

مسیریابی بهینه بر اساس معیار زمان با توجه به شرایط متغیر ترافیکی

جواد صابریان (نویسنده مسئول)، دانشجوی دکتری، دانشکده نقشه برداری، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی، تهران، ایران

محمد سعدی مسگری، استادیار، دانشکده نقشه برداری، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی، تهران، ایران

Email: javadsaberian@yahoo.com

چکیده

یکی از مهم ترین کاربردهای سیستمهای اطلاعات مکانی تسهیل و بهبود حمل و نقل است. در این زمینه قابلیت‌های تجزیه و تحلیل شبکه در سیستمهای اطلاعات مکانی از جمله محاسبه کوتاه ترین مسیر می‌تواند بسیار مفید واقع شود. تا کنون معیارهای مختلفی برای انجام آنالیز کوتاه ترین مسیر در تجزیه و تحلیل شبکه در سیستمهای اطلاعات مکانی در نظر گرفته شده‌اند. معیارهایی از قبیل مسافت، زمان سفر، راحتی مسیر، زیبایی مسیر و غیره. معیار زمان سفر چون کاملا وابسته به ترافیک است، دارای تغییرات پیوسته و تا حدودی تصادفی است. به همین دلیل مسیریابی بر اساس معیار زمان سفر با استفاده از الگوریتمهای رایج مسیریابی مثل دایجسترا که بر روی شبکه‌های استاتیک قابل اجرا هستند، نمی‌تواند خروجی مناسبی ارائه دهد. بنابراین در این زمینه نیاز به توسعه الگوریتمهایی است که بر روی شبکه‌های پویا اجرا می‌شوند. در این مقاله یک روش جدید ارائه شده است که در آن از اطلاعات آماری زمان سفر در روزهای قبل به منظور پیش بینی زمان سفر یالها در آینده استفاده شده است. همچنین به منظور مدل کردن مساله تصادفی ترافیک به هر یک از یالهای شبکه ریسکی اختصاص یافته است که روش محاسبه آن نیز در این مقاله توضیح داده شده است. به منظور گرفتن زمان سفر لحظه‌ای و همچنین زمان سفر پیش بینی شده و ریسک هر یال، از یک مدل تجزیه فضا-زمان استفاده شده است که چگونگی آن نیز در این مقاله توضیح داده شده است. در نهایت به منظور آزمون روش و بررسی نتایج آن، روش ارائه شده روی داده‌های یک نمونه موردی واقعی اجرا و مورد بحث قرار گرفته است. آزمون انجام شده به خوبی توانست تاثیر استفاده از این روش برای مسیریابی به جای روشهای استاتیک را نشان دهد. به نحوی که زمان سفر بین دو نقطه در شبکه مورد آزمون از $35/71$ دقیقه که مربوط به روشهای استاتیک بود به $29/43$ دقیقه کاهش یافت. بدون شک با افزایش فاصله بین دو نقطه میزان تاثیر و فواید روش ارائه شده نمایان تر خواهد بود.

واژه‌های کلیدی: مسیریابی، زمان، الگوریتم دایجسترا، شبکه پویا، ریسک مسیر.

۱. مقدمه

[Huang, 2007], [Ahuja, et.al., 2002] and [Djidjev

[et.al, 2000]. اولین تحقیق مهم در پیدا کردن بهترین مسیر در شبکه‌های وابسته به زمان که وزن یالها در یک حالت قابل پیش‌بینی تغییر می‌کند به وسیله Cook (۱۹۹۶) انجام شد که در آن از یک مدل گسسته زمانی جهت حل مساله استفاده شد [Cook and Halsley, 1966]. در ادامه کار آنها در [Chabini, 1998] مسائل بهترین مسیر پویا دسته‌بندی شد و دو روش بر مبنای پیوسته و یا گسسته بودن زمان برای حل این مسائل پیشنهاد گردید. بر این اساس تقسیم بندی زمان پیوسته به بازه‌های حرکتی مجزا با هزینه‌های ثابت به عنوان راهکاری اساسی جهت حل این گونه مسائل معرفی شد.

با وجود پویایی شبکه حمل و نقل، اغلب تحقیقات انجام شده در مورد الگوریتمهای کوتاه ترین مسیر به شبکه‌های استاتیک پرداخته‌اند که توپولوژی و هزینه طی مسیر در آنها ثابت است [Wu, 2006]. با محدودیتهای موجود در ظرفیت سیستمهای کامپیوتری گذشته، پرداختن به مساله شبکه‌های پویا با دشواریهای زیادی همراه بوده است.

به طور کلی مساله پیدا کردن بهترین مسیر در شبکه‌های پویای حمل و نقل را کوتاه ترین مسیر وابسته به زمان (TDSP) می‌نامند [Dean, 2004]. با توجه به ویژگیهای شبکه حمل و نقل پویا و تغییرات پیوسته ترافیک، دو نوع الگوریتم جهت یافتن بهترین مسیر در شبکه پویای حمل و نقل وجود دارد [Dean, 2004]:

الف- بهینه سازی مجدد: در این حالت بهترین مسیر به علت تغییرات لحظه‌ای داده‌های شبکه در طول مسیر مرتباً محاسبه می‌شود. روش بازپردازش مسیر ا که مهم ترین روش موجود برای غلبه بر مشکلات آنالیز بهترین مسیر در شبکه‌های پویا است [Wu, 2006 and Dean, 2004]. از این نوع است. در روش باز پردازش مسیر ابتدا بهترین مسیر با توجه به وضعیت کنونی ترافیک به دست آمده و به کاربر ارائه می‌شود، سپس در حین حرکت کاربر در مسیر ارائه شده، اگر در وضعیت ترافیک مسیر ارائه شده و یا محدوده‌ای از آن تغییری رخ دهد دوباره آنالیز بهترین مسیر از مکان جدید کاربر به سمت مقصد انجام شده و در

امروزه با گسترش شهرها و افزایش جمعیت شهری، یکی از مهم ترین مشکلات مردم پیدا کردن راه‌حلی برای کم کردن طول و زمان سفرهای درون شهری خود است. در این میان نقش سیستمهای اطلاعات مکانی به عنوان علم و ابزار مدیریت و تحلیل اطلاعات مرتبط با مکان و فعالیتهای جاری در مکان روز به روز گسترده‌تر و با اهمیت تر می‌شود. در این زمینه قابلیت‌های تجزیه و تحلیل شبکه در سیستمهای اطلاعات مکانی از جمله محاسبه کوتاه ترین مسیر می‌تواند بسیار مفید واقع شود. در بکارگیری سیستمهای اطلاعات مکانی برای مسیریابی، بخصوص مسیریابی خودروهای آتش نشانی و آمبولانسها و ...، روشهایی که در آنها بهترین مسیر بر اساس زمان سفر پویا انتخاب می‌شود، بیش از پیش مورد توجه قرار گرفته‌اند. برای حل این گونه مسائل لازم است که وزن یالهای شبکه جهت قرارگیری در محاسبات کوتاه ترین مسیر برابر زمان سفر یال باشد. محاسبه زمان عبور از هر یال بسیار پیچیده است، زیرا مسائلی از قبیل طول یال، ترافیک موجود در یال، عرض یال، نوع وسیله نقلیه، نوع پوشش راه و ... در آن تأثیر گذار هستند. از آنجایی که ترافیک غیر قابل پیش بینی و به طور پیوسته در حال تغییر است، یک سیستم همزمان ناوبری جهت ارائه پاسخ صحیح به کاربران لازم است تا تغییرات ترافیک را در طول روز کنترل کرده و هر گونه افزایش و کاهش ترافیک را جهت عکس‌العمل مناسب کاربران در مواجهه با وضعیت جدید ترافیک به آنها گزارش دهد. بنابراین در این نوع مسائل به علت تغییر زمان سفر یالها در طول مسیر نمی‌توان بهترین مسیر را با استفاده از الگوریتمهای کوتاه ترین مسیر استاتیک تعیین کرد و استفاده از الگوریتمهای پویا مورد نیاز است [Alivand, Alsheikh and Malek, 2008].

[Chabini, 1991] and [Huan, awu and Zhan, 2007].

از زمان ارائه الگوریتم دایجسترا در سال ۱۹۵۹ برای پیدا کردن کوتاه ترین مسیر، علاقه به پیدا کردن الگوریتمهای کاراً روز به روز بیشتر شده و الگوریتمهای بسیاری در این زمینه ارائه شده است. [Pallotino and Klunder and Post, 2006] and [Scutella, 1998]. همچنین در زمینه پیدا کردن بهترین مسیر در شبکه‌های حمل و نقل پویا نیز کارهایی انجام شده است

مسیریابی بهینه بر اساس معیار زمان با توجه به شرایط متغیر ترافیکی

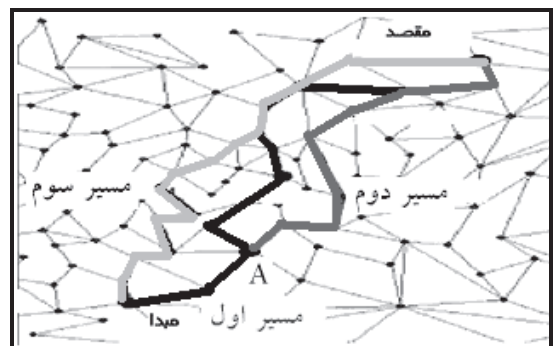
محاسبه پیچیدگی زمانی الگوریتم تکیه داشته است. بر این اساس روشهای بسیاری برای کاهش زمان اجرای محاسبه مسیر در دو وضعیت کاهش و افزایش ترافیک انجام شده است [Hung, 2007, Djidjev, 2000 and Dean, 2004]

ب- بهترین مسیر وابسته به زمان: در این روش فرض بر این است که ویژگیهای شبکه مطابق با یک مدل قابل پیش بینی نسبت به زمان تغییر می کند. بنابراین در این مدل برای هر یال یک تابع پیش بینی زمان سفر نسبت به زمان تعریف می شود. این تابع، وابسته به زمان رسیدن متحرک به گره ابتدای یال است. یکی از ملزومات این روش در اختیار داشتن داده های ترافیکی بسیار دقیق و همچنین توابع پیش بینی حوادث و اتفاقات در شبکه است. در تحقیق انجام گرفته در [Alivand, 2008] پس از گسسته سازی زمان به بازه های ده دقیقه ای، انتخاب مسیر در هر یک از بازه های زمانی به گونه ای انجام گرفته است که از گره های با ریسک پایین تر عبور کند. ریسک هر گره بر اساس بعضی پارامترهای هندسی بی که در ترافیک مؤثرند تخمین زده شده بود. وارد کردن عامل ریسک هر گره، قدم مثبتی در جهت توسعه روشهای مبتنی بر مسیریابی وابسته به زمان بود، اما روش محاسبه ریسک بر اساس پارامترهای هندسی نیاز به بررسی و ارزیابی بیشتر بر اساس داده ها و مشاهدات واقعی دارد.

در این تحقیق روشی ارائه شده است که در آن به طور همزمان از آمار ساعتی زمان سفر در روزهای قبل و زمان سفر لحظه ای، به منظور محاسبه بهترین مسیر در شبکه های پویا استفاده شده است. همچنین از عامل ریسک هر یال نیز در آن استفاده شده است که برای تعیین آن از پارامترهای واقعی تری نسبت به پارامترهای بکارگرفته شده در [Alivand, 2008] استفاده شده است. یکی از این پارامترها، آمار زمان سفر روزهای قبل است که به همراه بعضی پارامترهای دیگر می تواند به صورت واقعی تری ریسک هر یال در شبکه را تخمین بزند.

در ادامه، ساختار مقاله به این صورت تنظیم شده است که بخش دوم به مبانی و تئوریهای پایه مثل تئوری گراف و الگوریتمهای کوتاه ترین مسیر در شبکه های استاتیک و پویا اختصاص دارد. در

صورت پیدا شدن مسیری بهتر، این مسیر جدید به عنوان بهترین مسیر به کاربر ارائه می شود. بنابراین مسیر بهینه به منظور تطبیق با شرایط جدید دوباره محاسبه می شود. ضعف اصلی این روش عدم اطمینانی است که روش باز پردازش مسیر در جواب نهایی آنالیز بهترین مسیر ایجاد می کند. در الگوریتم باز پردازش مسیر، بیش از یک مسیر ارائه می شود که هر کدام از نقاط شروع تا انتهای خود بهینه می شوند و هیچ تضمینی وجود ندارد که مجموع مسیرهای بهینه، مسیری بهینه جهت پیمودن باشد. به بیان دیگر، از آنجایی که برآورد دقیق وضعیت ترافیک به جهت ماهیت متغیر و تصادفی آن امکان پذیر نیست، بنابراین همیشه این خطر برای الگوریتمهای مبتنی بر پردازش مجدد وجود دارد که مسیر جدید تفاوت زیادی با مسیر پیشنهادی قبل داشته باشد. شکل ۱ این ضعف را به صورت دقیق تر بیان می کند.



شکل ۱. وجود عدم اطمینان در جواب نهایی بهترین مسیر با استفاده از روش بازپردازش مسیر [Alivand, 2008]

در شکل ۱ مسیر اول، مسیری است که از ابتدا به کاربر ارائه شده است. سپس به علت تغییرات وضعیت ترافیک الگوریتم بازپردازش بکارگرفته شده و مسیر دوم از گره علامت گذاری شده (گره A) به دست می آید. حال فرض کنیم که داده های ترافیک کنونی را از ابتدا در اختیار داشته باشیم، در این صورت مسیر سوم از مجموع زمان سفر مسیر اول تا گره A و مسیر دوم بهتر است. شرایط رخ داده بیانگر انحراف زیاد مسیر در گره مورد نظر است.

در زمینه روشهای بازپردازش مسیر، تحقیقات مهمی توسط Murchland انجام گرفته است [Murchland, 1970]. در روش بازپردازش مسیر اکثر تحقیقاتی که انجام گرفته است بر

طول مسیر، یافتن کوتاه ترین مسیر در شبکه‌های استاتیک مناسب نیست و نیاز به استفاده از شبکه‌های پویاست. بنابراین، در این قسمت به بررسی ویژگیهای شبکه حمل و نقل پویا برای آنالیز بهترین مسیر در این شبکه‌ها می‌پردازیم:

همان گونه که گفته شد در تحلیل کوتاه ترین مسیر در شبکه پویای حمل و نقل لازم است که زمان عبور از هر یال به عنوان وزن آن در نظر گرفته شود و زمان لازم برای عبور از یال از طرفی به نوع پوشش و مشخصات هندسی راه مثل عرض و طول مسیر و از سوی دیگر به میزان ترافیک موجود در آن در هر زمان خاص مربوط است. اطلاعات مربوط به مشخصات هندسی راه اغلب موجودند. اما معیار مناسبی برای بیان میزان ترافیک وجود ندارد. از آنجایی که وضعیت ترافیک نسبت به زمان به طور پیوسته در حال تغییر است [Wu, et al., 2007]، به یک سیستم همزمان مرکزی ناوبری جهت ارائه پاسخ صحیح به کاربران نیاز است که تغییرات ترافیک را در طول روز کنترل کرده و هر گونه افزایش و کاهش ترافیک را برای واکنش مناسب کاربران در مواجهه با وضعیت جدید ترافیک به آنها گزارش دهد. در عمل با استفاده از دو روش ثابت و متحرک داده‌های ترافیکی جمع‌آوری می‌شوند [Thompson, 2003]. در روش نخست از سنجنده‌های ثابت در مکانهای مشخصی استفاده می‌شود در صورتی که روش دوم متکی بر سنجنده‌های متحرک است. جمع‌آوری داده‌های ترافیک به وسیله سنجنده‌های ثابت از دیرباز مورد استفاده قرار می‌گرفته است. در این روش داده‌های ترافیکی تنها در مکانهای خاصی از شبکه و در زمانهای معینی از روز اندازه‌گیری و جمع‌آوری می‌شوند. روشهای مبتنی بر سنجنده‌هایی که از حلقه‌های القایی، سنجنده‌های راداری، آشکارسازهای صدا و دید رایانه ای استفاده می‌کنند را می‌توان در این دسته طبقه‌بندی کرد [Azizi, 2003].

برای محاسبه پارامتر زمان سفر به وسیله این سنجنده‌ها، محاسبات پیچیده‌ای مورد نیاز است [Guhneman, et al., 2004].

بنابراین برای به دست آوردن اطلاعات ترافیکی در هر زمان و در هر مکان از شبکه و به دست آوردن زمان سفر با دقت مناسب، روش جمع‌آوری داده‌های ترافیکی به وسیله سنجنده‌های

بخش سوم چگونگی محاسبه وزن آماری و ریسک هر یال توضیح داده شده‌اند. بخش چهارم به تشریح روش مسیریابی با استفاده از مدل تجزیه فضا- زمان اختصاص داده شده است. در بخش پنجم به یک نمونه موردی که روش پیشنهادی این مقاله در آن اجرا شده است پرداخته شده است و بالاخره بخش ششم به نتایج و پیشنهادات اختصاص دارد.

۲. الگوریتمهای محاسبه کوتاه ترین مسیر

مسئله کوتاه‌ترین مسیر همواره یکی از کاربردی ترین مسائل در آنالیزهای مکانی حمل و نقل و همچنین سیستمهای خدماتی مکان مینا بوده است. با توسعه و پیشرفت روزافزون این سیستمها الگوریتمهای مختلفی برای مسیریابی بهینه با توجه به پارامترها و خصوصیات و ساختار شبکه ارائه شده است. با توجه به تنوع مسائل مسیریابی از لحاظ ساختار گراف و پارامترها هیچگاه یک الگوریتم بهینه برای کلیه مسائل مسیریابی وجود نداشته است. به عبارت دیگر متناسب با هر نوع مسئله یک الگوریتم خاص می‌تواند بهترین نتیجه را بدهد.

الگوریتمهای مسیریابی به دو دسته اصلی الگوریتمهای ماتریسی و الگوریتمهای با ساختار درختی تقسیم‌بندی می‌شوند [Preygel, 1999]. الگوریتمهای ماتریسی، کوتاه ترین فاصله بین همه جفت راسها در شبکه را با عملیات تکراری پیدا می‌کنند. اساس کار این الگوریتمها این است که شبکه را به صورت یک ماتریس در نظر می‌گیرند، اما الگوریتمهای با ساختار درختی کوتاه ترین مسیر را از راس مبدا به سایر راسها می‌یابند. در این الگوریتمها، درختی از کوتاه ترین مسیرها با شاخه‌هایی منشعب شده از مبدا تولید می‌شود. از الگوریتمهای درختی می‌توان به الگوریتم دایجسترا [Coreman, et al., 2001]، بلمن فورد، و [Detcher and Pearl, 1985] و از الگوریتمهای ماتریسی می‌توان به الگوریتم فلویید- وارشال و جانسون اشاره کرد.

با توجه به نقش پارامتر زمان در شبکه حمل و نقل، کاربران عموماً خواستار به دست آوردن مسیری با کمترین زمان لازم جهت طی کردن هستند. در این نوع مسائل به علت تغییر زمان سفر یالها در

تبدیل موجک استفاده کرد. تبدیل موجک سیگنال ترافیک را از فضای آرگومان به فضای فرکانس تبدیل می‌کند [Hail and Walnut, 1980]. مزیت تبدیل موجک نسبت به دیگر روشها مثل فوریه در این است که در تبدیل موجک محل وقوع یک فرکانس خاص در فضای آرگومان مشخص می‌شود که برای استخراج پارامترهای تناوبی ترافیک این مساله از اهمیت بالایی برخوردار است. تمامی توابع پایه در تبدیل موجک از انتقال و مقیاس یک تابع (موجک مادر) به دست می‌آیند. توابع موجک مادر مختلفی تا کنون تعریف و استفاده شده‌اند. توابع موجک با اضافه کردن دو پارامتر انتقال و مقیاس، به صورت رابطه ۱ از روی موجک مادر به دست می‌آیند:

$$\psi_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi \left[\frac{x-a}{b} \right] \quad a, b \in R \quad (1)$$

در این رابطه ψ موجک مادر، a پارامتر مقیاس و b پارامتر انتقال است و ضریب $a^{-1/2}$ به منظور نرمالیزه کردن مقیاسهای مختلف اضافه شده است. پارامتر مقیاس متناسب با عکس فرکانس است یعنی هر چه مقیاس کوچک تر می‌شود فرکانس بالاتر می‌رود و برعکس. انجام تبدیل موجک را می‌توان در پنج مرحله زیر خلاصه کرد:

۱- موجک مادر مورد نظر را انتخاب و آن را با یک بخش در شروع سیگنال مقایسه می‌کنیم.

۲- میزان شباهت موجک را با این بخش از سیگنال محاسبه می‌کنیم، $C = W_{\psi}$ ، هر چقدر عدد بزرگ تر باشد، تشابه بیشتر است (شکل ۲- الف).

۳- موجک را به سمت راست حرکت می‌دهیم و مراحل ۱ و ۲ را تکرار می‌کنیم تا کل سیگنال پوشش داده شود (شکل ۲- ب). در واقع تا اینجا مشخص کرده‌ایم که یک فرکانس خاص در چه جاهایی از سیگنال رخ داده است. زیرا همان طور که بیان شد از روی مقیاس موجک می‌توان فرکانس سیگنال را محاسبه کرد. پس هر بخش از سیگنال که میزان شباهت بیشتری با موجک در این مقیاس داشته باشد دارای فرکانسی نزدیک تر به فرکانس مرتبط با

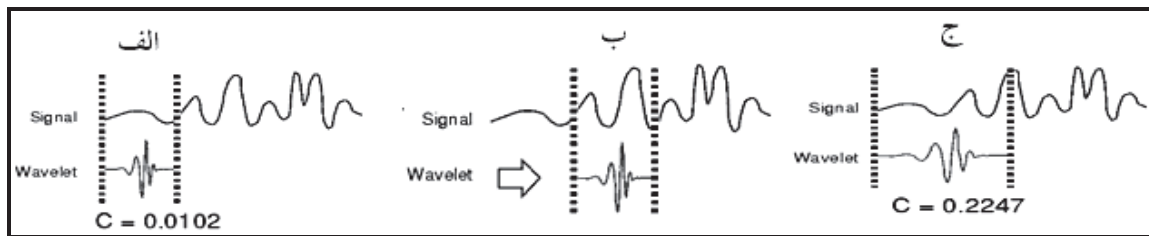
متحرک مناسب تر است. این روش جدید بر اساس جمع‌آوری پویای داده‌های ترافیکی به وسیله مجموعه‌ای از سنجنده‌های توزیع یافته متحرک، و در بستر شبکه همراه است. مزیت این روش نسبت به روشهای دیگر جمع‌آوری داده، پوشش وسیع زمانی و مکانی داده‌های جمع‌آوری شده و دقت نسبی بالایی آنهاست [Thompson, 2003]. این سنجنده‌ها با ثبت سرعت لحظه‌ای خودرو و یا با ثبت لحظه ورود و خروج خودرو در هر یال مدت زمان عبور از هر یال را تخمین می‌زنند.

۳. محاسبه وزن آماری و ریسک هر یال

با وجود سنجنده‌های متحرک و ثابت برای جمع‌آوری لحظه‌ای داده‌های زمان سفر یالها، فرض وجود داده‌های زمان سفر ساعتی یالهای شبکه مربوط به یکسال غیر واقعی به نظر نمی‌رسد. مطمئناً این داده‌های آماری می‌توانند نتایج آنالیزهای مسیریابی بر اساس معیار زمان را بهتر کنند، زیرا اصولاً ترافیک و زمان سفر یالها تا حدود زیادی ماهیت تناوبی دارند و در طول زمان و حتی مکان تکرار می‌شوند. به عنوان مثال همیشه ساعتی از روز ترافیک سنگین تر یا سبک تر است. و یا اینکه روزهای خاصی از هفته ترافیک سنگین تر از روزهای دیگر هفته است. بنابراین می‌توان از داده‌های مربوط به زمان سفر روزهای قبل، در جهت بهبود خروجی الگوریتمهای مسیریابی استفاده کرد، اما باید مشخص کرد که چگونه از آنها استفاده شود. تاکنون تحقیقات مختلفی در زمینه چگونگی پیش بینی زمان سفر یالهای شبکه بر اساس داده‌های آماری روزهای قبل انجام شده است. از آن جمله می‌توان به [Ahmed, 1979], [Clark, 2003], [Ide, 2008], and [Nakata, 2004] اشاره کرد. در این بخش از داده‌های آماری زمان سفر برای محاسبه وزن آماری و ریسک هر یال استفاده می‌شود که در ادامه توضیح داده می‌شوند.

۳-۱ محاسبه وزن آماری هر یال

به منظور محاسبه وزن آماری هر یال ابتدا باید پارامترهای تناوبی داده‌های ترافیکی استخراج شوند. برای این منظور می‌توان از



شکل ۲. مراحل انجام تبدیل موجک [Matlab 7.6.0]

این روش بیشتر در تحلیل رگرسیون بکار می‌رود. دستگاه معادلات را به شکل رابطه ۲ تشکیل می‌دهیم:

$$\begin{cases} TT 0_0 = a_0 TTh_0 + a_1 TTW_0 + a_2 TTy_0 \\ TT 0_1 = a_0 TTh_1 + a_1 TTW_1 + a_2 TTy_1 \\ \vdots \\ TT 0_n = a_0 TTh_n + a_1 TTW_n + a_2 TTy_n \end{cases} \quad (2)$$

در این معادلات $TT0_1$ مشاهده لحظه‌ای زمان سفر در یال e_1 (با استفاده از سنجنده‌های متحرک و ثابت) است و TTh میانگین زمان سفر یال در ساعت مشاهده لحظه‌ای در طول یکسال گذشته است (مثلاً میانگین زمان سفر در ساعت ۱۰ تا ۱۱ در طول یکسال گذشته) و TTW میانگین زمان سفر یال در روز مشاهده لحظه‌ای از هفته (مثلاً دوشنبه) در طول یکسال گذشته است (مثلاً میانگین زمان سفر روزهای دوشنبه در طول یکسال گذشته) و TTy میانگین زمان سفر یال در روز مشاهده لحظه‌ای از سال (مثلاً سوم تیرماه) در سال گذشته است (مثلاً میانگین زمان سفر روز سوم تیرماه در سال گذشته) و a_0, a_1, a_2 مجهولات ما هستند که وزن هر یک از پارامترها را نشان می‌دهند. تعداد این معادلات برابر تعداد یالهایی از شبکه است که زمان سفر لحظه‌ای آن مشاهده شده است. با استفاده از روش کمترین مربعات در نهایت مجهولات طبق رابطه ۳ برآورد می‌شوند:

$$L = AX \Rightarrow \hat{X} = (A^T A)^{-1} A^T L \quad (3)$$

پس از برآورد وزن هر یک از پارامترهای ترافیک، می‌توان برای ساعت‌های آینده زمان سفر آماری هر یک از یالها را پیش بینی کرد.

۲-۳ محاسبه ریسک هر یال

ریسک هر یال احتمال وقوع مسائل پیش بینی نشده از قبیل

آن مقیاس در آن بخش است.

۴- مقیاس موجک را تغییر داده و مراحل ۱ تا ۳ را تکرار می‌کنیم (شکل ۲-ج). این امر به منظور تعیین محل فرکانسهای دیگر صورت می‌گیرد.

۵- مراحل ۱ تا ۴ را برای تمام مقیاسها تکرار می‌کنیم. با انجام تبدیل موجک پیوسته ضرایبی را خواهیم داشت که در مقیاسهای مختلف با بخشهای مختلف سیگنال تولید می‌شوند. ضرایب نتیجه رگرسیون سیگنال اولیه با موجک هستند. برای درک این ضرایب نموداری رسم می‌کنیم که محور افقی بیانگر موقعیت در طول سیگنال (آرگومان) و محور قائم مقیاس را نشان می‌دهد و درجه رنگ هر نقطه $x-y$ بزرگی ضریب را نشان می‌دهد.

بعد از اعمال تبدیل موجک بر روی داده‌های نمونه ترافیکی مربوط به یکسال که در بخش ۶ در مورد آنها توضیح داده خواهد شد، مشخص شد که پارامترهای تناوبی ترافیک عبارت اند از:

(۱) پارامتری که دوره تناوب آن شبانه روزی است (TTh) یعنی بعد از گذشت ۲۴ ساعت تکرار می‌شود،

(۲) پارامتری که دوره تناوب آن هفتگی است (TTW) یعنی بعد از گذشت یک هفته تکرار می‌شود و

(۳) پارامتری که دوره تناوب آن سالانه است (TTy) یعنی بعد از گذشت یکسال تکرار می‌شود.

حال که پارامترهای مؤثر در پیش بینی ترافیک آینده یالها بر اساس ترافیک گذشته آنها مشخص شدند، نوبت به وزن دهی هر یک از این پارامترها می‌رسد. برای این منظور در این مقاله از روش کمترین مربعات استفاده شده است. روش کمترین مربعات در آمار است که برای حل دستگاه معادلاتی بکار می‌رود که تعداد معادله‌هایش بیش از تعداد مجهول‌هایش است [Vaniek, 1972].

هر یال مشخص شود، باز هم می توان از اطلاعات آماری روزهای قبل استفاده کرد، به این ترتیب که این پارامترها باید در یالهایی که مسائل غیر قابل پیش بینی در آنها رخ داده است بررسی شوند. در این کار پژوهشی، به دلیل در اختیار نداشتن داده کافی، فرمول محاسبه ریسک به صورت تجربی و بر اساس دانش کارشناسی متخصصین مربوطه تعیین شد.

۴. آنالیز بهترین مسیر با استفاده از وزن آماری و ریسک یال و مدل تجزیه فضا- زمان

ترافیک به طور پیوسته تغییر می کند، ولی تأثیر تغییرات پیوسته لحظه ای در آنالیزهای مکانی چشمگیر نیست، به همین دلیل می توان با فرض دریافت اطلاعات زمان سفر یالها در هر ۵ دقیقه، زمان سفر یال را در این پنج دقیقه ثابت در نظر گرفت. این فرضیه در کارهای تحقیقی دیگران نیز مشاهده است. به عنوان مثال در [Chabini, 1998] یک روش پیدا کردن مسیر بهینه در شبکه های پویا را تقسیم زمان پیوسته به فاصله های زمانی مجزا با هزینه های ثابت دانسته اند. بازه تقسیم بندی با توجه به میزان داده های جمع آوری شده متفاوت است، به عنوان مثال Miller بازه ۳ دقیقه را با توجه به شرایط ترافیکی منطقه در نظر گرفته است [Miller, 1999].

بعد از طرح روش تقسیم بندی فضا-زمان نوبت به مشخص کردن نحوه اجرای الگوریتم بهترین مسیر با توجه به اطلاعات به دست آمده از بخشهای قبل می رسد. به طور کلی روش کار را می توان در چند مرحله زیر بیان کرد:

۱- ابتدا با توجه به زمان سفر لحظه ای و زمان سفر آماری پیش بینی شده کوتاه ترین مسیر بین مبدا و مقصد مشخص می شود. برای این منظور چون زمان سفر لحظه ای را در بازه ۵ دقیقه ای ثابت در نظر گرفتیم لازم است که در آنالیزهای مسیریابی مثل دایجسترا زمان سفر یالها را تا زمانی که از ۵ دقیقه عبور نکرده است برابر زمان سفر لحظه ای آنها در نظر بگیریم و زمانی که از ۵ دقیقه عبور کرد از زمان سفر آماری یال استفاده می کنیم. البته باید توجه داشت که در محاسبه زمان سفر آماری هر یال زمان سفر لحظه ای مؤثر است (شکل ۳- الف).

تصادفات خودروها، خرابی راهها و ... را در محاسبه زمان سفر بخش قبل نشان می دهد. در الگوریتمهای بهترین مسیر در شبکه پویای حمل و نقل، به ریسک مسیر در مواجهه با مسائل پیش بینی توجه زیادی نشده است [Alivand, 2008]. از جمله موارد معدود [Chen, 2007] بوده است که با استفاده از داده های آماری جمع آوری شده در یک دوره زمانی طولانی، برای زمان سفر هر یال یک حد پایین و یک حد بالا در نظر گرفته اند. در این کار تحقیقی با توجه به اینکه هدف یافتن بهترین مسیر از لحاظ زمانی است، برای محاسبه ریسک هر یال دو پارامتر در کنار هم در نظر گرفته شده اند:

۱) احتمال وقوع مسائل پیش بینی نشده در یک یال

۲) میزان تأثیر مسائل پیش بینی نشده در آن یال.

احتمال وقوع مسائل پیش بینی نشده را می توان از روی آمار روزهای قبل استخراج کرد. برای این منظور، تعداد دفعاتی که زمان سفر یال در روزهای قبل از یک حد قابل قبول بالاتر رفته است می تواند به عنوان احتمال وقوع مسائل پیش بینی نشده در نظر گرفته شود. به عنوان مثال ریسک یالی که ۲۰ بار در سال گذشته زمان سفر آن از حد قابل قبول (مثلاً ۱/۵ برابر میانگین زمان سفر در یال) بیشتر شده است، بیشتر از یالی است که زمان سفر آن ۵ بار از حد قابل قبول عبور کرده است.

میزان تأثیر مسائل پیش بینی نشده در واقع همان مدت زمان بازگشت به حالت نرمال را نشان می دهد که بستگی به پارامترهای مختلفی دارد. پس از تحقیق و بررسی مشخص شد که سه پارامتر طول یال، عرض یال و زمان سفر یال می توانند تا حد زیادی میزان این تأثیر را مشخص کنند. همان طور که ملاحظه می شود، طول و عرض یال جزء پارامترهای هندسی یال اند. تأثیر طول و عرض یال در محاسبه میزان تأثیر برعکس است، یعنی هر چه عرض یال بیشتر باشد میزان تأثیر کاهش می یابد (به این معنی که مدت زمان کمتری طول می کشد تا زمان سفر یال به حالت نرمال برگردد). اما هر چه طول یال بیشتر باشد، میزان تأثیر آن افزایش می یابد، چون ترافیک در طول یال گسترش می یابد. اما اگر طول یال کوچک باشد، ترافیک در چهارراه یا سه راه قبلی از مسیر دیگری عبور می کند.

برای این که میزان تأثیر هر یک از این پارامترها در ریسک نهایی

۵. نمونه موردی

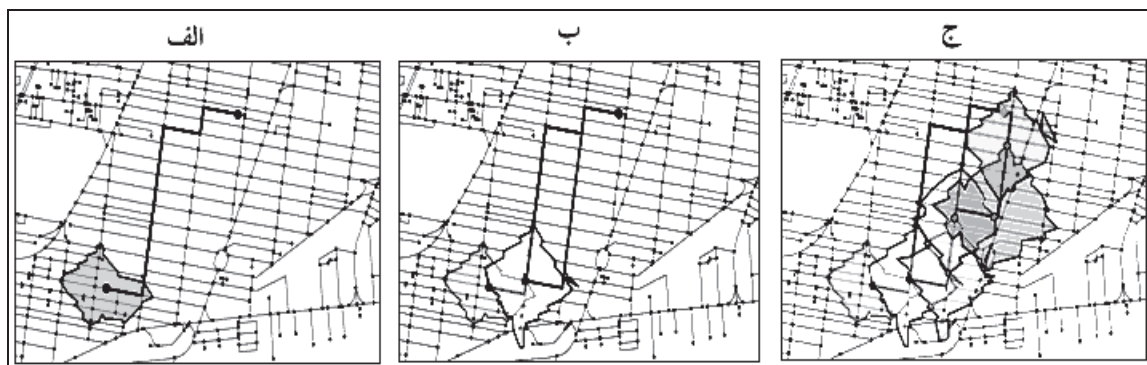
در این نمونه موردی از داده‌های ترافیکی مترو شهر Twin ایالات متحده آمریکا، جمع آوری شده توسط مرکز مدیریت ترافیک (TMC) که در سرور دانشگاه UMD قرار دارند، استفاده شده است. در این سرور تمامی داده‌های ترافیکی از سال ۲۰۰۰ به بعد دقیقه به دقیقه ثبت شده‌اند. برای تبدیل داده ترافیکی به زمان سفر نیز توسط UMD یک نرم افزار طراحی شده که در این کار تحقیقی از آن استفاده شده است. برای استفاده از این داده‌ها ابتدا محل قرار گیری ایستگاه‌های مترو وارد نرم افزار ArcGIS9.2 شد و سپس با توجه به مسیر ایستگاهها، قسمتی از شبکه حمل و نقل بین ایستگاهها ترسیم شد. شکل ۵ شبکه حمل و نقل استخراج شده را نشان می‌دهد.

در مرحله بعد ساعت ۱۶ روز دوشنبه پنجم ژانویه سال ۲۰۰۹ به عنوان لحظه مسیریابی بین گره شماره ۸ و گره شماره ۲۸ در نظر گرفته شد. با اینکه داده‌های ترافیکی این روز کاملاً در دسترس بود، مسیریابی با فرض در اختیار نداشتن داده ترافیکی از ساعت ۱۶ به بعد با استفاده از روش پیشنهادی در این مقاله انجام شد تا در پایان با استفاده از داده واقعی، روش پیشنهادی تست شود. برای حل مساله ابتدا با استفاده از نرم افزار، زمان سفر تمامی یالهای شبکه به صورت لحظه به لحظه محاسبه و ذخیره شد. سپس مطابق نمودار شکل ۴ بهترین مسیر بین مبدا و مقصد استخراج شد.

به منظور محاسبه وزن آماری یالها طبق مطالب بیان شده در بخش ۳-۱، با توجه به لحظه انتخاب شده برای مسیر یابی، مقادیر وزن

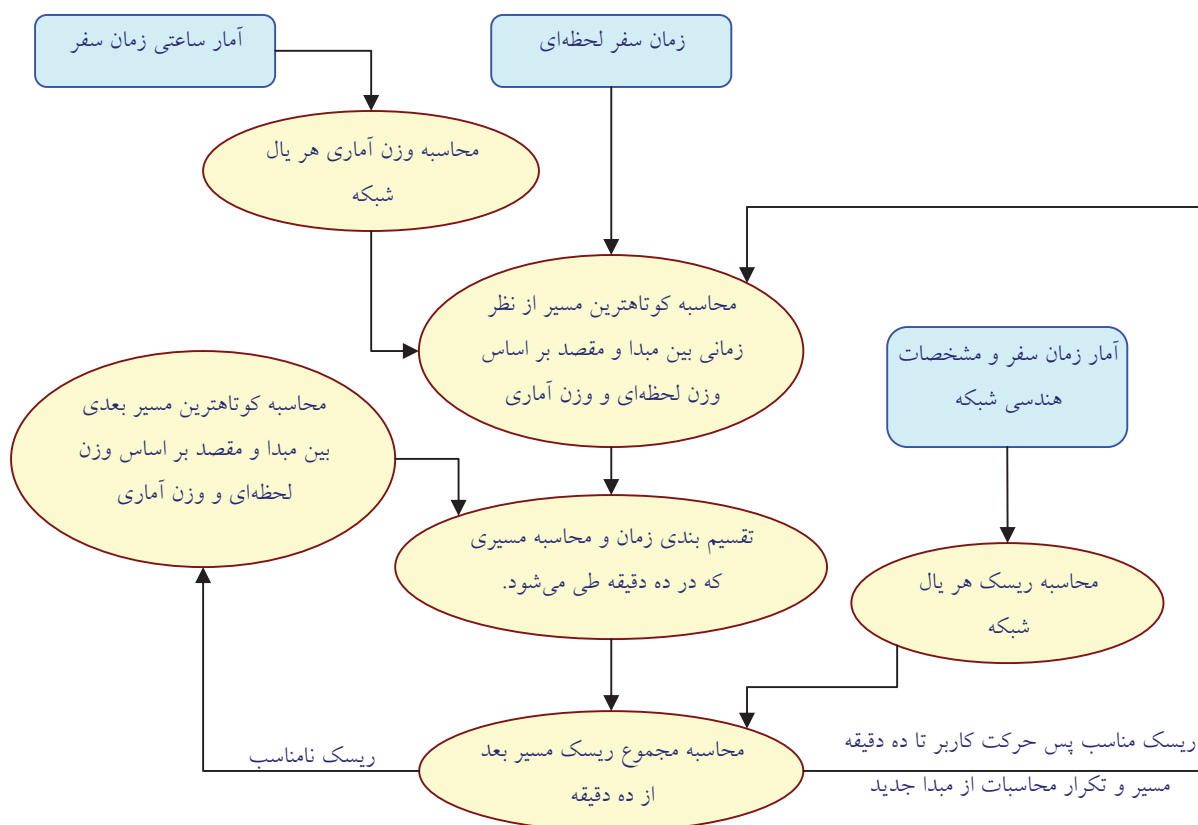
۲- در مرحله دوم برای تمامی یالهای مسیر که خارج از محدوده ۵ دقیقه قرار دارند، مجموع ریسک یالها محاسبه می‌شود، اگر میزان مجموع ریسک یالها از ۱/۲ برابر زمان سفر آماری کل مسیر کمتر بود (چون زمان سفر و ریسک هر دو از یک جنس می‌باشند)، مسیر اولیه مناسب تشخیص داده شده و کاربر تا بازه ۵ دقیقه‌ای اولیه حرکت می‌کند، اما اگر مسیر مناسب تشخیص داده نشود، بهترین مسیر دوم (یعنی کوتاه ترین مسیر دوم بعد از مسیر اول) با استفاده از روشهای k-shortest path محاسبه و عملیات مربوط به مسیر اول برای آن نیز تکرار می‌شود. باز هم اگر مسیر دوم مناسب نبود، مسیر سوم محاسبه و عملیات برای آن تکرار می‌شود. محاسبه مسیر جدید تا جایی ادامه می‌یابد که زمان سفر مسیر از مجموع ریسک و زمان سفر مسیر اول بیشتر شود. در این صورت همان مسیر اول به عنوان مسیر بهینه تا بازه پنج دقیقه‌ای تشخیص داده می‌شود (شکل ۳-ب).

۳- بعد از حرکت کاربر تا مبدا جدید که در فاصله ۵ دقیقه‌ای مبدا اول قرار دارد، عملیات مرحله ۲ برای مبدا و مقصد جدید تکرار می‌شود. این عملیات تا جایی ادامه می‌یابد که کاربر به مقصد برسد (شکل ۳-ج). نمودار شکل ۴ مراحل مختلف روش پیشنهادی را برای انجام مسیریابی پویا بر روی شبکه راه‌ها نشان می‌دهد. در این نمودار مستطیلها، داده‌ها و اطلاعات ورودی روش پیشنهادی را نشان می‌دهند و بیضی‌ها نشان دهنده فرآیندهایی هستند که بر روی داده‌های ورودی باید انجام شوند تا به خروجی نهایی برسیم. در بخشهای سوم و چهارم این مقاله تمامی فرآیندها بصورت کامل توضیح داده شده‌اند.

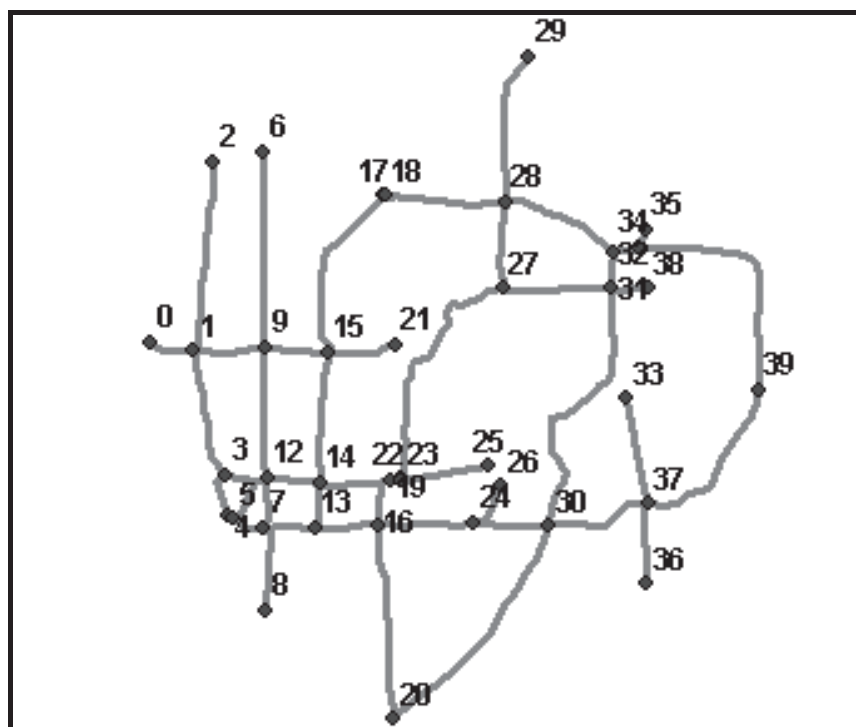


شکل ۳. مراحل مختلف حل آنالیز بهترین مسیر با استفاده از وزن آماری و ریسک یالها و مدل تجزیه فضا زمان

مسیریابی بهینه بر اساس معیار زمان با توجه به شرایط متغیر ترافیکی



شکل ۴. نمودار روند اجرای روش پیشنهادی این مقاله برای مسیریابی بهینه در شبکه پویا



شکل ۵. شبکه حمل و نقل بدست آمده از ایستگاه‌های مترو

در این رابطه x همان نسبت تعداد زمان سفر غیر عادی به تعداد کل زمان سفرهای ثبت شده است. TT_{e_i} زمان سفر آماری محاسبه شده برای هر یال و $Ave(UnNormalTT)$ میانگین مقادیر زمان سفرهای غیر عادی است. در واقع در این فرمول مسائل غیر عادی اگر دوره تناوب تقریباً ماهانه داشته باشند معمولی به حساب می‌آیند و می‌توان از آنها صرف نظر کرد و اگر دوره تناوب تقریباً روزانه داشته باشند، کاملاً غیر محسوب می‌شوند و ریسک یال برابر میانگین کل زمان سفرهای غیر عادی می‌شود.

پس از محاسبه ریسک هر یال با توجه به مطالب بیان شده در بخش ۵ مسیریابی بین دو نقطه ۸ و ۲۸ انجام شد. شکل ۷ نتایج این مسیریابی را نشان می‌دهد. قسمت الف شکل ۷ نتیجه مسیریابی با استفاده از الگوریتم دایجسترا و با در نظر گرفتن زمان سفر ثابت برای یالها را نشان می‌دهد. زمان سفر در نظر گرفته شده برای یالها در این قسمت همان زمان سفر در لحظه T_0 است که به صورت لحظه‌ای دریافت شده است. همان طور که ملاحظه می‌شود، مجموع زمان سفر واقعی مسیر به دست آمده در این روش بر اساس داده‌های آماری موجود روز ۵ ژانویه سال ۲۰۰۹ برابر ۳۵/۷۱ دقیقه شده است. این در حالی است که مجموع زمان سفر این مسیر در لحظه T_0 برابر ۲۵/۳۶ دقیقه بوده است و این تفاوت رقم چگونگی تأثیر ترافیک در نتایج آنالیزهای مسیریابی

پارامترهای آماری ترافیک با استفاده از روش کمترین مربعات و نمودارهای زمان سفر ساعتی، روزانه و هفتگی هر یک از یالها مانند شکل ۶ محاسبه شد. این محاسبات در نرم افزار Matlab انجام شد و نتیجه آن برابر مقادیر زیر شد:

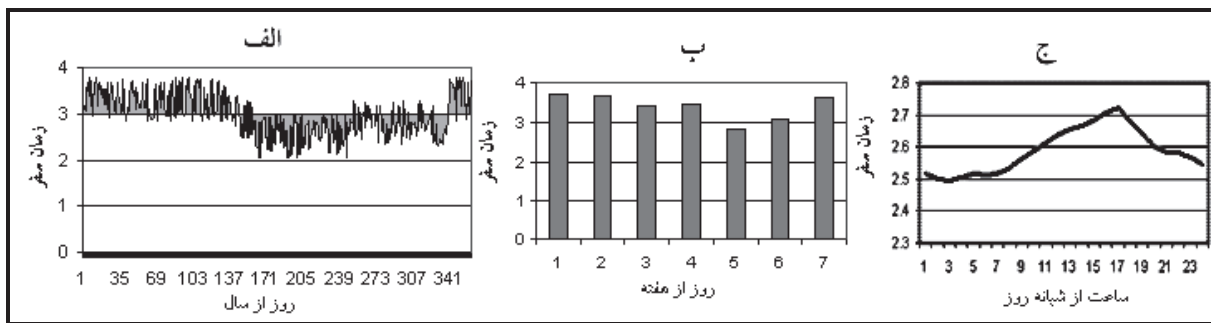
$$a_0 = 1/34 \quad \text{وزن پارمتر با دوره تناوب روزانه}$$

$$R^2 = 94\% \quad a_1 = 0/707 \quad \text{وزن پارمتر با دوره تناوب هفتگی}$$

$a_2 = -1/033$ وزن پارمتر با دوره تناوب سالانه
همان طور که ملاحظه می‌شود ضریب همبستگی (R^2) بین زمان سفر لحظه‌ای مشاهده شده و زمان سفر به دست آمده از روش کمترین مربعات ۹۴٪ است که نشان دهنده همبستگی بالای زمان سفر به پارامترهای در نظر گرفته شده است.

سپس با استفاده از مقادیر وزنهای محاسبه شده و پارامترهای ترافیکی هر یال، زمان سفر آماری هر یال در طول ۲ ساعت از ساعت ۱۶ تا ساعت ۱۸ محاسبه شد. در این نمونه موردی به دلیل در اختیار داشتن اطلاعات زمان سفر دقیقه‌ای تنها تعداد دفعات زیاد وقوع زمان سفرها که غیر عادی هستند، در محاسبه ریسک هر یال در نظر گرفته شدند، زیرا با در اختیار داشتن داده زمان سفر دقیقه‌ای می‌توان مدت زمان تأثیر مساله غیر عادی را نیز به دست آورد، اما به دلیل اینکه ریسک یال باید از جنس زمان سفر باشد از رابطه ۴ برای محاسبه ریسک یال استفاده شد:

$$Risk_{e_i} = \begin{cases} TT_{e_i} & \text{if } x \leq 0.001 \\ TT_{e_i} + (x - 0.001) * (Ave(UnNormalTT) - TT_{e_i}) / (.05 - .001) & \text{if } 0.001 < x < .05 \\ Ave(UnNormalTT) & \text{if } x \geq .05 \end{cases} \quad (4)$$



شکل ۶. نمودارهای زمان سفر (الف) روزانه (ب) هفتگی (ج) ساعتی یکی از یالهای شبکه

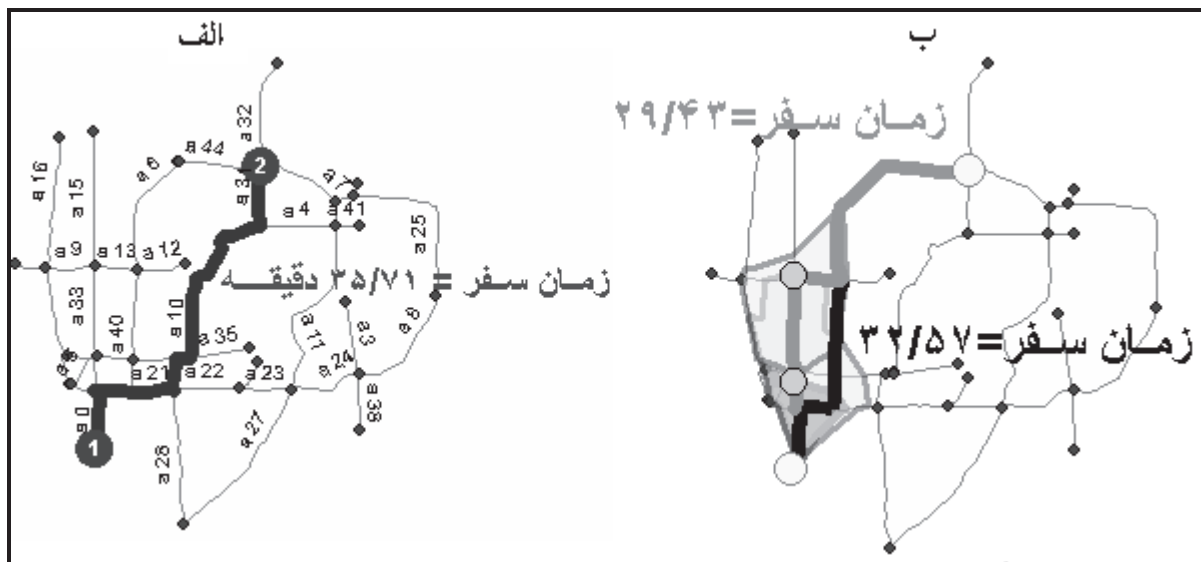
مسیریابی بهینه بر اساس معیار زمان با توجه به شرایط متغیر ترافیکی

انجام گرفت نتایج به دست آمده منطقی بوده و با واقعیت شبکه همخوانی داشت.

۶. نتیجه‌گیری

همان طور که بیان شد یکی از مهم ترین کاربردهای سیستمهای اطلاعات مکانی در زمینه مدیریت بهینه تسهیلاتی همچون حمل و نقل است. در مسیریابی، به ویژه در رابطه با متحرکهایی همچون ماشینهای آتش نشانی و آمبولانسها، نیاز به مسیریابی بهینه بر اساس معیار زمان و با توجه به شرایط متغیر ترافیکی در این سیستمها، امری لازم و انکار ناپذیر به نظر می‌رسد. در این تحقیق ضمن معرفی مساله و ضرورت انجام آن به نمایش مشکلات و ضعفهای الگوریتمهای استاتیک محاسبه کوتاه‌ترین مسیر از لحاظ زمانی در شبکه حمل و نقل پرداخته شد و ضعفهای الگوریتمهای موجود مسیریابی مانند روش باز پردازش مسیر در شبکه‌های پویا تشریح شد. سپس روشی جدید برای مسیریابی در شبکه‌های پویا که در آن به صورت همزمان از وزن آماری و ریسک یالهای شبکه و همچنین از تجزیه فضا زمان شبکه استفاده می‌شود ارائه شد که محاسبه وزن آماری هر یک از یالهای شبکه در آن بر مبنای روش کمترین مربعات است. ریسک آماری هر یال نیز به منظور

را نشان می‌دهد. اما همان طور که ملاحظه می‌شود در قسمت ب شکل ۷ دو مسیر متفاوت سیاه و خاکستری رنگ وجود دارد. مسیر سیاه رنگ مسیری است که با استفاده از آنالیز دایجسترا و بر اساس وزنهای آماری به دست آمده برای هر یال محاسبه شده است. همان طور که ملاحظه می‌شود مجموع زمان سفر واقعی این مسیر بر اساس داده‌های آماری موجود روز ۵ ژانویه سال ۲۰۰۹ برابر ۳۲/۵۷ دقیقه است که تقریباً ۳ دقیقه کوتاه تر از مسیر حاصل از دایجسترا با زمان سفر استاتیک است. اما مسیر خاکستری رنگ شکل ۷-ب مسیری است که در آن علاوه بر وزن آماری یالها، از ریسک یال و تجزیه فضا زمان نیز استفاده شده است. همان طور که ملاحظه می‌شود مجموع زمان سفر واقعی این مسیر برابر ۴۳/۲۹ به دست آمده است که از هر دو مسیر اولیه کوتاه تر است. البته ناگفته نماند که در بسیاری موارد نتایج دو مسیر در شکل ۷-ب بر هم منطبق می‌شوند و تنها در مواردی که مسیر از یالهای با ریسک بالا عبور می‌کند، احتمال جدایی آنها وجود دارد که این مساله امری بدیهی است. در این نمونه موردی انتخاب نقاط مبدا و مقصد و روز و زمان سفر به گونه‌ای انجام شد که نتایج تحقیق در آن بخوبی نمایش داده شود. البته در تستهای متعدد دیگری هم که برای حالات مختلف و مبدا و مقصدهای گوناگون



شکل ۷. نتایج مسیریابی دایجسترا بین گره ۸ و ۲۸ الف) مسیریابی دایجسترا با در نظر گرفتن وزن ثابت برای یالها ب) مسیر به دست آمده از وزن آماری یالها (سیاه) و مسیر به دست آمده از وزن آماری و ریسک و تجزیه فضا زمان (خاکستری)

- Chabini, I. (1998) "Discrete dynamic shortest path problems in transportation application", Complexity and Algorithms with Optimal Run Time, Transportation Research Record, 1645, pp. 170-175.
- Chen, X., Hu, J. and Hu, X. (2007) "On the minimum risk-sum path problem", Lecture Notes in Computer Sciences, Springer, 4614, pp. 175-185
- Clark, S. (2003) "Traffic prediction using multivariate nonparametric regression", Journal of transportation engineering, Vol. 129, No. 2, pp. 161-168.
- Cooke, K. L. and Halsley, E. (1966) "The shortest route through a network with time-dependent intermodal transit times", Journal of Mathematical Analysis and Application, Vol. 14, pp. 275-323.
- Cormen, T.H., Leiserson, C. E., Rivest, R.L. and Stein, C. (2001) "Introduction to algorithms", MIT Press and McGraw-Hill, pp. 588-601
- Dean, B.R. (2004) "Shortest paths in FIFO time-dependent networks: Theory and algorithms", Technical Report, Massachusetts Institute of Technology, U.S.A
- Dechter, R. and Pearl, J. (1985) "Generalized best-first search strategies and the optimality of A*", Journal of the ACM; Vol. 32, No. 3, pp. 505-536.
- Djidjev, H., Pantziou, G. and Zaroliagis, C. (2000) "Improved algorithms for dynamic shortest paths", Algorithmica, Vol. 28, No. 4, pp. 367-389.
- Frigioni, D., Matchetti-Spaccamela, A. and Nanni, U. (2000) "Fully dynamic algorithms for maintaining shortest path trees", Journal of Algorithmica, Vol. 34, No. 2, pp. 251-281.
- Guhneemann, A., Schafer, R.P., Theissnhusen, K. and Wagner, P. (2004) "Monitoring traffic and emissions by floating car data", Institute of Transport Studies, The University of Sydney and Monash University.
- Heil and Walnut. (1989) "Continuous and discrete wavelet transforms", Society for Industrial and Applied Mathematics Review, Vol. 31, No.4, pp. 628-666.

مسیریابی مطمئن تر در نظر گرفته می شود و در نهایت روش تجزیه فضا- زمان به منظور استفاده همزمان از اطلاعات آماری و لحظه‌ای ترافیک شهری پیشنهاد شد. نمونه عملی پیاده سازی شده در این زمینه، کارآیی مطلوب روش ارائه شده در این مقاله برای انجام مسیریابی در شبکه های شهری را نشان داد، به نحوی که توانست زمان سفر را در یک مسیر حدوداً ۳۰ دقیقه ای به میزان تقریباً ۶ دقیقه نسبت به روشهای استاتیک کاهش دهد. مطمئناً هر چه طول مسیر و همچنین تغییرات لحظه ای ترافیک در آن بیشتر باشد کارآیی روش ارائه شده در این مقاله نمایان تر خواهد بود. در ادامه این کار تحقیقی آزمون روش پیشنهادی در خیابانهای شهری که ترافیک در آنها بسیار متغیرتر است امری لازم و انکار ناپذیر است که بایستی به آن پرداخته شود. همچنین استفاده از روشهای دیگر برای پیش بینی زمان سفر آماری یالها غیر از روش کمترین مربعات و مقایسه آنها با هم از دیگر مسائلی است که در ادامه این کار تحقیقی می توان به آن پرداخت.

۷. مراجع

- Ahmed, M.S., and Cook (1979) "Analysis of free-way traffic time-series data by using Box-Jenkins techniques", Transportation Research Record, Vol. 722, pp. 1-9.
- Ahuja, R.K., Orlin, J. B., Pallottino, S. and Scutella, M.G. (2003) "Dynamic shortest path minimizing travel times and costs" Networks, Vol. 41, No. 4, pp. 197-205.
- Alivand, M. (2008) "Navigation services in dynamic traffic by mobile geospatial information systems", M.Sc thesis, K.N. Toosi University of Technology, Iran
- Alivand, M., Alesheikh, A. A. and Malek, M. R. (2008) "New method for finding optimal path in dynamic networks", World Applied Sciences Journal, Vol. 3, No.1, pp. 25-33.
- Azizi, A. (2003) "Network analysis for urban traffic in a GIS", M.Sc Thesis, Kn. Toosi University of Technology, 2003.

- Vanicek and Wells. (1972) "The least squares approximation and related topics", Department of Surveying Engineering, University of New Brunswick.
- Wu, J. J., Sun, H. J., Gao, Z.Y, and Li, S.B. (2007) "Effects of route guidance systems on small-world network", International Journal of Modern Physics, C, Vol. 18, No. 8, pp. 1243-1250.
- Wu, Q. (2006) "Incremental routing algorithms for dynamic transportation networks", M.Sc thesis, Calgary University, Canada.
- Huang, B., Wu, Q. and Zhan, F.B. (2007) "A shortest path algorithm with novel heuristics for dynamic transportation network", International Journal of Geographical Information Science, Vol. 21, No. 6, pp. 625-644.
- Ide, T. and Kato, S. (2008) "Travel-time prediction using Gaussian Process Regression: A trajectory-based approach", IBM Research, Tokyo Research Laboratory
- Klunder, G.A. and Post, H.N. (2006) "The shortest path problem on large scale real road networks", Networks, Vol. 48, No. 4, pp. 182-194.
- Matlab7.6.0 Help, (1984-2007) The MathWorks. Inc.
- Miller, H.J. (1999) "Measuring space-time accessibility benefits within transportation networks: basic theory and computational methods", Geographical Analysis, Vol. 31, pp.187-212.
- Miller-Hooks, E, and Yang, B.Y. (2005) "Updating paths in time-varying networks given arc weight changes", Transportation Science, Vol. 39, No. 4, pp. 451-464.
- Murchland, J. D. (1970) "A fixed matrix method for all shortest distances in a directed graph and for the inverse problem", PhD thesis, University of Karlsruhe, Germany
- Nakata, T. and Takeuchi, J. I. (2004) "Mining traffic data from Probe-Car system for travel time prediction", Internet System Research Laboratories, NEC Corporation, Japan.
- Pallottino, S. and Scutella, M.G. (1998) "Shortest path algorithms in transportation models: Classical and innovative aspects", In: Marcotta, P. and S. Nguyen (eds.). Equilibrium and advanced transportation modeling, Kluwer, pp. 245-281.
- Preygel, A. (1999) "Path finding: A comparison of algorithms", Management Science, Matthews.
- Thompson, E. (2003) "Integrating PDA, GPS and GIS technologies for mobile traffic data acquisition and traffic data analysis", M.Sc Thesis, IT University of Goteborg.