود اهمیتی حیاتی دارد. بخش اصلی در صرفه جویی انرژی، بخش حمل و نقل است. اتوبوس‌های درون شهری مهم‌ترین بخش از سیستم حمل و نقل عمومی را تشکیل می‌دهند. مسیریابی اتوبوس های مدرسه، نوعی از مسیریابی حمل و نقل است که یک چالش بزرگ است زیرا حمل و نقل دانش‌آموزان با اتوبوس‌های مدرسه مستلزم سریع‌ترین، کوتاه‌ترین، امن‌ترین، و مقرون به صرفه‌ترین حالت سفر با شیوه‌ای مناسب است. الله آباد شهرستان باستانی و بزرگی از ایالت اوتار پرادش در هند است که مورد مطالعه کومار و همکارانش قرار گرفته است. در این تحقیق از نرم افزار ArcGIS 10، که یک ابزار تجزیه و تحلیل شبکه، توسط الگوریتم دی جسترا است برای پیدا کردن مسیر مطلوب به مدارس مختلف در منطقه الله آباد استفاده شده است [Kumar et al. 2014].

مساله مسیریابی اتوبوس مدرسه با توجه به تأثیر آن بر اهداف اقتصادی و اجتماعی بسیار مهم است. هرنان کاسرس و راجان باتا و کینگ هی مساله اتوبوس مدرسه را با محدودیت‌های تقاضای تصادفی دانش‌آموزان و زمان سفر مدت دار (SBRP-SBRP-SDDC[۵]) ارایه [Caceres, Batta and He, 2015]. کاسرس و همکارانش برای نشان دادن رفتار تصادفی دانش‌آموزان در یک مسیر مشخص، به هر دانش‌آموز متناظر با هر ایستگاه یک عدد بین صفر و یک نسبت دادند. دانش‌آموزی که از یک ایستگاه مشخص استفاده نمی‌کند این عدد صفر و دانش‌آموزی که همیشه از یک ایستگاه مشخص استفاده می کند این عدد یک است. فرض دوم مورد بحث کاسرس و همکارانش این است که اگر یک اتوبوس در زمان زنگ خاصی از یک مدرسه‌ای استفاده شود ، فرض بر این است که پس از پایان این دوره، اتوبوس قابل دسترس برای مدارس باقیمانده خواهد بود و به طور بالقوه جمع آوری دانش آموزان برای زمان زنگ مدرسه بعدی ادامه خواهد داشت. این تحقیق زمانی شروع شد که مدرسه منطقه مرکزی Williamsville[۶](WCSD) ، بزرگ‌ترین مدرسه منطقه در حومه غربی نیویورک در Williamsville در برنامه بهرهوری مدیریت عملیات حمل و نقل اعطا شده از آموزش و پرورش ایالت نیویورک، درخواست کمک کرد.

یکی از راه‌های کاهش هزینه‌ها ایجاد مسافتی برای پیاده‌روی دانش‌آموز به منظور جلوگیری از حرکات اضافی وسیله نقلیه سرویس است. ما قصد داریم تا با انتخاب هدفی مناسب همه جنبه‌ها یا بیشتر جوانب منفعت دانش‌آموزان و رانندگان و ترافیک شهری را در نظر بگیریم و بر این اساس هدف مورد نظر « کاهش کل مسافت سفر سرویس مدرسه » است. به این ترتیب، با کاهش مسافت سفر، دانش‌آموزان با کم شدن زمان سواری و کوتاه شدن مسیر منفعت می‌برند و رانندگان هم با صرف زمان و مسافت کمتر و متعاقب آن بنزین و استهلاک کمتر نافع هستند و ترافیک شهری نیز کاهش حرکات این وسیله نقلیه‌ی نه چندان کوچک را بهتر پذیراست. با این توضیح، هدف مورد نظر کاهش کل مسافت سفر اتوبوس‌ها تعیین می‌شود. از مزایای دیگر تعیین این تابع هدف می‌توان به قابل مقایسه بودن این جواب با حالت واقعی اشاره کرد. در این مقاله، الگوریتم کلونی مورچگان توسعه داده و نشان داده می‌شود که روش مطلوبی برای حل بوده است و جوابهای بهینه یا نزدیک به بهینه برای مسایل زیادی از مسیریابی اتوبوس مدرسه در مدت زمانی معقول به دست می‌آورد.

۲. مدل ریاضی

در مساله ارایه شده در این تحقیق فرض‌های زیر در نظر گرفته می‌شوند:

- یک مدرسه وجود دارد.
- تعدادی ایستگاه بالقوه وجود دارند.
- تعدادی دانش آموز وجود دارند که هریک می‌تواند به یک یا چند ایستگاه دسترسی داشته باشد.
- تعدادی اتوبوس با ظرفیت‌های یکسان موجود اند.
- دانش آموزان از یک نوع هستند.
- هردانش آموز تنها توسط یک اتوبوس سرویس‌دهی می شود.
- هر ایستگاه حداکثر یک‌بار ملاقات می‌شود.
- دانش‌آموزانی که در یک ایستگاه هستند، به دو گروه یا بیشتر تقسیم نمی‌شوند تا سوار اتوبوس‌های مختلف شوند.
- تعداد دانش‌آموزان تخصیص داده شده به هر ایستگاه از ظرفیت اتوبوس وارد شده به آن ایستگاه تجاوز نمی‌کند.
- تضمین سوار شدن همه دانش آموزان وجود دارد.
- اگر اتوبوسی ایستگاهی را بازدید کند، باید آن را ترک کند.
- اگر اتوبوسی دانش‌آموزی را از ایستگاهی بردارد، آن ایستگاه را بازدید می‌کند.

در این بخش مدل ریاضی پیشنهادی با رویکرد برنامه‌ریزی عددصحیح برای مساله مورد بررسی ارایه می‌گردد. پیش از ارایه مدل به شرح اندیس‌ها و پارامترهای ورودی، متغیرهای تصمیم-گیری، محدودیت‌ها و تابع هدف آن می‌پردازیم.

۲-۱. اندیس‌ها (نمادها)

i,j: اندیس برای ایستگاه‌ها ($i=0$ اندیس برای مدرسه).

k: اندیس برای اتوبوس‌ها.

l: اندیس برای دانش‌آموزان.

۲-۲ پارامترهای ورودی

n: تعداد ایستگاه‌ها.

K: تعداد اتوبوس‌ها.

C: ظرفیت اتوبوس‌ها.

S: مجموعه دانش‌آموزان.

s_{il} : عملگر دودویی که اگر دانش آموز l به ایستگاه i دسترسی داشته باشد مقدار ۱ و در غیر این‌صورت مقدار ۰ را اختیار می‌کند.

c_{ij}: هزینه مسافت از ایستگاه i به ایستگاه j

متغیرهای C , K , n دارای مقادیر صحیح نامنفی و متغیر c_{ij} از نوع اعشاری هستند.

۲-۳. متغیرهای تصمیم گیری

X_{ijk} : اگر اتوبوس شماره k از ایستگاه i به ایستگاه j برود مقدار ۱ و در غیر این‌صورت مقدار ۰ را اختیار می‌کند.

Y_{ijk} : اگر اتوبوس شماره k ایستگاه i را ملاقات کند مقدار ۱ و در غیر این‌صورت مقدار ۰ را اختیار می کند.

Z_{ilk} : اگر دانش‌آموز l در ایستگاه i سوار اتو بوس k شود مقدار ۱ و در غیر این‌صورت مقدار ۰ را اختیار می‌کند.

$$\min \sum_{i\in V}\sum_{j\in V} C_{ij} \sum_{k=1}^{n} x_{ijk} \quad (۱)$$

$$\sum_{k=1}^{K} y_{0k} \le K \quad (۲)$$

$$\sum_{j\in V} x_{ijk} = \sum_{j\in V} x_{jik} = y_{ik} \qquad \forall i \in V,\ k = 1,\dots,K \quad (۳)$$

$$\sum_{i,j\in Q} x_{ijk} \le |Q| - 1 \qquad \forall Q \subseteq V - \{v_0\},\ \forall k \quad (۴)$$

$$\sum_{k=1}^{K} y_{ik} \le 1 \qquad \forall i \in V - \{0\} \quad (۵)$$

$$\sum_{k=1}^{K} z_{ilk} \le s_{il} \qquad \forall l \in S, \quad \forall i \in V \quad (۶)$$

$$\sum_{i\in V}\sum_{l\in S} z_{ilk} \le C \qquad \mathrm{k} = 1,\dots,\mathrm{n} \quad (۷)$$

$$z_{ilk} \le y_{ik} \qquad \forall i,l,k \quad (۸)$$

$$\sum_{i\in V}\sum_{k=1}^{K} z_{ilk} = 1 \qquad \forall l \in S \quad (۹)$$

$$y_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i \in V,\ k = 1,\dots,K \quad (۱۰)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall i,j \in V,\ i \ne j,\ k = 1,\dots,K \quad (۱۱)$$

$$z_{ilk} \in \{0,1\} \quad \forall i,j \in V, i \ne j, l \in S, k = 1,\dots,K \quad (۱۲)$$

محدودیت (۱) تابع هدف مدل است که برابر مجموع طول مسیر است. به‌عبارتی، هزینه مسافت طی شده توسط اتوبوس‌هاست. محدودیت (۲) تضمین می‌کند که هر اتوبوس باید، سرویس خود را از مبدأ آغاز کند. محدودیت (۳) تضمین می کند که اگر اتوبوس k ایستگاه i را ملاقات کند آنگاه کمانی که توسط اتوبوس k پیموده می‌شود به ایستگاه i وارد و سپس از آن خارج می‌شود. جمله‌های زیر در تکمیل مفهوم محدودیت فوق هستند.

- به ما این اطمینان را می دهد که اگر گره i توسط خودرو k سرویس‌دهی می‌شود، پس باید یک مسیر دوجانبه وجود داشته باشد که خودروی k وارد گره i شود و از این گره نیز خارج شود.
- اگر وسیله نقلیه‌ای به گرهی وارد شود باید از آن گره خارج شود.
- پیوستگی مسیر پیموده شده توسط اتوبوس k را تضمین می‌کند.

محدودیت (۴) محدودیت حذف زیرتور (همبندی) را نیز تضمین می‌کند (مربوط به حذف زیرتورهاست). محدودیت (۵) تضمین می‌کند که هر ایستگاه دست بیش یک‌بار ملاقات می‌شود (یا ملاقات نمی‌شود یا تنها یکبار ملاقات می‌شود به غیر از مبد أ) به عبارتی، این نکته را خاطر نشان می‌کند که هر ایستگاه، دست‌بیش از یک خودرو سرویس می‌گیرد و ممکن است که برخی از ایستگاه‌ها جزو نقاط بهینه نباشند و در اصل هیچ خودرویی به آنها خدمت

رسانی نکند. محدودیت (۶) متضمن سوار شدن همه دانش‌آموزان است. به عبارتی، هر دانش‌آموز به هر ایستگاهی که می تواند پیاده برود، سوار اتوبوس می‌شود. محدودیت (۷) متضمن سوار شدن همه دانش‌آموزان است. به عبارتی، هر دانش‌آموز به هر ایستگاهی که می‌تواند پیاده برود، سوار اتوبوس می‌شود. محدودیت (۸) اگر اتوبوسی دانش‌آموزی را از ایستگاهی بردارد، آن ایستگاه را بازدید می‌کند. محدودیت (۹) این محدودیت تضمین می کند هر دانش‌آموز تنها یک‌بار سوار می‌شود. محدودیت‌های (۱۰)، (۱۱) و (۱۲) نشان دهنده دودویی بودن متغیرهاست.

۳. الگوریتم پیشنهادی و نتایج محاسباتی

شکل(۳). الف یک مثال از مساله اتوبوس مدرسه است که توسط اسچیتکات و همکاران ارایه شد. این مثال شامل ۱ مدرسه، ۷ ایستگاه اتوبوس مدرسه، ۱۵ دانش آموز و ۲ اتوبوس مدرسه است. شکل ۳. ب یک جواب از این مساله را نشان می دهد که ممکن است بهینه نباشد. این جواب به صورت زیر ارایه می‌شود.

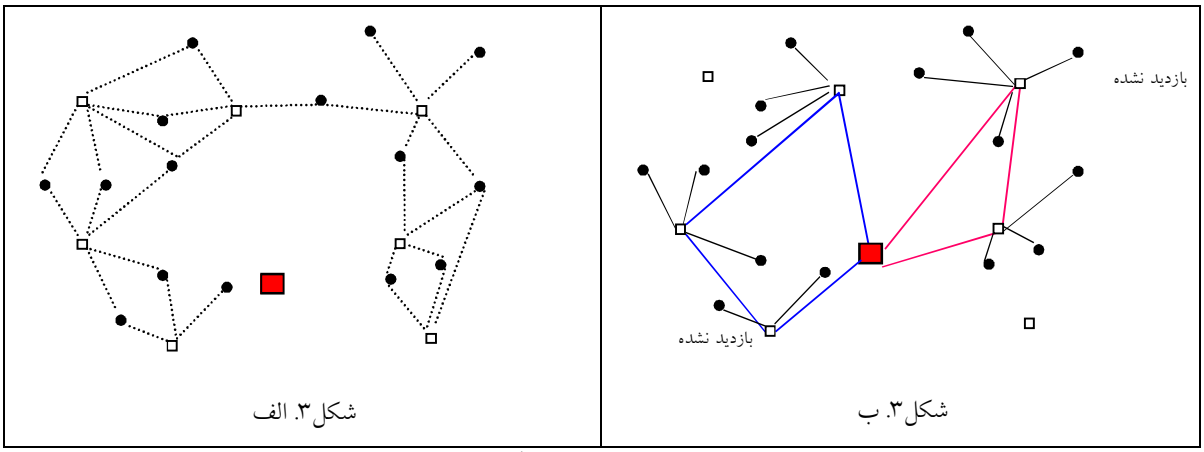
مسیر۱ (آبی): اتوبوس شماره ۱ به ایستگاه‌های شماره ۱و ۲و ۴ خدمت رسانی می‌کند.

مسیر۲ (صورتی): اتوبوس شماره ۲۱ به ایستگاه‌های شماره ۵ و ۶ خدمت رسانی می کند.

ایستگاه‌های شماره ۳و ۷ توسط اتوبوس‌ها بازدید نمی‌شود.

تخصیص دانش آموزان به ایستگاه‌ها نیز در شکل مشخص است.

با توجه به شکل (۴)، مورچه اول به تصادف ایستگاه اول را انتخاب می‌کند. مورچه اول باید همه دانش آموزانی را که در ایستگاه اول تنها به ایستگاه اول دسترسی دارند سوار کند. سپس یک عدد تصادفی (بین صفر و تعداد دانش آموزان باقیمانده در این ایستگاه که علاوه بر این ایستگاه به ایستگاه‌های دیگر نیز دسترسی دارند) تولید می‌کنیم و با توجه به ظرفیت اتوبوس ، اگر این عدد تصادفی قابل قبول نباشد، یک عدد تصادفی دیگر تولید می‌کنیم. چون مجموع دانش آموزان باید با ظرفیت اتوبوس برابر یا کمتر باشد. به تعداد این عدد تصادفی، از دانش آموزان باقیمانده سوار مورچه اول می‌شوند. بقیه دانش آموزان در این ایستگاه، در ایستگاه‌های دیگری که به آن دسترسی دارند، شانس مجدد برای انتخاب شدن پیدا می‌یابند. چون در هر ایستگاه تنها یک اتوبوس (مورچه) وارد می‌شود.

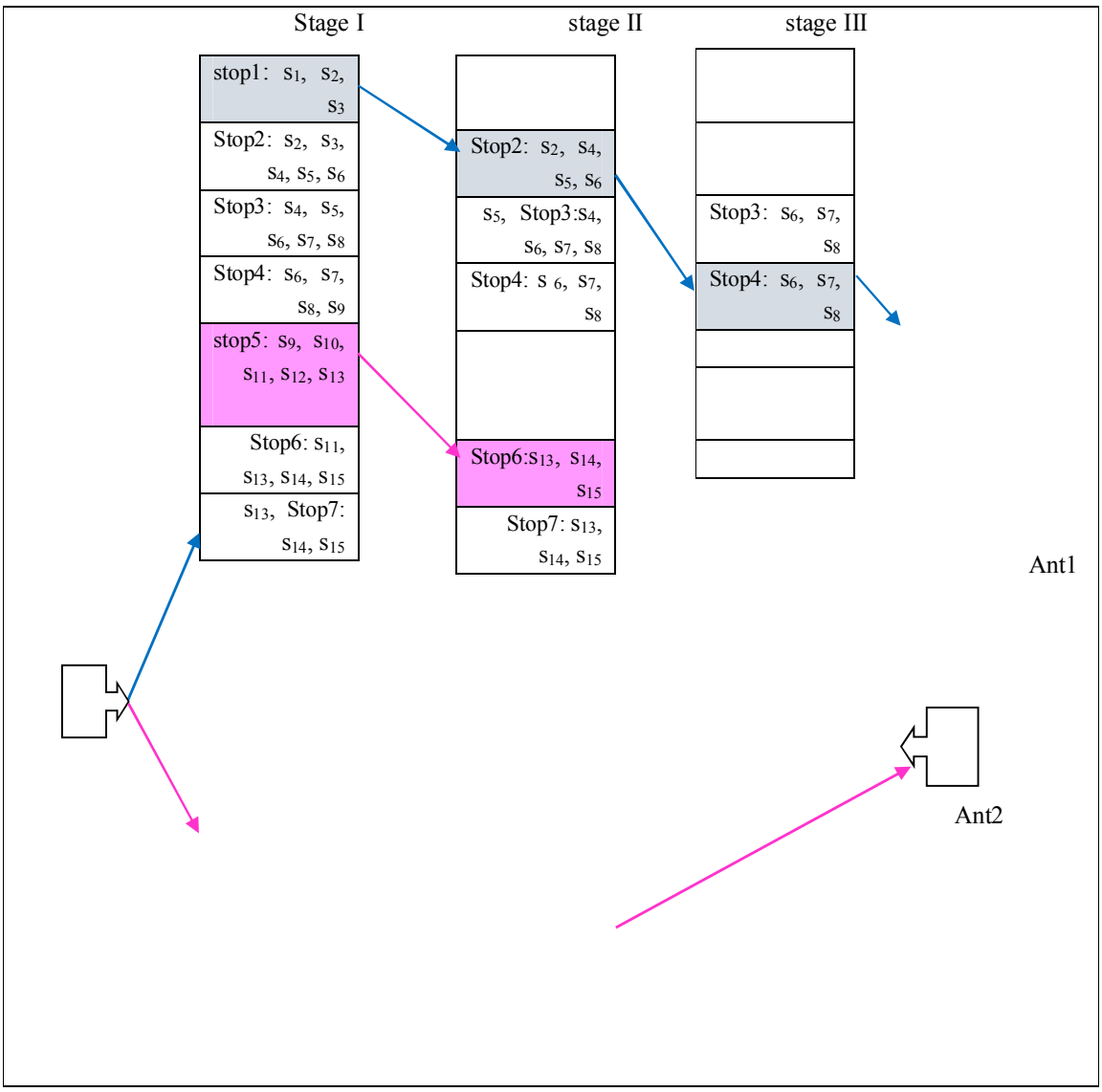


شکل۳. الف

شکل۳. ب

شکل ۳. یک مثال از مساله اتوبوس مدرسه ویک جواب شدنی نه لزوماً بهینه برای مساله [Schittekat et al, 2007].

۳-۱ الگوریتم پیشنهادی



شکل۴. حل مثال شکل ۳ با الگوریتم پیشنهادی

شکل (۴) چگونگی الگوریتم پیشنهادی را برای دستیابی به جواب نشان می دهد که ممکن است بهینه نباشد. این جواب به صورت زیر ارایه می شود.

مسیر ۱ (آبی): اتوبوس شماره ۱ به ایستگاه‌های شماره ۱و ۲و ۴ خدمت رسانی می‌کند.

مسیر ۲ (صورتی): اتوبوس شماره ۲۱ به ایستگاه‌های شماره ۵ و ۶ خدمت رسانی می‌کند.

ایستگاه‌های شماره ۳ و ۷ توسط اتوبوس‌ها بازدید نمی‌شوند.

تخصیص دانش آموزان به ایستگاه‌ها نیز به‌صورت زیر است:
دانش آموزان شماره ۱و ۳ به ایستگاه شماره ۱ تخصیص می‌یابد.
دانش آموزان شماره ۲، ۴ و ۵ به ایستگاه شماره ۲ تخصیص می‌یابد.
دانش آموزان شماره ۶، ۷و ۸ به ایستگاه شماره ۴ تخصیص می‌یابد.
دانش آموزان شماره ۹، ۱۰، ۱۱و ۱۲ به ایستگاه شماره ۵ تخصیص می‌یابد.
دانش آموزان شماره ۱۳، ۱۴و ۱۵ به ایستگاه شماره ۶ تخصیص می‌یابد.
الگوریتم پیشنهادی برای مساله SBRP با مفروضات ذکر شده، به صورت زیر ارایه می‌شود:

فرض کنید که در یک ایستگاه مفروض n تعداد دانش آموزانی باشد که تنها به این ایستگاه دسترسی دارند، m کل دانش آموزانی باشد که می توانند به این ایستگاه دسترسی داشته باشند و C ظرفیت اتوبوسی باشد که به این ایستگاه وارد می شود. قرار دهید C_1 تعداد دانش آموزانی که وقتی اتوبوس به ایستگاه مفروض وارد می شود در اتوبوس هستند. محاسبه کنید:

$$r = \min\{0, m-n, C-C_1-n\} \quad (۱)$$

اگر اتوبوس kام در شهر iام باشد احتمال اینکه شهر jام را از بین شهرهای انتخاب نشده $\dot{N}$ انتخاب کند به صورت زیر است.

$$P_{ij}^k = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}(t)^{\alpha}.\eta_{ij}^{\beta}}{\sum_{l\varepsilon\dot{N}} \tau_{il}(t)^{\alpha}.\eta_{il}^{\beta}} & \text{اگر } j\varepsilon\dot{N} \\ 0 & \text{در سایر موارد} \end{cases} \quad (۲)$$

فرمون ریزی موضعی بر اساس فرمول (۳) انجام می‌شود:

$$\Delta_{ij}^k = \begin{cases} \frac{1}{L_k}, & \text{اگرمورچه } k\text{ام ازگره } i \text{ به گره } j \text{ رود} \\ 0, & \text{درغیراینصورت} \end{cases} \quad (۳)$$

فرمون ریزی سراسری طبق فرمول (۴) روی یال‌های آن انجام می شود:

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-\rho)\,[\tau_{ij}(t) + \sum_{k=1}^{m} \Delta_{ij}^k(t)\,] \quad (۴)$$

$\eta_{ij} = \frac{1}{d_{ij}}$ اطلاعات اولیه مساله است که فضای مساله را توصیف می کند به عبارتی میزان دید روی هر یال است $\tau_{ij}(t)$ نشان دهنده میزان فرمون روی هر یال است که بیانگر مطلوبیت مسیر است پارامترهای α و β نشان دهنده اهمیت نسبی میزان فرمون و میزان دید است. مقادیر پارامترها به‌صورت تجربی و با استفاده از روش‌های مبتنی بر سعی و خطا صورت گرفته است. معمولاً یکی را یک انتخاب می‌کنند و دیگری را تنظیم می‌کنند چون نسبت بین این دو پارامتر مهم است. فرمون بیشتر در یک مسیر یعنی قبلاً این مسیر توسط مورچه‌های بیشتری انتخاب شده است. بنابراین پارامتر α برای مساله ما مهم‌تر است و وزن بیشتر را به فرمون می‌دهیم . β =۱ و α = ۲ و ρ = ۰/۹ میزان کاهش فرمون (درصد تبخیر) است مقادیر انتخابی با استفاده از روش سعی و خطا است. مراحل اجرای این فرآیند در قالب شبه‌برنامه زیر ارایه می‌شود

۱. شروع.
۲. $s = \varnothing$ را بهترین جواب تاکنون پیدا شده بنامید.
۳. $f = \infty$ را بهترین مقدار تاکنون به دست آمده در نظر بگیرید.
۴. تعداد مورچه‌های مورد نیاز را برابر تعداد کل وسایل نقلیه در نظر بگیرید.
۵. ظرفیت مورچه‌ها را برابر ظرفیت اتوبوس در نظر بگیرید.
۶. مورچه ها را در مدرسه استقرار دهید.
۷. در شروع کار، مورچه‌ها یکی از ایستگاه‌های اتوبوس را به تصادف انتخاب می‌کند. ایستگاه‌هایی که مورچه‌ها انتخاب می کنند با هم فرق می‌کنند چون به هر ایستگاه یک اتوبوس وارد می‌شود.
۸. برای همه‌ی مورچه‌ها در صورت داشتن ظرفیت موارد

زیر را انجام دهید.

۹. همه‌ی دانش آموزانی که در ایستگاه انتخاب شده توسط مورچه، تنها به همان ایستگاه دسترسی دارند سوار مورچه می‌شوند.

۱۰. به تعداد r بر اساس فرمول (۱)، از دانش‌آموزان باقیمانده سوار می‌شوند.

۱۱. بقیه دانش آموزان این ایستگاه دیگر به این ایستگاه دسترسی ندارند، چون در هر ایستگاه تنها یک مورچه وارد می‌شود.

۱۲. ایستگاه بعدی را بر اساس فرمول (۲) انتخاب کنید.

۱۳. و ظرفیت مورچه مربوط را بهنگام کنید.

۱۴. اگر مجموع دانش آموزانی که به مورچه‌ها تخصیص داده می‌شود با مجموع کل دانش آموزان در ایستگاه‌ها برابر نیست، آنگاه به قدم ۴ برو.

۱۵. فرمون ریزی موضعی را بر اساس فرمول (۳) انجام دهید و به قدم ۹ بروید.

۱۶. بهترین جواب و مقدار به دست آمده توسط مورچه‌ها را بیابید.

۱۷. فرمون ریزی سراسری را طبق فرمول (۴) روی یال‌های آن انجام دهید.

۱۸. اگر بهترین جواب جاری در تکرار جاری از مقدار f بهتر است، آنگاه جواب جاری به همراه مقدارش را به ترتیب جایگزین S و f کنید.

۱۹. S و f را بنویسید.

۲۰. پایان.

۳-۲ تولید مساله نمونه

مسایل نمونه از آدرس اینترنتی http://antor.ua.ac.be/school bus routing قابل باربرداری است. نام نمونه $SSSS-s\alpha-u\beta-c\gamma-w\delta$ است که شامل α ایستگاه و β دانش آموز و ظرفیت اتوبوس γ وبیشترین مسافت پیاده روی دانش‌آموزان به ایستگاه‌ها برای دسترسی به ایستگاه‌ها δ است. ابعاد مسایل، تعداد دانش آموزان و تعداد ایستگاه‌ها و تعداد اتوبوس‌ها هستند. برای ایجاد ماتریس فاصله (هزینه) و ماتریس دستیابی دانش آموزان به ایستگاه‌ها از فاصله دو نقطه استفاده می‌کنیم.

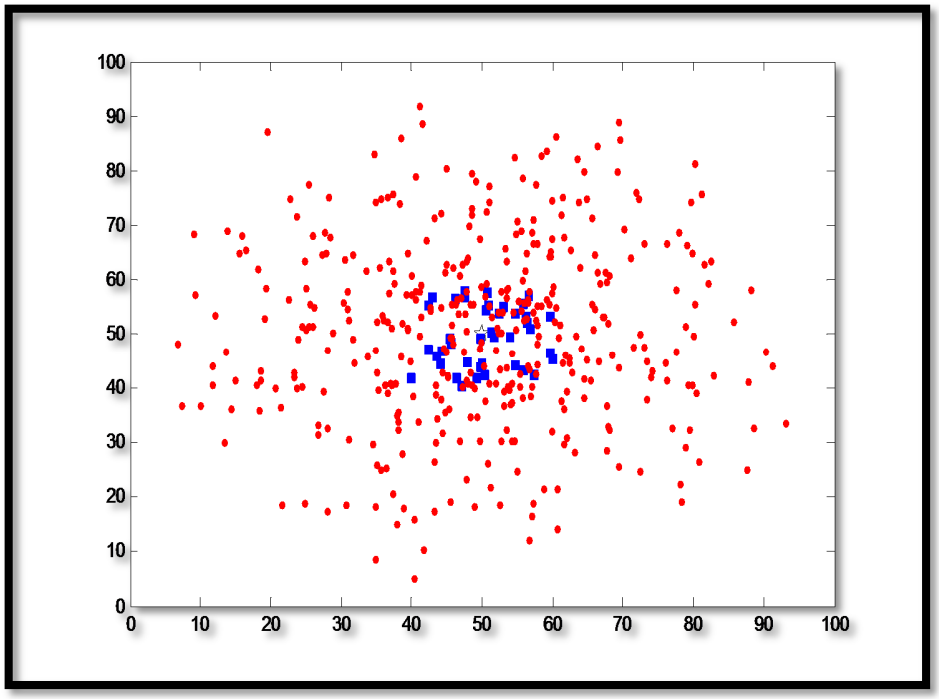
$AB = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}$ که در آن $B = \begin{bmatrix} x_b \\ y_b \end{bmatrix}$ ، $A = \begin{bmatrix} x_a \\ y_a \end{bmatrix}$.

در شکل (۵) نمونه $inst88-s40-u400-c50-w40$ رسم شده است.

و ستاره پنج پر، مربع‌های آبی و دایره‌های قرمز رنگ به ترتیب نشان دهنده‌ی مدرسه و ایستگاه و دانش‌آموز هستند.

۳-۳ محدودیت حذف زیرتور

زیرتورها عبارتند از مسیرهایی که در آنها مدرسه وجود ندارد. ایجاد زیرتورها موجب نقض فرض بنیادین VRP می‌شود که همان محدودیت شروع و اتمام سرویس به و از مبدأ است. از جمله مشکلات مسایل VRP وجود زیرتورهاست که یکی از راه حل‌های آن استفاده از زیرمجموعه‌ها برای گره‌هاست. بدین صورت که برای مساله‌ای با N گره باید همه‌ی ترکیبات دوتایی، سه‌تایی، تا Nتایی آن را تشکیل داد و محدودیت‌های مربوط به آنها را نوشت. به دلیل تعداد بسیار بالای این ترکیبات معمولاً ابتدا بدون در نظر گرفتن این محدودیت‌ها مساله حل می شود و در صورتی که زیرتوری تشکیل نشده باشد، جواب حاصل جواب بهینه مساله نیز هست اما اگر یک یا چند زیرتور تشکیل شود باید با اضافه کردن محدودیت های حذف زیرتورهای تشکیل شده مجدداً مساله حل می‌شود. این فرایند ممکن است چند بار تکرار شود که معمولاً بسیار زمان‌بر بوده و به همین لحاظ در مسایلی که تعداد گره‌ها زیاد باشد، اعمال نمی‌شود.



شکل ۵. چگونگی پراکندگی داده ها

روش دیگر برای حذف زیر تور، استفاده از محدودیت MTZ[۷] است که از مرتبه چندجمله‌ای است و نیاز به تعریف متغیر حقیقی جدید u_i برای هر رأس است به‌طوری که

$\forall i \in V-\{o\} \quad u_i \geq 0$ ، که در مساله TSP این شرط به صورت زیر است.

$$u_i - u_j + n\,x_{ij} \leq n-1 \qquad \forall i,j = 2,\ldots,n, \quad i \neq j$$
$$u_1 = 1$$

که در آن n تعداد شهرهاست. و U_i رتبه‌ای است که شهر i ام مورد بازدید قرار می گیرد.

$$U(i,k)-U(j,k)+\left(\sum_{i=1}^{v}\sum_{k=1}^{K} y_{ik}\right)x_{ij} \leq \left(\sum_{i=1}^{v}\sum_{k=1}^{K} y_{ik}\right)-1 \qquad \forall i,j=2,\ldots,n, \quad i \neq j$$

۳-۴ نتایج محاسباتی الگوریتم پیشنهادی

اگر بیشترین زمان اجرا را دو ساعت در نظر بگیریم، نرم افزار LINGO قادرخواهد بود ۴۴ نمونه از ۱۱۲ مساله قابل

در SBRP ، n تعداد ایستگاه است که ثابت نیست بلکه به صورت زیر محاسبه می شود.

$$n = \sum_{i=1}^{v}\sum_{k=1}^{K} y_{ik}$$

درضمن در TSP یک نفر از تمام شهرها عبور می کند اما در SBRP حداکثر K اتوبوس ایستگاهها را ملاقات می کنند بنابراین U_i را به‌صورت U_{ik} تعریف می کنیم. بنابراین محدودیت حذف زیرتور در مساله SBRP را با توجه به محدودیت MTZ می توان به‌صورت زیر نوشت:

باربرداری از *http://an tor.ua.ac.be/school bus routing* را حل کند. در ضمن، بزرگ‌ترین مساله‌ای که می‌تواند حل شود، *inst44–s10–u200–c50–w10* است.

مساله *inst21–s5–u100–c25–w20* را لینگو در مدت زمان ۰۱:۳۰:۱۸ حل می کند که زمان نسبتا زیادی است.

اگر رویکرد دقیق قادر به یافتن جواب بهینه مدل کمتر از یک یا

یک و نیم ساعت باشد، آنگاه مساله مورد نظر، جزء مسائل با ابعاد کوچک شمرده می‌شود. اگر در همین مدت رویکرد دقیق قادر به شناسایی جواب بهینه نباشد، آنگاه مساله مورد نظر به عنوان یک مساله بزرگ شناخته می‌شود.

نتایج محاسباتی نشان می‌دهند که نتایج ACO با نتایج دیگر الگوریتمهای فراابتکاری برای حل مسایل SBRP قابل رقابت هستند. به علاوه، الگوریتم پیشنهادی جواب‌های بهینه‌ی چندگانه را برای اکثر مسایل به دست می‌آورد.

جدول ۲. نتایج محاسباتی حاصل از حل مساله

شماره مساله	نمونه	ایستگاه× دانش آموز × اتوبوس	بهترین جواب	میانگین زمان اجرا (s)
۱	$inst1-s5-u25-c25-w5$	۵و ۲۵و ۱	۱٤۱,۰۱	۰,۲۲
۲	$inst2-s5-u25-c50-w5$	۵و ۲۵و ۲	۱۶۱,۶۲	۰,۳۵
۳	$inst3-s5-u25-c25-w10$	۵و ۲۵و ۱	۱۸۲,۱۴	۰,۴۴
۴	$inst9-s5-u50-c25-w5$	۵و ۵۰و ۲	۱۸۴,۴۰	۰,۶
۵	$inst10-s5-u50-c50-w5$	۵و ۵۰و ۱	۱۹۷,۲۰	۰,۴۵
۶	$inst11-s5-u50-c25-w10$	۵و ۵۰و ۲	۱۹۲,٤۸	۰,۹
۷	$inst13-s5-u50-c25-w20$	۵و ۵۰و ۲	۱۳۰,۵۳	۱,۰۱
۸	$inst15-s5-u50-c25-w40$	۵و ۵۰و ۲	۱۲,۸۹	۰,۷۳
۹	$inst17-s5-u100-c25-w5$	۵و ۱۰۰و ٤	۳۶۰,۳۴۴	۰,۴۳
۱۰	$inst18-s5-u100-c50-w5$	۵و ۱۰۰و ۲	۲۹۵,۴۷	۰,۶
۱۱	$inst19-s5-u100-c25-w10$	۵و ۱۰۰و ۴	۲۶۱,۸۹۱۴	۱,۰۰
۱۲	$inst21-s5-u100-c25-w20$	۵و ۱۰۰و ٤	۱۳۴,۹۵	۳,۰
۱۳	$inst22-s5-u100-c50-w20$	۵و ۱۰۰و ۲	۱۳۹,۸۷	۱,۲۵
۱۴	$inst23-s5-u100-c25-w40$	۵و ۱۰۰و٤	۵۸,۹۴۷	۲,۱۲
۱۵	$inst24-s5-u100-c50-w40$	۵و ۱۰۰و ۲	۳۹,۴۴۱	۲,۲۳
۱۶	$inst25-s10-u50-c25-w5$	۱۰و ۵۰و ۲	۲۴۲,۸۴۶	۱,۰۱
۱۷	$inst27-s10-u50-c25-w10$	۱۰و ۵۰و ۲	۲۴۴,۵۴	۱,۵۵
۱۸	$inst31-s10-u50-c25-w40$	۱۰و ۵۰و ۲	۳۲,۲۵	۲,۰۶
۱۹	$inst34-s10-u100-c50-w5$	۱۰و ۱۰۰و ۲	۲۹۶,۵۲۷	۲,۰۶
۲۰	$inst45-s10-u200-c25-w20$	۱۰و ۲۰۰و ۸	۳۴۷,۲۹	۲۰,٤۳
۲۱	$inst46-s10-u200-c50-w20$	۱۰و ۲۰۰و ۴	۲۱۷,۴۵۶	۳۰,۰۹
۲۲	$inst51-s20-u100-c25-w10$	۲۰و ۱۰۰و ۴	۴۱۷,۶۷	۳۰,۵۶
۲۳	$inst52-s20-u100-c50-w10$	۲۰و ۱۰۰و ۲	۳۵۶,۸۶۱۰	۵,۳۷
۲۴	$inst58-s20-u200-c50-w5$	۲۰و ۱۰۰و ۴	۴۸۱,۶۶۱	۵۰
۲۵	$inst74-s40-u200-c50-w5$	۴۰و ۲۰۰و ۴	۲۷۳,۲۶۴	۲۹,۴۱
۲۶	$inst81-s40-u400-c25-w5$	٤۰و ٤۰۰و ۱۶	۱۳۹۸,۱	۲۰۸
۲۷	$inst89-s40-u800-c25-w5$	٤۰و ۸۰۰و ۳۲	۲۸۶۲,۹	۸۸۷

جدول ۳. مکان‌یابی ایستگاه‌ها و مسیرهای ایجاد شده توسط اتوبوس‌ها حاصل از حل مسایل

شماره مساله	مسیر اتوبوسها	ایستگاههایی که مورد بازدید قرار نگرفتند
۱	اتوبوس ۱: ۰-۴-۲-۳-۱-۰	—
۲	اتوبوس ۱: ۰-۵-۳-۱-۲-۴-۰	—
۳	اتوبوس ۱: ۰-۳-۲-۱-۴-۵-۰	—
۴	اتوبوس ۱: ۰-۲-۱-۴-۰ اتوبوس ۲: ۰-۵-۳-۰	—
۵	اتوبوس ۱: ۰-۲-۱-۴-۵-۰	۳
۶	اتوبوس ۱: ۰-۵-۱-۰ اتوبوس ۲: ۰-۴-۳-۰	۲
۷	اتوبوس ۱: ۰-۳-۱-۰ اتوبوس ۲: ۰-۵-۲-۰	۴
۸	اتوبوس ۱: ۰-۲-۰ اتوبوس ۲: ۰-۳-۰	۱،۴،۵
۹	اتوبوس ۱: ۰-۲-۴-۰ اتوبوس ۲: ۰-۵-۰ اتوبوس ۳: ۰-۳-۰ اتوبوس ۴: ۰-۱-۰	—
۱۰	اتوبوس ۱: ۰-۲-۴-۰ اتوبوس ۲: ۰-۵-۳-۱-۰	—
۱۱	اتوبوس ۱: ۰-۱-۴-۰ اتوبوس ۲: ۰-۵-۰ اتوبوس ۳: ۰-۳-۰ اتوبوس ۴: ۰-۲-۰	—
۱۲	اتوبوس ۱: ۰-۲-۰ اتوبوس ۲: ۰-۵-۰ اتوبوس ۳: ۰-۳-۰ اتوبوس ۴: ۰-۱-۰	۴
۱۳	اتوبوس ۱: ۰-۲-۳-۰ اتوبوس ۲: ۰-۵-۱-۴-۰	—

جدول (۳). ادامه.

۱۵	اتوبوس ۱: ۰–۵–۰ اتوبوس ۲: ۰–۳–۱–۴–۰	۲
۱۶	اتوبوس ۱: ۰–۳–۱–۸–۷–۰ اتوبوس ۲: ۰–۵–۶–۲–۱۰–۹–۰	۴
۱۷	اتوبوس ۱: ۰–۴–۹–۱۰–۷–۰ اتوبوس ۲: ۰–۵–۶–۲–۱–۰	۳،۸
۱۸	اتوبوس ۱: ۰–۴–۰ اتوبوس ۲: ۰–۳–۰	۱،۲،۵
۱۹	اتوبوس ۱: ۰–۲–۸–۵–۹–۰ اتوبوس ۲: ۰–۴–۳–۶–۷–۱–۰	۱۰
۲۰	اتوبوس ۱: ۰–۴–۰ اتوبوس ۲: ۰–۹–۰ اتوبوس ۳: ۰–۷–۰ اتوبوس ۴: ۰–۵–۰ اتوبوس ۵: ۰–۱–۱۰–۰ اتوبوس ۶: ۰–۸–۰ اتوبوس ۷: ۰–۳–۰ اتوبوس ۸: ۰–۲–۰	۶
۲۱	اتوبوس ۱: ۰–۴–۰ اتوبوس ۲: ۰–۱۰–۰ اتوبوس ۳: ۰–۹–۶–۰ اتوبوس ۴: ۰–۲–۵–۸–۰	۱،۳،۷
۲۲	اتوبوس ۱: ۰–۱۴–۵–۳–۷–۴–۰ اتوبوس ۲: ۰–۲–۱۸–۱–۲۰–۹–۰ اتوبوس ۳: ۰–۱۰–۱۲–۱۱–۱۶–۰ اتوبوس ۴: ۰–۱۹–۱۳–۸–۰	۶،۱۵،۱۷
۲۳	اتوبوس ۱: ۰–۲۰–۹–۱۲–۶–۱–۵–۳–۸–۲–۰ اتوبوس ۲: ۰–۱۳–۴–۱۹–۷–۱۴–۱۰–۱۶–۱۱–۱۸–۰	۱۵،۱۷
۲۴	اتوبوس ۱: ۰–۱۹–۳–۱۲–۱۸–۱۳–۰ اتوبوس ۲: ۰–۸–۴–۱۷–۷–۱۵–۰ اتوبوس ۳: ۰–۲–۱۱–۱۰–۱۴–۹–۰ اتوبوس ۴: ۰–۱–۲۰–۶–۱۶–۵–۰	—
۲۵	اتوبوس ۱: ۰–۲۷–۰ اتوبوس ۲: ۰–۳–۳۷–۴–۲۳–۴۰–۲۹–۲۵–۰ اتوبوس ۳: ۰–۲۲–۱۸–۲۶–۵–۸–۳۳–۰ اتوبوس ۴: ۰–۳۸–۳۵–۱۹–۳۰–۱۱–۱۲–۰	۱،۲،۶،۷،۹،۱۰،۱۳،۱۴،۱۵،۱۶،۱۷،۲۰ ۲۱،۲۴،۲۸،۳۱،۳۲،۳۴،۳۶،۳۹

جدول (۳). ادامه.

۲۶	اتوبوس ۱: ۰–۴–۰ اتوبوس ۳: ۰–۲۴–۱۲–۰ اتوبوس ۵: ۰–۳۵–۲۱–۲۳–۰ اتوبوس ۷: ۰–۱۵–۰ اتوبوس ۹: ۰–۴–۳۴–۸–۰ اتوبوس ۱۱: ۰–۳۸–۱–۲۵–۰ اتوبوس ۱۳: ۰–۴۰–۳۷–۲۵–۰ اتوبوس ۱۵: ۰–۳۰–۳۲–۳۱–۰	اتوبوس ۲: ۰–۱۷–۳۳–۰ اتوبوس ۴: ۰–۵–۱۰–۶–۰ اتوبوس ۶: ۰–۳۶–۳۹–۲۷–۰ اتوبوس ۸: ۰–۲۸–۱۶–۲۹–۰ اتوبوس ۱۰: ۰–۱۹–۳–۰ اتوبوس ۱۲: ۰–۷–۹–۲۶–۰ اتوبوس ۱۴: ۰–۲۲–۱۸–۲–۰ اتوبوس ۱۶: ۰–۱۳–۱۱–۰	۱۱
۲۷	اتوبوس ۱: ۰–۴–۷–۰ اتوبوس ۳: ۰–۲۴–۱–۰ اتوبوس ۵: ۰–۶–۴۰–۰ اتوبوس ۷: ۰–۱۱–۳۷–۰ اتوبوس ۹: ۰–۳۴–۲–۰ اتوبوس ۱۱: ۰–۱۲–۱۶–۰ اتوبوس ۱۳: ۰–۱۳–۰ اتوبوس ۱۵: ۰–۹–۰ اتوبوس ۱۷: ۰–۲۲–۰ اتوبوس ۱۹: ۰–۳۸–۲۷–۰ اتوبوس ۲۱: ۰–۱۷–۳۲–۰ اتوبوس ۲۳: ۰–۳۶–۰ اتوبوس ۲۵: ۰–۲۰–۰ اتوبوس ۲۷: ۰–۸–۰ اتوبوس ۲۹: ۰–۲۹–۰ اتوبوس ۳۱: ۰–۱۹–۰	اتوبوس ۲: ۰–۲۵–۰ اتوبوس ۴: ۰–۲۸–۰ اتوبوس ۶: ۰–۳۹–۰ اتوبوس ۸: ۰–۵–۰ اتوبوس ۱۰: ۰–۳۵–۰ اتوبوس ۱۲: ۰–۲۱–۰ اتوبوس ۱۴: ۰–۳–۰ اتوبوس ۱۶: ۰–۱۰–۰ اتوبوس ۱۸: ۰–۲۳–۰ اتوبوس ۲۰: ۰–۱۸–۰ اتوبوس ۲۲: ۰–۱۵–۰ اتوبوس ۲۴: ۰–۳۵–۰ اتوبوس ۲۶: ۰–۱۴–۰ اتوبوس ۲۸: ۰–۳۱–۰ اتوبوس ۳۰: ۰–۲۶–۰ اتوبوس ۳۲: ۰–۳۳–۰	—

جدول۴. مقادیر به دست آمده از اجرای الگوریتم ACO و مقایسه آن با الگوریتم MH

شماره مساله	نمونه	جواب لینگو	الگوریتم MH جواب بهینه	زمان	الگوریتم ACO جواب بهینه	زمان	LB
۱	*Inst1-s5-u25-c25-w5*	۱٤۱,۰۱	۱٤۱,۰۱	۰,۱٦	۱٤۱,۰۱	۰,۱۵	۱٤۱,۰۱
۲	*Inst2-s5-u25-c50-w5*	۱٦۱,٦۲	۱٦۱,٦۲	۰,۲٦	۱٦۱,٦۲	۰,۲۵	۱٦۱,٦۲
۳	*Inst3-s5-u25-c25-w10*	۱۸۲,۱٤	۱۸۲,۱٤	۰,۳۹	۱۸۲,۱٤	۰,۳٤	۱۸۲,۱٤
٤	*Inst9-s5-u50-c25-w5*	۲۸٦,٦۸	۲۸٦,٦۸	۰,۳۹	۲۸٤,٤۰	۰,۲۸	۲۸۱,٤۹
۵	*Inst10-s5-u50-c50-w5*	۱۹۷,۲۰	۱۹۷,۲۰	۰,۳۵	۱۹۷,۲۰	۰,۴۰	۱۹۷,۲۰
٦	*Inst11-s5-u50-c25-w10*	۱۹۳,۵۵	۱۹۳,۵۵	۰,٤۳	۱۹۳,۵۵	۰,٤۹	۱۹۳,۵۵
۷	*Inst13-s5-u50-c25-w20*	۱۳۰,۵۳	۱۳۰,۵۳	۱,٦۸	۱۳۰,۵۳	۱,۰۱	۱۳۰,۵۳
۸	*Inst15-s5-u50-c25-w40*	۱۲,۸۹	۱۲,۸۹	۱,۳۸	۱۲,۸۹	۰,۷۳	۱۲,۸۹
۹	*Inst17-s5-u100-c25-w5*	۳٦۰,۳۵	۳٦۰,۳۵	۱,۱۵	۳٦۰,۳۵	۰,٤۳	۳٦۰,۳۵
۱۰	*Inst18-s5-u100-c50-w5*	۳۰٤,۲۳	۳۰٤,۲۳	۰,۹	۲۹۵,٤۷	۰,٦	۲۹۰,٦۷
۱۱	*Inst19-s5-u100-c25-w10*	۲۹٤,۲۱	۲۹٤,۲۱	۲,۰۸	۲٦۱,۸۹	۱,۰۰	۲۵۵,۹۳
۱۲	*Inst21-s5-u100-c25-w20*	۱۳٤,۹۵	۱۳٤,۹۵	۲,۸۹	۱۳٤,۹۵	۳,۰	۱۳٤,۹۵
۱۳	*Inst22-s5-u100-c50-w20*	۱۴۴,۴۱	۱۴۴,۴۱	۱,۳۴	۱۳۹,۸۷	۱,۲۵	۱۳۹,۸۷
۱٤	*Inst23-s5-u100-c25-w40*	۵۸,۹۵	۵۸,۹۵	٤,۲٤	۵۸,۹۵	۲,۱۲	۵۸,۹۵
۱۵	*Inst24-s5-u100-c50-w40*	۳۹,۴۴	۳۹,۴۴	۲,۸۹	۳۹,۴۴	۲,۲۳	۳۹,۴۴
۱٦	*Inst25-s10-u50-c25-w5*	۲٤۲,۸۵	۲٤۲,۸۵	۱,۵۵	۲٤۲,۸۵	۱,۰۱	۲٤۲,۸۵
۱۷	*Inst27-s10-u50-c25-w10*	۲٤٤,۵٤	۲٤٤,۵٤	۲,٤۵	۲٤٤,۵٤	۱,۵۵	۲٤٤,۵٤
۱۸	*Inst31-s10-u50-c25-w40*	۳۲,۲۵	۳۲,۲۵	۲,۸٤	۳۲,۲۵	۲,۰٦	۳۲,۲۵
۱۹	*Inst34-s10-u100-c50-w5*	۲۹٦,۵۳	۲۹٦,۵۳	۰,۵۴	۲۹٦,۵۲۷	۰,۰٤	۲۹٤,۱۱
۲۰	*Inst45-s10-u200-c25-w20*	**340.23**	۳٤۷,۲۹	۲۵,٦۱	۳٤۷,۲۹	۲۰,٤	۳۳۱,٤۹
۲۱	*Inst46-s10-u200-c50-w20*	**189,78**	۲۱۷,۴۶	۲۵,٦۱	۲۱۷,٤۵٦	۳۰,۰	۱۹٤,٦٦
۲۲	*Inst51-s20-u100-c25-w10*	**350.67**	٤۲۲,۲۱	۷,۸٤	۴۱۷,۶۷۴	۷,۰۱	٤۰٤,۷۸
۲۳	*Inst52-s20-u100-c55-w10*	**300.29**	۳٦۰,۸٦	۳,۸۸	۳۵٦,۸۳	۲,۳۷	۳۵٦,۵۲
۲٤	*Inst58-s20-u200-c50-w5*	**360.58**	٤۸۵,٦۵	۲۹,۲۷	۴۸۱,۶۶	۳۰	٤۷۳,۸۹
۲۵	*Inst74-s40-u200-c50-w5*	**401.59**	۵۹۳,۳۵	٤۰,۰۰	٤۷۳,۲٦٤	۲۹,٤	___
۲٦	*Inst81-s40-u400-c25-w5*	**950.69**	۱٤۰۷,۰	۳۵۳,۰۹	۱۳۹۸,۱	۲۰۸	۱۳۰۷,۵۲
۲۷	*Inst89-s40-u800-c25-w5*	___	۲۹۰۰,۱٤	۳۵۲۹,۱۵	۲۸۶۲,۹	۳٤۵	۲۸۰۱,۰۵

۳-۵ مقایسه کارآیی الگوریتم ACO

برای آزمودن کارآیی الگوریتم، ۲۷ مساله حل شده اند. درصد خطا را به صورت زیر محاسبه شده است:

$$\text{درصد خطا} = \frac{\text{جواب}\ ACO\ -\ \text{جواب}\ LINGO}{\text{جواب}\ LINGO}$$

درصد خطا در مقدار $\Delta_{LB} = Gap_{LB-Lingo} = LB\ , LINGO$

تابع هدف الگوریتم

قابل ذکر است که برای مثال‌هایی که نرم افزار LINGO قادر به پیدا کردن جواب بهینه نبود Δ_{LB} قابل محاسبه نیست و آن را در جدول با گذاشتن خط تیره مشخص کرده‌ایم.

درصد خطا در $\Delta_{ACO}= Gap_{ACO-LINGO} = ACO, LINGO$ مقدار تابع هدف الگوریتم

درصد خطا مقدار $\Delta_{MH}= Gap_{MH-LINGO} = MH, LINGO$ تابع هدف الگوریتم

درصد خطا مقدار $\Delta_{ACO-MH}= Gap_{ACO-MH} = ACO, MH$ تابع هدف الگوریتم

$$\text{درصد خطا} = \frac{\text{جواب } ACO - \text{جواب } MH}{\text{جواب } ACO}$$

نتایج این محاسبات در جدول (۴) آمده است. به عنوان مثال، برای مساله شماره ۲۳، $\Delta_{ACO}=$ ۰/۸۷٪ و $\Delta_{MH}=$ ۱/۲۲ که نشان می‌دهد جواب بدست آمده از ACO به جواب دقیق نزدیکتر است. در مثالهایی که $\Delta_{ACO}<$ ۰، جواب بدست آمده از ACO یک کران پایین برای مساله است.

جدول ۵. مقایسه الگوریتمها

شماره مساله	Δ_{LB}	Δ_{ACO}	Δ_{MH}	Δ_{ACO-MH}
۱	۰	۰	۰	۰
۲	۰	۰	۰	۰
۳	۰	۰	۰	
۴	۱٫۸۹	۰٫۸۰-	۰	۰٫۸۰
۵	۰	۰	۰	۰
۶	۶٫۹۲	۰٫۵۵-	۰	۰
۷	۰	۰	۰	۰
۸	۰	۰	۰	۰
۹	۰	۰	۰	۰
۱۰	۴٫۷۶	۲٫۸۸-	۰	۲٫۸۷
۱۱	۱۴٫۹۶	۱۰٫۹۹-	۰	۱۲٫۳
۱۲	۰	۰	۰	۰
۱۳	۳٫۲۵	۰	۰	۰
۱۴	۰	۰	۰	۰
۱۵	۰	۰	۰	۰
۱۶	۰	۰	۰	۰
۱۷	۰	۰	۰	۰
۱۸	۰	۰	۰	۰
۱۹	۰٫۸۲	۰٫۶۲-	۰	۰
۲۰	۴٫۷۷	۰	۰	۰
۲۱	۰٫۱۴	۰	۱۱٫۷۱	۰
۲۲	۰٫۱۹	۳٫۱۸	۴٫۳۱	۰
۲۳	۰٫۱۸	۰٫۰۸۷	۱٫۲۲	۱٫۱۲
۲۴	۰٫۳۳	۱٫۶۴	۲٫۴۸	۰٫۸۳
۲۵	۰٫۱۷	–	–	۲۵٫۳۷
۲۶	۰٫۶۷	۶٫۹۲	۷٫۶۱	۰٫۰۰۰۴
۲۷	–	۲٫۲۰	۳٫۵۴	۱٫۳۰

۴. نتیجه‌گیری

سیستم اتوبوس مدرسه یک راه حل مناسب برای جابه‌جایی دانش‌آموزان مدرسه است و اجرای این سیستم در کلان شهرها، فواید زیادی از جمله کاهش بار ترافیک، حذف سفر با استفاده از وسیله شخصی، کنترل ورود و خروج دانش‌آموزان دارد. هدف از انجام این تحقیق توسعه الگوریتم کلونی مورچگان و طراحی مسیر شبکه سرویس مدارس به دانش‌آموزان است. یکپارچه‌بودن الگوریتم حل مسائل مکان‌یابی- مسیریابی از جمله نوآوریهای این تحقیق است.

در این پژوهش الگوریتم کلونی مورچگان برای حل مساله SBRP پیشنهاد شد. و نتایج مثالهای حل شده نشان‌دهنده برتری این روش نسبت به روش حل موجود در ادبیات موضوع است.

۵. مراجع

-Arias-Rojas, J., Jiménez, J. and Torres, J. (2012) "Solving of school bus routing problem by ant colony

-Kumar, N., Kumar, M., Denis, D. M, Srivastava, S. K., Srivastva, O. S. (2014) "Geospatial school bus routing", The International Journal Of Engineering and Science (IJES), Vol.3, No.11, pp. 80-84.

-Laporte, G. and Semet, F. (2002) "Classical heuristics for the capacitated VRP", In Toth P and Vigo D, editors, The Vehicle Routing Problem., pp. 109-128.

-Laporte, G. (1992) "*The* vehicle routing problem*:* an overview of *e*xact *and* approximate algorithms", Operations Research, An European Journal*,* Vol. 59*,* No. *3,* pp. 345-358.

-Newton, R.aM. and Thomas, W.aH. (1969) "Design of school bus routes by computer*″,* In *S*ocio Economic Planning Sciences*,* Vol. 3, No. 1*,* pp. 75-85.

-Park, J. and Kim, B. I. (2010) "The school bus routing problem: a review" Operational Research, An European Journal, Vol. 202, No. 2, pp. 311–319.

-Pereira, F. B., Tavares, J., Machado, P. and Costa, E. (2002) GVR: a new genetic representation for the vehicle routing problem. Proc. 13th Irish conf. on Artificial Intelligence and cognitive Science, Limerick, Ireland, pp. 95-102.

-Perugia, A., Cordeau, J. F., Laporte, G. and Moccia, L. (2011)" Designing a home-to-work bus service in a metropolitan area", Transportation Research, Part B: Methodological, Vol. 10, pp. 1710–1726.

-Seung-Min, S. and Taeho, K., (2013) "Customer-oriented school bus operations for childcare centers in Korea", Computers & Industrial Engineering, Vol. 66, No. 1, pp.116–124.

-Schittekat, P., Sevaux, M., Sörensen, K. and Springael, J. (2007)" A meta-heuristic for solving large instances of the School Bus Routing Problem.", The Seventh Meta-heuristics International Conference.

-Schittekat, P., Kinable, J., Sorensen, K. Sevaux, M. Spieksma, F. and Springael, J. (2013)" A meta-heuristic for the school bus routing problem with bus stop selection." , European Journal of Operational Research, vol. 229, pp. 518–528.

-Spada, M., Bierlaire, M. and Lieblin, Th. (2005) "Decision-aiding methodology for the school bus routing and scheduling problem", In Transportation Science. Vol. 39, No. 4, pp. 477–490.

optimization", Revista EIA, Vol.17, pp. 193-208.

-Bodin, L. D. and Berman, L. (1979) "Routing scheduling of school buses by computer", Transportation Science, Vol. 13, No. 2, pp. 113–129.

-Bowerman, R., Hall, B. and Calamai, P. (1995) "A multi-objective optimization approach to urban school bus routing: formulation and solution method", Transportation Research, An International Journal, Part A: Vol. 29, No. 2, pp. 107-123.

-Chapleau, L., Ferland, J. A. and Rousseau, J. M. (1985) "Clustering for routing in densely populated areas", European Journal of Operational Rearearch, 20. pp. 48-57

- Batta, Rajan, He, Qing (2015) "School bus routing with stochastic demand and duration constraints", Transportation Science, Vol. 36, No. 2, pp.199–217.

-Cortes, C. E., Matamala, M. and Contardo, C. (2011) "The pickup and delivery problem with transfers: formulation and a branch-and-cut solution method", Operational Research, An European Journal, vol. 20, No. 3, pp. 711-724.

-Desrosiers, J., Ferland, J. A., Rousseau, J. M., Lapalme, G. and Chapleau, L. (1981) "An overview of school busing system", In Jaiswal, N.K. (Ed.), Scientific Management of Transport Systems. North-Holland, Amsterdam, pp. 235–243.

-Desrosiers, J., Soumis, F., Desrochers, M. and Sauve, M. (1986b) "Methods for routing with time windows", Operational Research, An European Journal, Vol. 23, No. 2, pp. 236-245.

-Dulac, G., Ferland, J. A. and Forgues, P. A. (1980) " School bus routes generator in urban surroundings" Computers and Operational Research, Vol. 7, No. 3, pp. 199-213.

-Houda, D., Bassem, J. H. and Habib, C. (2012) "Genetic algorithm with iterated local search for solving a location-routing problem", Journal of Expert Systems with Applications, Vol. 39, pp. 2865–2871.

-Jalel, E. and Rafaa, M. (2012) "Urban bus routing problem in the Tunisian case by the hybrid artificial ant colony algorithm", Swarm and Evolutionary Computation Journal. Vol. 2, PP. 25-24.

-Tavares, J., Pereira, F. B., Machado, P. and Costa, E. (2002) "GVR delivers it on time", Proceeding., 4th Asia- Pacific Conf. on Simulated - Evolution and Learning, Singapore. 2002, pp. 745-749

-Tavares, J., Pereira, F. B., Machado, P. and Costa, E. (2003) "On the influence of GVR in vehicle routing", Proceedings. ACM symposium on Applied Computing – Evolutionary computation and optimization track, Florida, USA. pp. 753- 758.

۶.پی نوشتها

[۱] Origin-Destination

[۲] Geographic Information System

[۳] Location-Allocation-Routing

[۴] Allocation-Routing-Location

[۵] SBRP with Stochastic Demand and Duration Constraints

[۶] Williamsville Central School District

[۷] Miller-Tucker-Zemlin