# مسأله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار با تقاضای فازی به همراه مطالعه موردی

مهدی علینقیان (مسئول مکاتبات)، استادیار، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم ها، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران

محمدسعید صباغ، استادیار، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم ها، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران

عرفان بابایی تیرکلایی، دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم ها، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران

E-mail: alinaghian@cc.iut.ac.ir

دریافت:۱۳۹۳/۰٤/۰۹ پذیرش:۱۳۹۳/۱۰/۱۰

## چکیده

**جمع آوری زباله شهری یکی از فعالیت های بزرگ شهری است که شامل هزینه های کلان و مشکلات عملیاتی بسیاری است، انجام عملیات جمع‌آوری و دفع به دلیل وجود هزینه های سرمایه گذاری (ناوگان وسائط نقلیه) و هزینه های عملیاتی بالا (سوخت، نگهداری و تعمیرات و...) بسیار هزینه بر است و ایجاد بهبودهای کوچک در این حوزه باعث صرفه جویی های بزرگی در مصارف شهرداری‌ها می‌گردد. از جمله مسائل مطرح در این زمینه تغییر در الگوی جمع آوری زباله به منظور بررسی الگوهای مختلف و به تبع آن وارد شدن عدم قطعیت در داده ها است. بررسی مسأله جمع آوری زباله در شرایط عدم قطعیت می‌تواند در تصمیم گیری مناسب مدیران و تصمیم گیران در این حوزه نقش بسزایی داشته باشد.**

**در این مقاله، مسأله مسیریابی کمان ظرفیت دار (همراه با محدودیت ظرفیت وسایل نقلیه) با در نظر گرفتن شرایط عدم قطعیت برای داده‌ها توصیف می‌شود. به دلیل ماهیت غیر قطعی تقاضا (میزان زباله تولید شده) و دشواری تعیین مقدار واقعی آن، یک مدل برنامه‌ریزی محدودیت شانسی مبتنی بر نظریه اعتبار فازی برای مسأله طراحی می‌شود. همچنین از یک الگوریتم ژنتیک ترکیبی شامل الگوریتم ابتکاری، شبیه سازی تبرید و ژنتیگ به همراه شبیه سازی احتمالی جهت حل مسأله پیشنهادی استفاده می‌شود. نتایج محاسباتی در مقایسه با روش CPLEX بیانگر آن است که الگوریتم پیشنهادی نتایج مطلوبی ارائه می‌دهد. در انتهای مقاله نیز به بررسی مطالعه موردی جمع آوری زباله درشهر اصفهان پرداخته و سیاست بهینه آن در شرایط عدم قطعیت تعیین می‌شود.**

**واژه‌های کلیدی:** مسأله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار، الگوریتم ژنتیک ترکیبی، شبیه سازی مونت کارلو، نظریه اعتبار فازی، جمع‌آوری زباله شهری.

## ۱. مقدمه

امروزه تولید انواع زباله‌های جامد و بروز انواع ناسازگاریهای اجتماعی، اقتصادی و زیست محیطی مربوط به آنها، مدیریت خدمات شهری را با مشکلات بیشماری در زمینه جمع‌آوری، حمل ونقل، پردازش ودفع اینگونه زائدات مواجه ساخته است. ازآنجایی که بین ۷۵ تا ۸۰ درصد هزینه‌های مدیریت مواد زائد جامد مربوط به بخش جمع‌آوری و حمل‌ونقل زباله‌ها است [Simonetto and Borenstein, 2007]، ارزیابی این سیستم و بهینه سازی آن، نقش بسزایی در کاهش وحل مشکلات مدیریت خدمات شهری به دنبال خواهد داشت. مواد زباله‌ای باید با رعایت نکات بهداشتی در سریع ترین زمان ممکن جمع‌آوری، منتقل و دفع گردند که بهترین روش مرتبط، جمع‌آوری مستقیم از در خانه‌ها و انتقال به محل دفع است. براساس مطالب ذکر شده اهمیت سیستم بهینه جمع‌آوری زباله بیش از پیش مشخص می‌شود. بنابراین انتخاب سیاست بهینه جمع‌آوری زباله نقش مهمی در کاهش هزینه‌ها دارد. در مسیریابی به منظور جمع آوری زباله‌های شهری دو دسته مسأله مطرح است. در دسته اول[1] یک سری گره (نقطه) از قبل مشخص در شبکه گراف وجود دارد و هدف پیدا کردن بهترین تورهایی است که از تمامی گره‌ها عبور نماید، مسأله مسیریابی وسایل نقلیه[2] (VRP) از جمله مهم‌ترین این مسائل است. در دسته دوم[3] یک سری یالهای تعریف شده در شبکه گراف دارای تقاضا هستند و هدف یافتن بهترین تورهایی است که از تمامی یال‌های دارای تقاضا عبور نمایند. جمع‌آوری زباله‌های خانگی در دسته دوم جای دارد. در مسأله جمع‌آوری زباله‌های خانگی، زباله‌ها در طول یال‌ها قرار دارند (یال ها همان خیابان یا کوچه‌ها هستند که زباله (تقاضا) در طول آنها قرار دارد). علاوه بر آن، ظرفیت وسائط نقلیه محدود است و هنگامی‌که از یک کوچه به یک کوچه دیگر یا از یک یال به یال دیگر می‌روند، از ظرفیت آنها کاسته می‌شود. مسأله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار[4] (CARP) از جمله مهم ترین این مسائل است.

تغییر در الگوهای بازدید هفتگی به منظور بررسی و انتخاب بهترین الگو از جمله مواردی است که مدیران و تصمیم‌گیران در این حوزه علاقه‌مند به اجرای آن هستند. اما بررسی تاثیر الگو قبل از پیاده سازی نیازمند یک سیستم بهینه ساز است. از سوی دیگر این تغییرات سبب ایجاد عدم قطعیت در داده‌ها می‌شود. به طور مثال در یک الگو اگر قرار باشد که روزهای جمعه از لیست روزهای کاری جمع‌آوری زباله حذف شود؛ اولاً برای روز شنبه مقدار زباله نامشخص و غیرقطعی است و ثانیا میزان هزینه لازم برای جمع آوری زباله در روز شنبه مشخص نیست. با توجه به این موضوع، در این مقاله به بررسی مسأله مسیریابی کمان ظرفیت دار در بحث جمع‌آوری زباله شهری با درنظر گرفتن شرایط عدم قطعیت برای پارامتر تقاضا می‌پردازیم.

نوآوری‌های این مقاله به طور خلاصه به این شرح است:

۱) با توجه به اینکه معمولاً سکوی تخلیه و قرارگاه[5] در یک مکان قرار ندارند، جهت نزدیک کردن مدل به شرایط واقعی، مسائل این دو مکان به صورت جداگانه در نظر گرفته شده است. بنابراین وسائط نقلیه سفر خود را از قرارگاه آغاز می‌کنند و پس از طی هر سفر به محل تخلیه رفته و سپس در صورت امکان به منطقه عملیاتی باز می‌گردند، در نهایت نیز پس از پایان سفر خود به قرارگاه بر می‌گردند.

۲) در نظر گرفتن تابع هدف کمینه‌سازی هزینه بکارگیری وسائط نقلیه ناهمگن (تعداد وسائط نقلیه) علاوه برکمینه‌سازی هزینه کل پیمودن یال ها

۳) در نظر گرفتن امکان وجود چندین سفر برای یک وسیله نقلیه با توجه محدودیت حداکثر زمان دردسترس

٤) در نظر گرفتن ناوگان ناهمگن در مسأله علاوه بر شبکه گراف نامتقارن و ارائه یک مدل ریاضی جدید با توجه به فرضیات ذکر شده

۵) در نظر گرفتن عدم قطعیت به صورت یک مدل برنامه‌ریزی محدودیت شانسی مبتنی بر نظریه اعتبار فازی به منظور نزدیک کردن مدل به دنیای واقعی

٦) درنظرگرفتن رویکردی جدید جهت حل مسأله CARP

۷) ارائه یک روش حل ابتکاری سازنده تصادفی برای ایجاد جواب اولیه مسأله

۸) حل مسأله با روش فراابتکاری ژنتیک ترکیبی

در ادامه مقاله و در بخش دوم ادبیات موضوع مرتبط با مسیریابی کمان ظرفیت دار مرتبط با جمع آوری زباله شهری مورد بررسی قرار می‌گیرد، در بخش سوم تئوری اعتبار فازی[۶] مطرح می‌شود. در بخش چهارم مسأله و مدل ریاضی مسیریابی کمان ظرفیت دار مرتبط با جمع آوری زباله شهری ارائه می‌شود. در بخش پنجم روش حل پیشنهادی مسأله معرفی شده و در ادامه در بخش ششم نتایج عددی حاصل از اجرای الگوریتم ارائه می‌شود. در نهایت در بخش هفتم به بررسی مطالعه موردی در شهر اصفهان پرداخته می‌شود.

## ۲. ادبیات موضوع

در این بخش به مرور ادبیات مسائل مسیریابی کمان ظرفیت دار در بحث جمع آوری زباله می‌پردازیم و مهم ترین مسائل مرتبط با مسیریابی را بررسی می‌کنیم.

بلترامی و بودین [Beltrami and Bodin, 1974] یکی از اولین مسائل مسیریابی مربوط به جمع‌آوری زباله را به صورت مسأله مسیریابی کلاسیک وسائط نقلیه (VRP) برای جمع‌آوری زباله شهرداری های نیویورک و واشنگتن همراه با انواع مختلف وسائط نقلیه (کامیون، قایق‌های بارکش، کشتی‌های یدک‌کش، جاروهای‌مکانیکی) ارائه‌کردند. آنها توانستند در تعیین مسیر بهینه، الگوریتم ابتکاری کلارک و رایت را بهبود دهند. نتیجه کار آنها در شهرداری ها پیاده شد و منفعتهای بسیاری برای آن شهرها به وجود آورد.

چو و همکاران [Chu et al.2005]، یک مسأله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار دوره‌ای[۷] (PCARP) برای برنامه‌ریزی افق زمانی هفتگی ارائه کردند. مدل مسأله آنها برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح بوده و مسأله خود را با استفاده از روش‌های ابتکاری حل کردند. هدف مسأله نیز تخصیص یک مجموعه از روزهای سرویس دهی به هر یال در یک شبکه تعریف شده و حل CARP به دست آمده برای هر دوره جهت کمینه سازی اندازه ناوگان موردنیاز و هزینه کل سفر در طول افق زمانی است. این مسأله کاربردهای متعددی در عملیات دوره ای در شبکه های خیابان، مانند جمع آوری زباله و برف‌روبی دارد.

فیلیپی و دل پیایک [Filippi and Del Pia, 2006] نسخه جدیدی از CARP را همراه با دو نوع مختلف از وسائط نقلیه خدماتی که در آن یکی از وسائط نقلیه فقط در قرارگاه تخلیه بار کند را درنظرگرفتند. نوع دیگر از وسایل نقلیه در وسائط نقلیه نوع اول (که در قرارگاه تخلیه بار انجام می دهد) تخلیه بار می‌کند. با این شرایط، درکنار مسیریابی هریک از وسائط نقلیه، باید در مورد زمان ملاقات دو نوع وسائط نقلیه در برخی از نقاط جهت انجام تخلیه بار نیز تصمیم‌گیری شود. ما در دنیای واقعی با این مسأله درحوزه مسأله جمع-آوری زباله مواجه می‌شویم که در آن وسائط نقلیه پیرو باظرفیت کم به درون یکی از چندین وسایل نقلیه بزرگ تخلیه بار می‌کند، وآنها هم در قرارگاه تخلیه بار می‌کنند.

پلاسک و همکاران [Polacek et al.2007] یک مسأله مسیریابی کمان به همراه زیرمجموعه‌ای از تجهیزات میانی جهت بارگیری یا تخلیه وسائط نقلیه در نظر گرفتند. این تجهیزات می‌توانند وسیله‌های نقلیه‌ای با بار نمک یا شن (در کاربردهای یخ زدایی در زمستان) و یا تجهیزات محلی برای دفع و سوزاندن زباله‌ها (در کاربردهای جمع‌آوری زباله) باشند. هدف مسأله، طراحی تورهای بهینه برای هر یک از وسائط نقلیه است، به‌طوری که کل تقاضای سرویس‌داده‌شده توسط وسیله نقلیه در مسیر بین قرارگاه و اولین تسهیل میانی و یا بین دو تسهیلات میانی از ظرفیت وسیله نقلیه تجاوز نکند.

لی و همکاران [Li, Borenstein and Mirchandania, 2008]، یک مسأله جمع‌آوری زباله در شهر پورتو آلگره برزیل شامل ۱۵۰ محله، با جمعیتی بیش از ۱/۳ میلیون نفر حل کردند. آنها یک برنامه عملیاتی زمانبندی کامیون با هدف کمینه کردن هزینه عملیاتی و ثابت کامیون طراحی کردند. علاوه براین، روش ابتکاری در این مسأله جهت ایجاد توازن در تعداد سفر بین هشت تسهیل بکارگرفته شد. نتایج محاسباتی بیانگر آن است که آنها توانستند تعداد متوسط وسائط نقلیه موردنیاز و متوسط مسافت طی شده را با صرفه جویی به ترتیب حدود ۲۵/۲٤٪ و ۲۷/۲۱٪ کاهش دهند.

باتیستا و همکاران [Bautista et al. 2008]، مسأله مسیریابی کمان را به مسیریابی گره به سبب وجود محدودیت‌های جاده‌ای از قبیل دور زدن‌های ممنوع جهت بازگشت از یال طی‌شده، در حل مسأله جمع‌آوری زباله در شهرداری یکی از شهرک‌های بارسلونا تغییر دادند.آن‌ها این مسأله را برای این شهرک که ۷۳۹۱۷ نفر جمعیت دارد با استفاده از روش ابتکاری کلونی مورچگان که مبتنی بر دو روش ابتکاری بوده، حل کردند. نتایج محاسباتی نشان داد که هر دو روش در کل، مسیرهایی با طول مسافت کمتری از مسیرهای حال حاضر ایجاد می‌کنند، به‌طوری‌که، مسیرهای ایجاد شده ازطریق روش ابتکاری اول ۳۵٪ و روش ابتکاری دوم منجر به بهبود ۳۷٪ شده است.

مورائو و همکاران [Mourao et al. 2009] سه روش ابتکاری برای حل مسأله ناحیه‌بندی مسیریابی کمان^ (SARC) در یک مسأله جمع‌آوری زباله شهری پیشنهاد کردند. در SARC، شبکه خیابان به چندین ناحیه تقسیم می‌شود، سپس یک مجموعه از سفرهای وسیله نقلیه در هر ناحیه ایجاد می‌شود که هدف آن کمینه کردن مدت زمان کل سفرها است.

اوگوولکا [Ogwueleka, 2009] یک روش ابتکاری برای حل مسأله جمع آوری زباله در شهر اونیتشای نیجریه پیشنهاد کرد. نتایج مقایسات با وضعیت موجود نشان داد که آنها توانستند یکی از وسائط نقلیه مورد استفاده را کاهش دهند، علاوه براین مسافت مسیر را ۱۶/۳۱٪، هزینه جمع آوری را حدود ۲۵/۲۴٪، زمان جمع‌آوری را ۲۳/۵۱٪ کاهش دهند.

در بحث مسائل مسیریابی مشابه با جمع‌آوری زباله، مهدوی و همکاران [Mahdavi et al. 2009] یک مسأله مسیریابی وسائط نقلیه حمل برگشتی با پنجره زمانی ارائه دادند. در مدل آنها یک ناوگان ثابت غیر یکنواخت با تعداد ثابتی از وسائط نقلیه جهت جمع آوری زباله در نظر گرفته شد. هدف مسأله آنها تعیین حداقل تعداد وسیله نقلیه، حداقل ظرفیت بیکار و حداقل زمان بکارگیری آنها برای سرویس دهی به مشتریان است.

مطیعیان و همکاران [Motiyian et al. 2012] به بهینه سازی مسیر تردد سرویس‌های حمل و نقل یک شرکت با استفاده از منطق خوشه‌بندی و الگوریتم ژنتیک پرداختند. مسأله مورد بررسی آنها نیز یک مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با هدف کمینه کردن مسیرهای سرویس‌دهی، برآورده کردن قیود زمانی و حداقل کردن تعداد خودروها است.

توکلی مقدم و همکاران [Tavakkoli- Moghaddam et al. 2013] در سال ۲۰۱۳ نیز یک مسأله مسیریابی حمل و نقل مواد. سوختی را تحت شرایط فازی مورد بررسی قرار دادند. هدف تعیین بهترین مسیر برای انتقال مواد سوختی از انبار توزیع آنها تا هر یک از نقاط تقاضا، براساس دومعیار ریسک وهزینه است. آنها به منظور اعتبار سنجی مدل، مسأله مورد بررسی خود را در استان مازندران مورد مطالعه قرار دادند.

هملمایر و همکاران [Hemmelmayr et al. 2013] به بررسی و حل مسأله مسیریابی جمع آوری انواع زباله‌های شیشه، فلز، پلاستیک و کاغذ که در نقاط مشخصی (VRP) از مناطق مسکونی شهروندان قرار دارند، به وسیله الگوریتم های ابتکاری پیشنهادی پرداختند. در مسأله مورد بررسی آنها تسهیلات میانی جهت انتقال زباله، دوره برنامه ریزی در نظر گرفته شد.

مارکوف و همکاران [Markov et al. 2014] یک مسأله جمع‌آوری زباله مختلط (با در نظر گرفتن شرایط و فرضیات واقعی جهت نزدیکتر کردن مسأله به دنیای واقعی) را به صورت مسیریابی وسائط نقلیه بررسی کردند. در مسأله مورد بررسی آنها قرارگاه‌های میانی وجود دارد که وسائط نقلیه از یکی از این قرارگاه‌ها سفر خود را آغاز می‌کنند و در نهایت نیز به یکی از قرارگاه ها (نه لزوما قرارگاه آغاز) باز می‌گردد. آنها جهت حل مسأله خود از یک الگوریتم جستجوی محلی پیشنهادی بهره گرفتند که نتایج محاسباتی مناسبی از خود نشان داد.

بینگ و همکاران [Bing et al. 2014] یک سیستم پشتیبان تصمیم پایدار را برای جمع آوری زباله های پلاستیکی ارائه کردند مدل آنها بر پایه مسیریابی وسائط نقلیه بود. آنها مسئله مطرح شده را با الگوریتم فرا ابتکاری جستجوی ممنوع حل کردند.

## ۳. تئوری فازی و معیار اعتبار فازی

هنگامی‌که پارامترهای مسئله دارای عدم قطعیت باشند و داده‌های تاریخی از پارامترها در دسترس نباشد امکان تخمین توزیع احتمال پارامترها وجود ندارد و نمی‌توان از رویکرد احتمال بهره برد. در این شرایط تئوری فازی می‌تواند در مدل‌سازی مسئله کمک شایانی انجام دهد.

یک مجموعه کلاسیک به طور عادی به صورت مجموعه ای از اعضای آن تعریف می شود. هر داده به تنهایی می تواند عضو این مجموعه باشد یا نباشد. در نتیجه عضویت یا عدم عضویت هر داده به وضوح مشخص است. اما در برخی مجموعه‌ها عضویت با قطعیت همراه نیست. در برخورد با چنین مجموعه هایی از تئوری فازی استفاده می‌شود. تئوری مجموعه فازی در ابتدا توسط زاده [Zadeh, 1965] معرفی و برای مسائل گوناگون توسعه داده شد. همچنین متغیر فازی ابتدا توسط کافمن [Kaufman, 1975] و سپس توسط زاده [Zadeh, 1975] و نامیاس [Nahmias, 1978] معرفی شد. لیو [Liu, 2004] درتحقیقات خود به تئوری اعتبار فازی پی برده است. در این قسمت به طور مختصر به معرفی مفاهیم اساسی مجموعه فازی و اندازه‌گیری فازی پرداخته می‌شود. در ابتدا اصول معیار امکان معرفی می‌شود که پایه و اساس مفهوم اعتبار است.

$\Theta$ را مجموعه‌ای غیر تهی و $P(\Theta)$ را توان مجموعه $\Theta$ در نظر بگیرید. هر عضو $P(\Theta)$ یک رخداد نامیده می‌شود. همچنین $\varnothing$ را یک مجموعه تهی در نظر بگیرید.

برای هر رخداد A که $A \in P(\Theta)$ است، عدد غیر منفی $pos\{A\}$ وجود دارد که از ٤ اصل زیر پیروی می‌کند:

اصل ۱: $Pos\{\varnothing\} = 0$

اصل ۲: $Pos\{\Theta\} = 1$

اصل ۳: برای هر زیر مجوعه دلخواه $\{A_K\}$ از مجموعه $P(\Theta)$ رابطه زیر برقرار است:

$$Pos\{\cup_K A_K\} = \sup_K (A_K) \qquad (۱)$$

سه تایی $(\Theta, P(\Theta), Pos)$ فضای امکان نامیده می‌شود و تابع $pos\{\}$ به عنوان معیار سنجش امکان معرفی می‌شود.

اصل ٤: اگر $\Theta_i$ یک مجموعه غیرتهی باشد و تابع $Pos_i\{\}$; $i = 1,2,...,n$ دارای ۳ اصل فوق باشد و $\Theta = \Theta_1 \times \Theta_2 \times ... \times \Theta_n$ آنگاه برای هر A در $P(\Theta)$ رابطه زیر برقرار است.

$$Pos\{A\} = \sup_{(\Theta_1,\Theta_2,...,\Theta_n)\in A} Pos_1\{\Theta_1\} \wedge Pos_2\{\Theta_2\} \wedge ... \wedge Pos_n\{\Theta_n\} \qquad (۲)$$

به کمک ٤ اصل فوق می‌توان اساس معیار امکان را تشکیل داد و تمام مفاهیم امکان را از آنها مشتق کرد. به این منظور ۲ تعریف زیر ارائه می‌شود [Fischetti, M. et al, 1997].

تعریف ۱: $(\Theta, P(\Theta), Pos)$ را فضای امکان و A را مجموعه‌ای در $P(\Theta)$ درنظر بگیرید. آنگاه معیار الزام[10] به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$Nec\{A\} = 1 - Pos\{A^C\} \qquad (۳)$$

تعریف ۲: $(\Theta, P(\Theta), Pos)$ را فضای امکان و A را مجموعه‌ای در $P(\Theta)$ درنظر بگیرید. آنگاه معیار اعتبار[11] به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$Cr\{A\} = \frac{1}{2}(Nec\{A\} + Pos\{A\}) \qquad (٤)$$

اگرتابع $\mu_{\tilde{D}}(x)$ عضویت پارامتر فازی $\tilde{D}$ باشد. آنگاه برای رخداد $\{\tilde{D} \geq r\}$ امکان، الزام و اعتبار به صورت زیر خواهد بود:

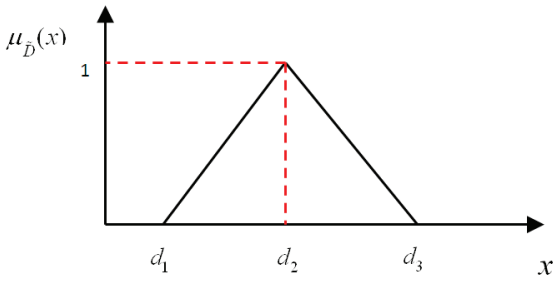
$$Pos\{\tilde{D} \geq r\} = \sup_{x \geq r} \mu_{\tilde{D}}(x) \qquad (۵)$$

$$Nec\{\tilde{D} \geq r\} = 1 - \sup_{x < r} \mu_{\tilde{D}}(x)$$

$$Cr\{\tilde{D} \geq r\} = \frac{1}{2}(Pos\{\tilde{D} \geq r\} + Nec\{\tilde{D} \geq r\})$$

در اینجا اعتبار یک رخداد فازی، میانگین امکان و الزام آن رخداد تعریف شده است. یک رخداد فازی ممکن است شکست بخورد، حتی اگر امکان رخ دادن آن برابر ۱ باشد و ممکن است اتفاق بیفتد حتی اگر الزام آن ۰ باشد. به همین دلیل معیار اعتبار از ترکیب این دو تابع استفاده می‌کند و در اصل نقش احتمال رخداد را در شرایط فازی ایفا می‌کند.

برای متغیر تقاضا از عدد فازی مثلثی که یک فرض عمومی است استفاده می‌شود. بنابراین برای تقاضا عدد فازی $\tilde{D} = (d_1, d_2, d_3)$ را درنظر گرفته و تابع عضویت و نمودار آن به صورت زیر است:




**شکل ۱. عدد فازی مثلثی**

$$\mu_{\tilde{D}}(x)=\begin{cases}\dfrac{(x-d_1)}{(d_2-d_1)} & d_1\le x\le d_2\\ 1 & x=d_2\\ \dfrac{(d_3-x)}{(d_3-d_2)} & d_2\le x\le d_3\\ 0 & otherwise\end{cases} \quad (٦)$$

بر این اساس تقاضای یک یال از $d_1$ کمتر و از $d_3$ نیز بیشتر نیست و $d_2$ معقول‌ترین مقدار برای تقاضای یال است. لذا در این مقاله تقاضای هریال را عددی فازی با تابع عضویت مثلثی به صورت $d_{ij}=(d_{1,ij},d_{2,ij},d_{3,ij})$ در نظر گرفته و بر اساس تعاریف فوق توابع امکان و الزام و اعتبار به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$Pos\{\tilde{D}\ge r\}=\begin{cases}1 & if\ r\le d_2\\ \dfrac{d_3-r}{d_3-d_2} & if\ \ d_2\le r\le d_3\\ 0 & if\ r\ge d_3\end{cases} \quad (٧)$$

$$Nec\{\tilde{D}\ge r\}=\begin{cases}1 & if\ r\le d_1\\ \dfrac{d_2-r}{d_2-d_1} & if\ \ d_1\le r\le d_2\\ 0 & if\ r\ge d_2\end{cases} \quad (٨)$$

$$Cr\{\tilde{D}\ge r\}=\begin{cases}1 & if\ \ r\le d_1\\ \dfrac{2d_2-d_1-r}{2(d_2-d_1)} & if\ d_1\le r\le d_2\\ \dfrac{d_3-r}{2(d_3-d_2)} & if\ d_2\le r\le d_3\\ 0 & if\ r\ge d_3\end{cases} \quad (٩)$$

## ٤. تعریف مسأله

این مسأله شامل به دست آوردن تعداد بهینه وسائط نقلیه و تورهای بهینه برای هر یک از وسائط نقلیه با توجه به کمینه‌سازی تابع هدف کل، شامل هزینه بکارگیری وسائط نقلیه و هزینه عبور از یال‌های شبکه تعریف شده، است. به این صورت که وسائط نقلیه در قرارگاه قرار دارند و سفر خود را جهت سرویس‌دهی به یال‌های موردنیاز[۱۲] (یال دارای زباله) آغاز می‌کنند و پس از پر شدن ظرفیت آنها، به محل سکوی تخلیه می‌روند تا ظرفیت خود را صفر کنند و دوباره سفر خود را از سکوی تخلیه آغاز کنند و به محل عملیاتی بازگردند. علاوه بر در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت، محدودیت زمانی هر یک از وسائط نقلیه نیز اهمیت دارد؛ هنگامی‌که زمان باقیمانده وسائط نقلیه صفر شود، به ناچار باید به سکوی تخلیه بازگردند و پس از خالی کردن بار خود، در نهایت به قرارگاه بازگردند. در این مقاله ناوگان وسائط نقلیه به صورت ناهمگن در نظر گرفته شده است. به این معنی که امکان استفاده از وسائط نقلیه با ظرفیت های مختلف در مدل لحاظ شده است. هنگامی‌که از یک وسیله نقلیه بزرگ استفاده می‌شود هزینه بکارگیری آن بالا است؛ اما تورهای تشکیل شده هزینه کمتری دارند. برخلاف آن هنگامی‌که از وسیله نقلیه کوچک استفاده می‌شود هزینه بکارگیری آن کمتر است، اما تورهای با هزینه بیشتر تشکیل می‌شود. مدل ارائه شده با در نظر گرفتن تمامی اندازه های واقعی برای وسائط نقلیه ترکیبی مناسب از ناوگان حمل را پیشنهاد می‌دهد.

تغییر در الگوهای جمع آوری زباله و در نتیجه ایجاد عدم قطعیت در میزان زباله‌های هر یال در این مسأله دیده شده است. به منظور پوشش عدم قطعیت تقاضا از تئوری اعتبار فازی بهره‌گیری شده است و مدل ریاضی بر این اساس ارائه شده است.

### ٤-١ تعاریف و فرضیات مدل پیشنهادی مسأله

- تابع هدف مدل ارائه شده کمینه کردن هزینه کل شامل کمینه‌سازی تعداد ناوگان حمل و نقل و تعداد وسائط نقلیه مورد نیاز جهت براوردن کل تقاضا است.

- هر یال دارای زباله، تنها توسط یک وسیله نقلیه سرویس داده

می‌شود و شکست در مسیر وجود ندارد.

– یک نقطه قرارگاه و یک سکو جهت تخلیه بار وسائط نقلیه وجود دارد.

– وسائط نقلیه از قرارگاه سفر خود را آغاز می‌کنند و پس از هربار پرشدن به سکوی تخلیه می‌روند وسپس در صورت امکان دوباره سفر خود را آغاز می‌کنند.

– وسائط نقلیه ناهمگن و شبکه گراف نامتقارن است.

– هر وسیله نقلیه در تور خود می‌تواند دارای چندین سفر باشد، که سفر اول از قرارگاه به سکوی تخلیه و سفرهای بعدی از سکوی –تخلیه به سکوی تخلیه است.

– وسائط نقلیه پس از پایان سفر (سفرهای) خود جهت کامل کردن تور به قرارگاه باز می‌گردند.

– $W_k$ بیانگر ظرفیت وسیله نقلیه k ام، $cv_k$ هزینه خرید (اجاره) وسیله نقلیه k ام است.

– هر وسیله نقلیه دارای حداکثر زمان به خدمت گرفتن است.

– زمان و هزینه طی کردن یک مسیر در بین تمامی وسائط نقلیه یکسان است.

## ٤-٢ مدل ریاضی مسأله

### مجموعه‌ها

V: مجموعه کل گره‌ها

K: مجموعه وسایل نقلیه

K': حداکثر تعداد وسایل نقلیه

n: تعداد گره‌های موجود در شبکه گراف

$P_k$: مجموعه سفرهای وسیله نقلیه k ام

$P'_k$: حداکثر تعداد سفر وسیله نقلیه k ام

E: مجموعه کل یال‌های تعریف شده در شبکه

$E_R$: مجموعه کل یال‌های دارای زباله تعریف شده در شبکه

### پارامترها

$t_{ij}$: مدت زمان عبور از یال $(i,j)\in E$ که $(i,j)\in E$

$c_{ij}$: هزینه عبور از یال $(i,j)$ که $(i,j)\in E$

$d_{ij}$: تقاضای یال $(i,j)$ که $(i,j)\in E$

$cv_k$: هزینه بکارگیری وسیله نقلیه k ام

$T_{max}$: حداکثر زمان در دسترس هر وسیله نقلیه

$W_k$: ظرفیت وسیله نقلیه k ام $k \in \{1,2,...,K'\}$

M: عدد خیلی بزرگ

### متغیرهای تصمیم

روابط ۱۰، ۱۱ و ۱۲ متغیرهای تصمیم را نشان می‌دهند.

### روابط ریاضی

در این بخش به تشریح مدل ریاضی پرداخته می‌شود:

$$Minimize\ Z1 = \sum_{(i,j)\in E}\sum_{p_k=1}^{P'_k}\sum_{k=1}^{K'} c_{ij}\, x_{ij\,p_k}$$

$$Minimize\ Z2 = \sum_{k=1}^{K'} cv_k\, u_k \qquad (۱۳)$$

$$Minimize\ Z_{total} = Z1 + Z2$$

$$x_{ij\,p_k} = \begin{cases} n & \text{اگریال } (i,j)\in E \text{ توسط وسیله نقلیه } k \text{ ام درسفر } p \text{ ام } n \text{ بار } (n\in Z^+) \text{عبور شود،} \\ 0 & \text{درغیر این صورت} \end{cases} \qquad (۱۰)$$

$$y_{j\,i\,p_k} = \begin{cases} 1 & \text{اگریال } (i,j)\in E \text{ توسط وسیله نقلیه } k \text{ ام درسفر } p \text{ ام سرویس داده شود،} \\ 0 & \text{درغیر این صورت} \end{cases} \qquad (۱۱)$$

$$u_k = \begin{cases} 1 & \text{اگر وسیله نقلیه } k \text{ ام بکار گرفته شود، بطوریکه } k\in K \\ 0 & \text{درغیر این صورت} \end{cases} \qquad (۱۲)$$

$$Subject\ to: \quad (۱٤)$$

$$\sum_{(i,j)\in E}^{n} x_{ij\,p_k} = \sum_{(j,i)\in E}^{n} x_{j\,i\,p_k} \ ,$$

$$\forall i \in V\backslash\{1,n\}, \quad \forall k \in K \ , \ \forall p_k \in P_K$$

$$\sum_{p_k=1}^{P'_k} \sum_{k=1}^{K'} (y_{ij\,p_k} + y_{j\,i\,p_k}) = 1 \ , \quad (۱٥)$$

$$\forall (i,j)\ or\ (j,i) \in E_R$$

$$C_r \left( \sum_{(i,j)\in E_R} d_{ij} y_{ij\,p_k} \le W_k \right) \ge C_r^* \quad , (۱٦)$$

$$\forall k \in K, \ \forall p_k \in P_K$$

$$y_{i\,j\,p_k} \le x_{ij\,p_k} \ , \quad (۱۷)$$

$$\forall (i,j) \in E \ , \forall k \in K, \ \forall p_k \in P_K$$

$$\sum_{p_k=1}^{P'_k} \sum_{(i,j)\in E} x_{ij\,p_k} \le M u_k \quad , \forall k \in K \quad (۱۸)$$

$$\sum_{p_k=1}^{P'_k} \sum_{(i,j)\in E} t_{ij} x_{ij\,p_k} \le T_{max} \quad , \forall k \in K \ (۱۹)$$

$$\sum_{\substack{(1,j)\in E \\ j\in V\backslash\{1,n\}}} x_{1\,j\,p_k} = u_k \quad , \forall k \in K, \ \forall p_k = 1 (۲۰)$$

$$\sum_{\substack{(j,n)\in E \\ j\in V\backslash\{1,n\}}} x_{j\,n\,p_k} = u_k \quad , \forall k \in K, \ \forall p_k = 1 (۲۱)$$

$$\sum_{\substack{(n,j)\in E \\ j\in V\backslash\{1,n\}}} x_{n\,j\,p_k} \le u_k \quad , \quad (۲۲)$$

$$\forall k \in K, \ \forall p_k \in \{2, \dots, P'_k\}$$

$$\sum_{\substack{(j,n)\in E \\ j\in V\backslash\{1,n\}}} x_{j\,n\,p_k} \le u_k \quad , \quad (۲۳)$$

$$\forall k \in K, \ \forall p_k \in \{2, \dots, P'_k\}$$

$$\sum_{i,j\in S} x_{ij\,p_k} \le 1 + n\, h_{p_k}^S \ , \quad (۲٤)$$

$$\forall S \subseteq V \setminus \{1\}; \ S \ne \emptyset; \forall k \in K, \ \forall p_k \in P_K$$

$$\sum_{i\in S} \sum_{j\ne S} x_{ij\,p_k} \ge 1 - f_{p_k}^S \ , \quad (۲٥)$$

$$\forall S \subseteq V \setminus \{1\}; \ S \ne \emptyset; \forall k \in K, \ \forall p_k \in P_K$$

$$h_{p_k}^S + f_{p_k}^S \le 1 \ , \quad (۲٦)$$

$$\forall S \subseteq V \setminus \{1\}; \ S \ne \emptyset; \forall k \in K, \ \forall p_k \in P_K$$

$$h_{p_k}^S \in \{0,1\}, \quad f_{p_k}^S \in \{0,1\} \quad , \quad (۲۷)$$

$$\forall S \subseteq V \setminus \{v_1\}; \ S \ne \emptyset; \forall k \in K$$

$$x_{ij\,p_k} \in Z^+, y_{i\,j\,p_k} \in \{0,1\} \ , u_k \in \{0,1\} \quad (۲۸)$$

$$\forall (i,j) \in E \ , \forall k \in K$$

تابع هدف دو قسمتی است، قسمت اول شامل کمینه کردن هزینه عبور از یال(i,j) توسط وسیله نقلیه k ام و قسمت دوم شامل کمینه‌کردن هزینه خرید (اجاره) وسیله نقلیه k ام است. محدودیت‌های (٤-۲) روابط موازنه جریان برای هر وسیله نقلیه است؛ به این معنی که ورودی و خروجی یال ها را کنترل می‌کند (اگر وارد گره ای شدیم باید از همان گره نیز خارج شویم). محدودیت (٤-۳) تضمین می‌کند که هر یال دارای زباله یا از ابتدا و یا از انتهای یال سرویس داده می‌شود. محدودیت (٤-٤) بیانگر محدودیت ظرفیت وسیله نقلیه k ام برای یک سطح اطمینان خاص است. محدودیت (٤-٥) بیانگر آن است که یال دارای زباله توسط وسیله نقلیه ای که از آن عبور کرده است، سرویس داده می‌شود (یا وسیله نقلیه ممکن است از یالی عبور کند ولی سرویس ندهد). محدودیت (٤-٦) بیانگر آن است که از وسیله نقلیه k ام و سفرهای چندگانه آن وقتی استفاده می‌شود که هزینه آن پرداخت گردد. محدودیت (٤-۷) نشان‌دهنده محدودیت زمانی هر وسیله نقلیه است. محدودیت‌های (٤-۸) و (٤-۹) تضمین می‌کند که سفر اول وسیله نقلیه ازقرارگاه شروع شوند و به سکوی تخلیه ختم می‌شود. محدودیت‌های (٤-۱۰) و (٤-۱۱) تضمین می‌کنند که سفرهای دوم به بعد وسایل نقلیه در صورت وجود از سکوی تخلیه آغاز و به سکوی تخلیه ختم می‌شوند. محدودیت (٤-۱۲)

تا (٤-١٤) تضمین می‌کند که هیچ زیرتوری (با توجه به ضرورت شروع سفرها از مکان تعریف شده و ختم شدن آنها به مکان تعریف شده) تشکیل نمی‌شود. محدودیت (٤-١٥) و (٤-١٦) نوع متغیرهای مسأله را مشخص می‌کند.

### ٤-٣ در نظر گرفتن سفرهای چندگانه در مدل

به منظور در نظر گرفتن این موضوع که مکان قرارگاه و مکان تخلیه متفاوت است و هر وسیله می‌تواند چندین سفر داشته باشد، یک سری سفر با اندیس $p_k$ در نظر گرفته شده است. هر وسیله در سفر اول تور خود را از قرارگاه شروع می‌کند و پس از طی چندین یال به محل تخلیه می‌رود (محدودیت (٤-٨) و (٤-٩)). وسیله نقلیه در سفرهای بعدی از محل تخلیه حرکت خود را شروع می‌کند و پس از طی چندین یال به محل تخلیه بر می‌گردد (محدودیت(٤-١٠) و (٤-١١)).

## ٥. رویکردهای پیشنهادی حل

به دلیل درجه پیچیدگی بالای مسأله و وجود عدم قطعیت در محدودیت‌های مدل پیشنهادی، حل مدل توسط روش‌های دقیق تنها در ابعاد کوچک امکان‌پذیر است. بنابراین، به منظور حل مسأله در ابعاد متوسط و بزرگ در این مقاله یک الگوریتم ابتکاری همراه با شبیه‌سازی تبرید و یک الگوریتم ژنتیک[١٣] (GA) ترکیبی ارائه شده است. در بخش‌های بعدی سازوکار و نوآوری‌های الگوریتم‌های پیشنهادی توضیح داده می‌شود.

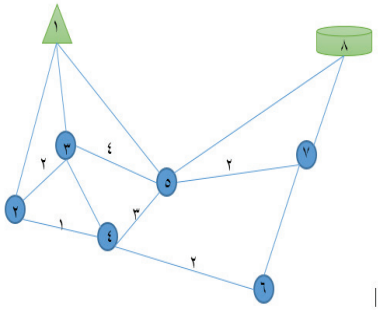
### ٥-١ نحوه نمایش جواب

به منظور نمایش جواب در این مسأله از یک رشته ابتکاری با طول متغیر استفاده شده است که درآن به ازای هر یک از سفرهای وسائط نقلیه، یک بردار در نظر گرفته شده است. در واقع این رشته تنها شامل سفرهای موجهی است که تمامی یال های موردنیاز را در بر می‌گیرد. به منظور تخصیص وسائط نقلیه به تورها از سفر اول شروع کرده و با توجه به محدودیت زمانی و محدودیت ظرفیت تا جای ممکن یال‌ها، به وسیله نقلیه اول تخصیص می‌یابد. پس از اتمام محدودیت زمانی وسیله نقلیه سفر آن به پایان می‌رسد و در سفر آخر به قرارگاه باز می گردد. سپس در صورت وجود یال موردنیاز وسیله نقلیه بعدی تخصیص داده می‌شود. به منظور ارائه درک بهتر از رشته تعریف شده مثالی در نظر گرفته شده است. این مثال شامل ٦ یال دارای تقاضا و دو وسیله نقلیه است. رشته ارائه شده حاوی جواب شامل دو بردار است. برای تفسیر جواب بردار اول را به وسیله نقلیه اول تخصیص داده، بردار دوم با توجه به محدودیت زمانی وسیله نقلیه اول به این وسیله تخصیص نیافته و به وسیله نقلیه دوم تخصیص می‌یابد. بنابراین، بردار اول مربوط به وسیله نقلیه اول است که دارای دو سفر است و بردار دوم مربوط به وسیله نقلیه دوم است.

### ٥-٢ الگوریتم ابتکاری

برای ایجاد جمعیت جواب اولیه در الگوریتم ژنتیک ترکیبی از یک الگوریتم ابتکاری تصادفی سازنده استفاده شده است؛ این الگوریتم شامل سه بخش است. در بخش اول یک جواب تصادفی

| شماره | یال | تقاضا |
|---|---|---|
| ١ | ٢-٣ | ٢ |
| ٢ | ٣-٥ | ٤ |
| ٣ | ٤-٥ | ٣ |
| ٤ | ٥-٧ | ٢ |
| ٥ | ٤-٦ | ٢ |
| ٦ | ٢-٤ | ١ |




X {i}= ( [١×١١] [١×٦] )

X {i} {١}= y {١}= [١×١١]= ٦ ٧ ٨ ٥ ٧ ٨ ١ ٢ ٤ ٥ ٤

X {i} {٢}= y {٢}= [١×٦]= ١ ٢ ٣ ٥ ٨

**شکل٢. نمایش جواب اولیه تولیدشده**

ساخته می‌شود در بخش دوم جواب تولید شده تصحیح شده و در بخش سوم جواب حاصله توسط الگوریتم شبیه‌سازی تبرید بهبود می‌یابد. و سپس به عنوان جمعیت اولیه برای الگوریتم ژنتیک ترکیبی مورد استفاده قرار می‌گیرد. نکته مورد توجه این است که پس از هر بار انتخاب یال، میزان ظرفیت وسایل نقلیه بهنگام‌سازی می‌شود. همچنین زمان باقیمانده وسائط نقلیه با توجه به در نظر گرفتن زمان رفتن از منطقه عملیاتی به سکوی تخلیه و بازگشت به منطقه عملیاتی در نظر گرفته می‌شود. وسائط نقلیه همواره از طریق کوتاه‌ترین مسیر که توسط الگوریتم دایجسترا[14] تعیین می‌شود مسیرها را پیمایش می‌کنند.

### ۵-۲-۱ الگوریتم تولید جواب اولیه

به منظور تولید جواب های اولیه از یک الگوریتم سازنده بهره‌گیری شده است. گام های الگوریتم عبارتند از:

۱- یک وسیله نقلیه را به تصادف انتخاب کنید. اولین سفر از قرار گاه آغاز می‌شود.

۲- از بین یال هایی که نقطه شروع آنها قرارگاه است k یال با کمترین فاصله تا قرارگاه را در نظرگرفته، یکی را به تصادف انتخاب کنید و به گام ۳ بروید.

۳- پس از رسیدن به راس جدید انتهای یال انتخابی، اگر یال های ضروری وجود داشته باشند به گام ٤ رفته و در غیر این‌صورت به گام ۵ بروید.

٤- از میان یال های ضروری، k یالی را که بیشترین تقاضا را دارند و محدودیت ظرفیت و زمان وسیله نقلیه امکان انتخاب آنها را می‌دهد در نظر بگیرید و یکی را به تصادف انتخاب کنید و به گام ۳ بروید. اگر یالی ضروری که دو محدودیت فوق را رعایت کند وجود نداشته باشد به گام ۵ بروید (یالی محدودیت زمان را پوشش می‌دهد که امکان عبور از آن و سپس رفتن به محل تخلیه در بازه زمانی مشخص وسیله وجود داشته باشد).

۵- از بین یال های بدون تقاضای موجود در راس مورد نظر، به تعداد k عدد یال با کمترین طول را که محدودیت زمان وسیله نقلیه را پوشش می‌دهند انتخاب نموده و یکی را به تصادف انتخاب کنید. اگر چنین حالتی وجود ندارد به مکان تخلیه بروید و سپس به گام ٦ بروید.

٦- اگر تمام یالهای ضروری پوشش داده شده باشند، به گام ۷ بروید، در غیر این‌صورت به گام ۳ بروید.

۷- الگوریتم را به اتمام برسانید. جواب حاصله را با استفاده از الگوریتم تصحیح، تصحیح کنید.

### ۵-۲-۲ الگوریتم تصحیح

به منظور تصحیح جواب‌های حاصل شده گام های زیر انجام می‌شود:

۱- به ازای هر تور، در صورتی که یال و یا یال های پی در پی بدون تقاضا در تور وجود دارد این بخش از تور را حذف کنید و کوتاه ترین مسیر موجود به دست آمده توسط الگوریتم دایجسترا بین انتها و ابتدای دو یال دارای تقاضای درون تور را جایگزین کنید.

۲- اگر در سفر موجود در تور هیچ یال ضروری وجود نداشت، سفر را حذف کنید.

۳- در تمامی سفرها اگر یک یال ضروری تکرار شده باشد و به عنوان یال واسطه نیز نباشد، آن را حذف کرده و تور را توسط الگوریتم دایجسترا تکمیل کنید.

### ۵-۲-۳ بهبود جواب با استفاده از الگوریتم شبیه سازی تبرید

به منظور بهبود جوابها از الگوریتم شبیه سازی تبرید[15] (SA) بهره برده می‌شود و تمامی جواب های اولیه به صورت جداگانه با این الگوریتم بهبود داده می‌شوند. چارچوب کلی الگوریتم به این گونه است که با یک جواب اولیه الگوریتم شروع می‌شود، پارامترهای اولیه الگوریتم شامل تعداد تکرارهای الگوریتم در هر دما (M)، مقدار دمای اولیه ($T_0$)، نرخ کاهش دما ($\alpha$)، مقدار دمای نهایی ($T_{end}$) و ثابت بولتزمن[16] (K) است که قبل از شروع جستجو مقداردهی اولیه می‌شوند، سپس یک همسایگی برای جواب اولیه در نظر گرفته شده و در صورتی‌که مقدار تابع هدف همسایه تولیدشده بهتر از تابع هدف جواب باشد، همسایه جایگزین جواب شده و در غیر این صورت مقدار تفاوت تابع جواب همسایه و جواب اولیه ($\Delta$) محاسبه شده و سپس یک عدد تصادفی در بازه صفر و یک

تولید شده با مقدار رابطه احتمال الگوریتم ($exp(-\Delta/KT)$) مقایسه می‌گردد، در صورتیکه عدد تصادفی از مقدار رابطه الگوریتم کمتر باشد، جواب بدتر پذیرفته می‌شود. در هر دما تعدادی تکرار رخ می‌دهد و پس از آن دما کاهش می‌یابد. رابطه سرمایش وکاهش دما به صورت $T \leftarrow \alpha T$ است. شرط توقف نیز رسیدن به دمای نهایی است. در این مقاله با توجه به حل سه مسأله نمونه که به تصادف انتخاب گردیدند و با روش سعی و خطا مقادیر در نظر گرفته شده برای پارامترهای الگوریتم عبارت بودند از :

$M=5,\ \alpha=0.98,\ t_0=200,\ t_{end}=1,\ K=0.8$

روش‌های جستجوی محلی استفاده شده در این الگوریتم به صورت زیر هستند:

۱- به صورت تصادفی سفری از یک وسیله نقلیه با سفری از وسیله نقلیه دیگر جا به جا شوند. تنها در صورت شدنی ماندن جواب، جواب می‌تواند کاندیدای انتخاب باشد.

۲- دو سفر به تصادف انتخاب می‌شود. اگر یال (یال‌های) مشترکی در دو سفر انتخاب شده وجود داشته باشد یکی از یال‌ها به تصادف انتخاب شده و هر دو سفر با توجه به یال انتخابی به دو بخش تقسیم شده، بخش اول سفر اول با بخش دوم سفر دوم ترکیب شده و بخش اول سفر دوم نیز با بخش دوم سفر اول تشکیل دو سفر جدید می‌دهند.

۳- دو سفر به تصادف انتخاب شده و در صورت وجود دو یال مشترک، توالی ما بین دو یال مشترک دو سفر را تعویض می‌شوند.

٤- یک یال را به تصادف در یک تور انتخاب کرده و جهت آن برعکس می‌شود.

۵- بخشی از یک سفر به تصادف انتخاب شده و جهت آنها تغییر داده می‌شوند.

## ۵-۳ الگوریتم ژنتیک ترکیبی

به منظور تولید جواب های اولیه الگوریتم ژنتیک پیشنهادی از روش ابتکاری توضیح داده شده بهره برده شده است. به این منظور با استفاده از الگوریتم ابتکاری تعدادمشخصی جواب اولیه تولید می‌گردد (۲۰۰ عدد) و از بین جواب های حاصله به اندازه تعداد جمعیت اولیه الگوریتم ژنتیک با رویکرد انتخاب جواب اولیه که در زیر بخش بعد توضیح داده می‌شود جواب‌های اولیه انتخاب می‌گردد. سپس به تعداد جمعیت مورد نیاز با استفاده از روش تورنمنت[۱۷] دو والد انتخاب شده و با استفاده از روش تقاطع[۱۸] پیشنهادی که در ادامه توضیح داده می‌شود دو جواب تولید می‌گردد. این امر تا رسیدن به تعداد مورد نظر تکرار شده سپس بر روی جواب های تولید شده با نرخ مشخص و با استفاده از عملگر جهش[۱۹] که در ادامه توضیح داده می‌شوند جهش انجام می‌گردد. در نهایت از بین کل جواب‌ها و با روش انتخاب جواب اولیه تعداد مشخصی از جواب‌ها به نسل بعد منتقل شده و بقیه جواب‌ها از بین می‌روند. در این الگوریتم عملگر جهش، همان جستجوی محلی ذکر شده در بخش قبل است.

### ۵-۳-۱ انتخاب از بین جواب های اولیه

در هنگام انتخاب جواب های اولیه دو موضوع بایستی مد نظر قرار گیرد، موضوع اول کیفیت جواب‌ها است و موضوع دوم پراکندگی جواب ها است. در صورتیکه در انتخاب جواب ها تنها به بهترین جواب‌ها توجه شود فضای جستجو کاهش یافته و الگوریتم در دام جستجوی محلی گرفتار می‌شود، برای حل این مشکل در این مقاله یک رویکرد انتخاب جواب اولیه ارائه شده است که برای این منظور گام های زیر پیشنهاد می‌گردد.

۱- دو مجموعه Q و S تعریف کنید در ابتدا این دو مجموعه تهی می‌باشند.

۲- جواب های تولید شده اولیه را در مجموعه Q بریزید و آنها را بر حسب تابع هدف از کم به زیاد مرتب کنید.

۳- بازه بین بهترین تابع هدف و بدترین تابع هدف را به n (n تعداد جواب‌هایی که بایستی انتخاب شوند) بازه مساوی تقسیم کنید.

٤- جواب‌هایی که در هر بازه به صورت منفرد قرار دارند را انتخاب کنید و آنها را به مجموع S انتقال داده و از مجموعه Q حذف کنید، اگر تعداد جواب های انتخاب شده برابر n باشد الگوریتم پایان می‌پذیرد در غیر این صورت به گام ۵ بروید.

۵- به جواب‌های باقیمانده در مجموعه Q یک مقدار نسبت دهید. این مقدار برابر معکوس تعداد جواب‌های داخل بازه جواب موردنظر است.

٦- جواب‌ها را بر حسب مقدار امتیاز از زیاد به کم مرتب کنید. و به هر جواب مقدار امتیاز تجمعی که حاصل امتیاز جواب‌های قبلی و امتیاز جواب است نسبت دهید. هر بار عددی بین صفر و مجموع امتیازها تولید کرده و جوابی که در بازه مورد نظر بود را انتخاب نموده به مجموعه S منتقل کنید.

۷- اگر مجموعه S دارای تعداد جواب اولیه کافی است الگوریتم را پایان دهید در غیر اینصورت به گام ٦ بازگردید.

### ۵-۳-۲ عملگر تقاطع

مهم‌ترین عملگر در الگوریتم ژنتیک، عملگر تقاطع است. روش‌های تقاطع پیشنهادی به صورت زیر هستند:

۱- دو والد با روش تورنمنت انتخاب می‌شوند. برای این منظور تعداد مشخصی جواب به صورت تصادفی انتخاب شده و دو جوابی که بهترین توابع هدف را دارند انتخاب می‌شوند. دو سفر به تصادف انتخاب شده و بین دو والد جابجا می‌شوند.

۲- دو والد با روش تورنمنت انتخاب می‌شوند و از آن دو، دو سفر به تصادف انتخاب می‌شود. اگر یال (یال های) مشترکی در دو سفر انتخاب شده وجود داشته باشد یکی از یال ها به تصادف انتخاب شده و هر دو سفر با توجه به یال انتخابی به دو بخش تقسیم شده، بخش اول سفر اول با بخش دوم سفر دوم ترکیب شده و بخش اول سفر دوم نیز با بخش دوم سفر اول تشکیل دو سفر جدید می‌دهند. سپس سفرهای جدید جایگزین دو سفر قبلی می‌شوند.

### ۵-۳-۳ عملگر جهش

توسط این عملگر و با نرخ ثابت Pm فرزند تولید شده توسط عملگر تقاطع، مورد جهش قرار می‌گیرد. روش‌های جستجوی محلی در بخش بهبود جواب‌های اولیه در این قسمت نیز مورد استفاده قرار می‌گیرد.

### ۵-۳-٤ تنظیم پارامترهای الگوریتم ژنتیک ترکیبی

برای تنظیم پارامترهای ژنتیک ترکیبی از روش سعی و خطا بهره برده شده و با در نظر گرفتن سناریوهای مختلف و حل سه مسأله نمونه بهترین مقادیر در نظر گرفته شدند. با توجه به موارد فوق تعداد جواب اولیه تولید شده توسط الگوریتم ابتکاری برابر ۲۰۰ درنظر گرفته شد، تعداد تولید جواب توسط عملگر تقاطع ۱۵۰ و نرخ جهش نیز برابر ۰.۱ درنظرگرفته شده است. شبه کد الگوریتم ژنتیک پیشنهادی در شکل ۳ ارائه شده است.

```
آغاز الگوریتم
//جمعیت اولیه
قراردهید K = 1
جمعیت اولیه را توسط الگوریتم ابتکاری پیشنهادی ایجاد کنید
جمعیت اولیه ایجادشده را توسط الگوریتم شبیه‌سازی تبرید بهبود دهید
مراحل بالا را با اعمال K: = K + 1 تکرار کنید
    اگر K == k_max
    متوقف شوید
خروجی: به تعداد k_max جمعیت اولیه
//تکرار اصلی
قرار دهید n=1
هنگامیکه n <= n_max
{
    یک جفت از جمعیت اولیه را انتخاب کنید (P1,P2)
    عملگر تقاطع را بر روی آنها اعمال کنید (S)
    یک عدد تصادفی در بازه [0,1] ایجاد کنید (R)؛ اگر R<Pm باشد
    عملگر جهش را بر روی S اعمال کنید
    جمعیت را بروز کنید
    قرار دهید n: = n + 1
}
هنگامیکه شرایط توقف الگوریتم برقرار آمد،
خروجی: بهترین جواب بدست آمده
پایان الگوریتم
```

**شکل۳. شبه کد الگوریتم ژنتیک ترکیبی**

### ۵-٤ تاثیر سطح اعتبار بر کیفیت جواب

به منظور تخمین میزان تقاضای یال ها از روش نظریه اعتبار فازی در این مقاله بهره برده شده است. برای این منظور یک سطح اعتبار در نظر گرفته شده و بر اساس آن مقدار تقاضای یال های موردنیاز تخمین زده می‌شود و در ادامه با توجه به تقاضای تخمین

زده شده مسیریابی انجام می‌شود. یافتن مقدار بهینه Cr نقش تعیین کننده‌ای در مقدار تابع هدف واقعی مسأله خواهد داشت. انتخاب اولیه تقاضای یال‌ها بر اساس اعتبار یک تخمین است و مسلماً ممکن است هنگامی که وسائط نقلیه قصد سرویس‌دهی تقاضای یال‌های موردنیاز را دارند، با تقاضای متفاوتی نسبت به میزان از پیش تعیین شده مواجه شوند. انتخاب مقادیر کم برای اعتبار باعث می‌گردد که مقادیر در نظر گرفته شده برای تقاضای یال‌های موردنیاز با مقدار کمینه ممکن تخمین زده می‌شود؛ این امر باعث کاهش هزینه‌های مسیرهای یافته شده می‌شود ولی امکان شکست در مسیرها به وجود می‌آید، زیرا ممکن است مقدار تخمین زده شده تقاضا از مقدار واقعی آن بیشتر باشد. (شکست به این معنی است که وسیله نقلیه برای پوشش تقاضای بقیه یال‌های موردنیاز سفر مجبور است به سکو بازگشته و تخلیه را انجام دهد.) از سوی دیگر انتخاب مقدار اعتبار بزرگ سبب می‌گردد تا برای هر یال موردنیاز حد بالایی تقاضای آن انتخاب شود، که در این صورت مسیرهای یافته شده برای مسأله در این حالت پایدار باقی مانده و امکان عدم سرویس‌دهی به تقاضای یال‌های موردنیاز رخ ندهد. در این شرایط به دلیل برآورد بیش از حد تقاضای یال‌های موردنیاز از ظرفیت وسائط نقلیه استفاده مناسب نشده و ممکن است هزینه‌های حمل و نقل افزایش یابد. به منظور یافتن بهترین مقدار اعتبار که با توجه به آن مقدار تقاضای یال‌های موردنیاز در ابتدا تخمین زده شود لازم است تا از ابزار شبیه‌سازی مونت کارلو بهره‌گیر شود.

### ۵-٤-۱ تعیین سطح اعتبار بهینه

حال به منظور یافتن مقدار بهینه پارامتر Cr از الگوریتم زیر که در مرجع [Ghaffari-Nasab et al. 2013] ارائه شده است، بهره برده می‌شود.

گام اول: برای Cr=0:0.1:1 گام های دوم تا پنجم را تکرار کنید.

گام دوم : در سطح Cr انتخاب شده تقاضای مشتریان را مشخص نموده و جواب بهینه مسأله را بیابید.

گام سوم: الگوریتم زیر برنامه تولید عدد تصادفی برای مشخص نمودن تقاضای یال‌های دارای تقاضای را اجرا کنید.

زیر برنامه تولید عدد تصادفی:

زیر گام اول: i=1

زیر گام دوم:یک عدد تصادفی $m_i$ بین حد بالا و پایین عدد فازی تقاضای یال $(i,j)$ تولید کنید، مقدار عضویت آن را f بر اساس تابع عضویت تقاضای یال $(i,j)$ را مشخص کنید.

زیر گام سوم: عدد تصادفی r را در بازه [۱و۰] تولید کنید.

زیر گام چهارم: اگر $r \le f$ بود $m_i$ را به عنوان مقدار واقعی تقاضای یال $(i,j)$ معرفی کنید و به گام ٤ بروید و در غیر این صورت به گام ۲ بروید.

زیرگام پنجم: i را یک واحد افزایش دهید. اگر $i \le n$ به زیرگام ۲ بروید و در غیر این صورت به زیرگام ٦ بروید.

زیر گام ششم: پایان.

گام چهارم: با توجه به تقاضای شبیه سازی شده یال های دارای تقاضا، هزینه تورهای بهینه در سطح Cr مشخص را به دست آورید. در این هزینه ها طول سفرها هزینه شکست های رخ داده در نظر گرفته می شوند.

گام پنجم : برای ۱۰۰۰ مرتبه گام های سوم و چهارم را انجام دهید و میانگین هزینه ها را محاسبه کنید.

گام ششم: مقدار Cr با کمترین مقدار میانگین تابع هدف را به عنوان Cr بهینه گزارش کنید.

با افزایش Cr از ۰ به سمت ۱، میزان تقاضای برنامه‌ریزی شده کاهش می‌یابد پس می توان انتظار داشت تابع هدف برنامه ریزی –شده نیزکاهش یابد. اما باافزایش Cr میزان شکست در مسیر وسائط نقلیه افزایش می یابد؛ از طرفی چون تابع هدف کل برابر جمع تابع هدف برنامه‌ریزی شده و میزان شکست مسیرها است می توان ادعا کرد که به ازای مقدار مشخصی از Cr تابع هدف کل کمینه می‌شود.

## ٦. نتایج عددی

در این بخش در ابتدا نحوه تولید مثال‌های نمونه برای مسأله مطرح توضیح داده می‌شود و سپس به بررسی سطح اعتبار بهینه پرداخته می‌شود. در ادامه چندین مسأله کوچک، متوسط و بزرگ حل شده و به بررسی الگوریتم‌های پیشنهادی پرداخته می‌شود.

### ٦-١ تولید نمونه‌های تصادفی

در ادامه به منظور بررسی کارآیی الگوریتم پیشنهادی تعداد ۱۰ مسأله در ابعاد کوچک و ۵ مسأله در ابعاد بزرگ حل شده و کیفیت جواب‌های حاصل مورد بررسی قرار می‌گیرند. اطلاعات مربوط به مسائل تولید شده در جدول ۱ ارائه شده است.

**جدول ۱. نمونه های تصادفی ایجاد شده**

| مسأله | TE | RE | AV |
|---|---|---|---|
| P1 | ٨ | ٦ | ٢ |
| P2 | ٢٠ | ١٦ | ٣ |
| P3 | ٣٥ | ٢٨ | ٣ |
| P4 | ٥٠ | ٣٣ | ٤ |
| P5 | ٧٠ | ٤٩ | ٤ |
| P6 | ٩٠ | ٥٢ | ٥ |
| P7 | ١٠٠ | ٦٢ | ٥ |
| P8 | ١٢٠ | ٧٨ | ٦ |
| P9 | ١٤٠ | ٨٥ | ٦ |
| P10 | ١٥٠ | ٩٦ | ٦ |
| P11 | ١٩٠ | ١٢٣ | ٧ |
| P12 | ٢٠٠ | ١٢٩ | ٧ |
| P13 | ٢٣٠ | ١٥٣ | ٨ |
| P14 | ٢٥٠ | ١٩٧ | ٨ |
| P15 | ٣٠٠ | ٢٢٤ | ٨ |

در این جدول ستون اول بیانگر شماره مسأله، ستون دوم بیانگر تعداد کل یال ها، ستون سوم بیانگر تعداد یال‌های دارای تقاضا و ستون چهارم بیانگر تعداد وسائط نقلیه در دسترس در هر مسأله است. به منظور تولید مسائل نمونه در فضای دوبعدی تعداد n گره در نظر گرفته شد که گره ۱ بیانگر قرارگاه و گره n بیانگر سکوی تخلیه است. سپس ماتریس یال های موجود تولید گردید. برای این منظور ابتدا فرض شد که گراف موجود گراف کامل بوده و یک ماتریس n*n با مقادیر یک در هر خانه در نظر گرفته شد. مقدار ۱ در هر خانه به معنی وجود ارتباط بین دو گره تشکیل‌دهنده یال واقع در ردیف و ستون ماتریس است. ابتدا شبکه کلی با تعداد یال‌های مشخص ایجاد شده و سپس یک مقدار برابر ۷۰٪ برای شاخص چگالی در نظر گرفته شده و به ازای هر یال موردنیاز عددی بین صفر و یک تولید می‌شود، درصورتی‌که مقدار عدد تصادفی تولید شده از مقدار ۰.۷ کمتر باشد یال انتخاب شده و در غیر اینصورت یال حذف می‌گردد. جهت تخصیص زباله، به یال‌های دارای تقاضا به مقدار d1 ابتدا یک عدد تصادفی با استفاده از توزیع یکنواخت با پارامترهای U[1,4]، تولید گردیده سپس مقدار d2 با استفاده از مقدار حاصل برای d1 و جمع آن با تابع توزیع یکنواخت با پارامترهای U[2,4] به دست آمده و مقدار d3 نیز از جمع مقدار d2 با تابع توزیع یکنواخت با پارامترهای U[2,4] به‌دست می‌آید.

### ٦-٢ نتایج عددی حاصل از تعیین سطح بهینه اعتبار

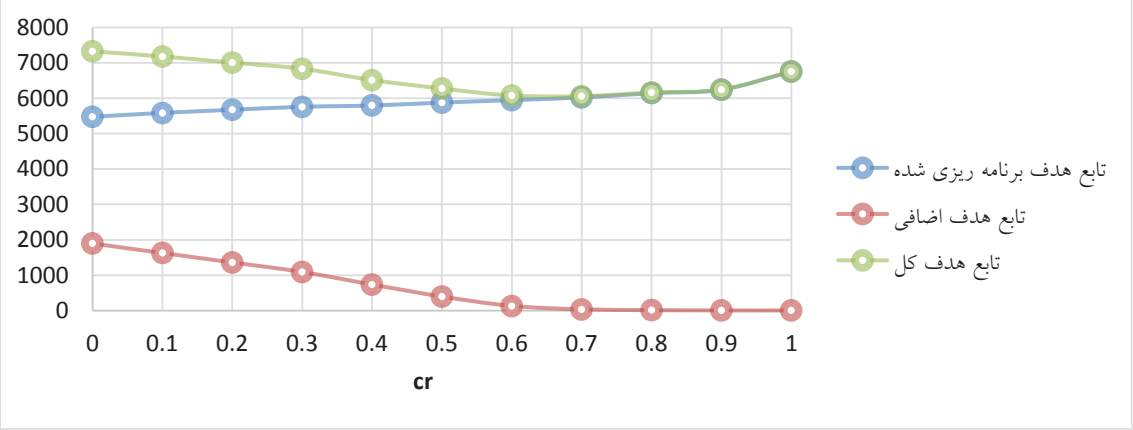
بر اساس سطح اعتبار در نظر گرفته شده برآورد تقاضای یال‌های موردنیاز و بر اساس تقاضای تخمین زده شده میزان تابع هدف بهینه برنامه ریزی شده آن برای مسائل کوچک با حل مدل ریاضی توسط حل کننده CPLEX و برای مسائل بزرگ با حل الگوریتم ژنتیک ترکیبی به دست آمد. در گام بعدی، تورهای حاصل از جواب بهینه را در نظر گرفته و با استفاده از الگوریتم زیر بخش ٥-٤-١ تقاضای واقعی یال‌ها تولید گردید و تابع هدف مسأله با توجه به شکست‌های رخ داده محاسبه گردید. تولید تقاضای واقعی و محاسبه هزینه حاصله ۱۰۰۰ مرتبه تکرار گردید و میانگین ۱۰۰۰ بار شبیه‌سازی به عنوان هزینه مسئله در سطح اعتبار معین در نظر گرفته شد. و بر اساس میانگین حاصل از میانگین هزینه های مسائل در نظر گرفته شده سطح بهینه اعتبار تعیین گردید. جدول ۲ نتایج حاصل از حل بهینه و شبیه سازی را نشان می‌دهد. در این جدول تابع هدف برنامه ریزی شده با (P)، تابع هدف اضافی ناشی از شکست با (A) و تابع هدف کل با (T) نشان داده شده است.

**جدول ۲. نتایج محاسباتی به دست آمده از حل مسائل با ابعاد کوچک**

| مسأله | Cr | ۰ | ۰,۱ | ۰,۲ | ۰,۳ | ۰,٤ | ۰,٥ | ۰,٦ | ۰,۷ | ۰,۸ | ۰,۹ | ۱ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| P1 | P | ٨٦٥ | ٨٧٥ | ٨٨٦ | ٨٨٦ | ٨٨٠ | ٩٠٢ | ٩١٤ | ٩٢٣ | ٩٣٥ | ٩٣٥ | ٩٤٨ |
| | A | ٦٤٥ | ٤٩٢ | ٤١١ | ٣٤٦ | ٢٠٥ | ١٣٤ | ٨٦ | ٢١ | ١٢ | ٧ | ٠ |
| | T | ١٥١٠ | ١٣٦٧ | ١٢٩٧ | ١٢٣٢ | ١٠٨٥ | ١٠٣٦ | ١٠٠٠ | ٩٤٤ | ٩٤٧ | ٩٤٢ | ٩٤٨ |
| P2 | P | ١٣٢٥ | ١٣٨٨ | ١٣٩٤ | ١٤١٢ | ١٦٢٣ | ١٥٤٢ | ١٥٤٢ | ١٦٢٠ | ١٧٢٣ | ٢١٧٥ | ٣١١٤ |
| | A | ١٠١٤ | ٩١٦ | ٨٧٦ | ٦٤٨ | ٥٢٤ | ٢٨٢ | ٢٨٢ | ٦٤ | ٢٢ | ٩ | ٠ |
| | T | ٢٣٣٩ | ٢٣٠٤ | ٢٢٧٠ | ٢٠٦٠ | ٢١٤٧ | ١٨٢٤ | ١٨٢٤ | ١٦٨٤ | ١٧٤٥ | ٢١٨٤ | ٣١١٤ |
| P3 | P | ١٣٨٤ | ١٣٩٩ | ١٤٢٥ | ١٤٢٥ | ١٥٣١ | ١٦٢٤ | ١٧٣٤ | ١٧٣٤ | ١٩٨٠ | ٢٢٦٣ | ٣٢٢١ |
| | A | ١١١٩ | ١٠٢٨ | ٩٢٥ | ٥٨٨ | ٤٢٩ | ٣٧٤ | ١٤١ | ٨٥ | ٣٨ | ٠ | ٠ |
| | T | ٢٥٠٣ | ٢٤٢٧ | ٢٣٥٠ | ٢٠١٣ | ١٩٦٠ | ١٩٩٨ | ١٨٧٥ | ١٨١٩ | ٢٠١٨ | ٢٢٦٣ | ٣٢٢١ |
| P4 | P | ٢٩٤٠ | ٣١٠٤ | ٣٣٠٠ | ٣٤٤٦ | ٣٢٥٨ | ٣٢٨٥ | ٣٣٧٠ | ٣٥١٨ | ٣٦٢٠ | ٣٥٠٧ | ٤١٤٠ |
| | A | ١٢١٠ | ١١٥٥ | ٩٥١ | ٨٧٣ | ٥٢٩ | ٤٤٤ | ١٢٥ | ٤٨ | ١٦ | ٠ | ٠ |
| | T | ٤١٥٠ | ٤٢٥٩ | ٤٢٥١ | ٤٣١٩ | ٣٧٨٧ | ٣٧٢٩ | ٣٤٩٥ | ٣٥٦٦ | ٣٦٣٦ | ٣٥٠٧ | ٤١٤٠ |
| P5 | P | ٣١٤٦ | ٣٥٠٤ | ٣٥٢٧ | ٣٦٤٢ | ٣٦٩٠ | ٣٧٨٠ | ٣٦٥٤ | ٣٧٢٣ | ٣٧٢٣ | ٣٩١٤ | ٤٧١٢ |
| | A | ١٢٥٠ | ١٢٠٢ | ٩٠٨ | ٨٧٨ | ٧٨٠ | ٣٠١ | ١١٨ | ٥١ | ٢٠ | ٠ | ٠ |
| | T | ٤٣٩٦ | ٤٧٠٦ | ٤٤٣٥ | ٤٥٢٠ | ٤٤٧٠ | ٤٠٨١ | ٣٧٧٢ | ٣٧٧٤ | ٣٨٤٣ | ٣٩١٤ | ٤٧١٢ |
| P6 | P | ٤٤٩٠ | ٤٥٧٨ | ٤٦١٩ | ٤٧٤٢ | ٤٦٧٠ | ٤٨٩١ | ٥٠٠٣ | ٤٩١٥ | ٥١٤٢ | ٥٢٣٨ | ٦١٨٠ |
| | A | ١٧٠٩ | ١٤٥٠ | ١٣٦٢ | ٨٧٩ | ٦٤٠ | ٥٩٤ | ٢٤٨ | ١٨٣ | ٤٦ | ٠ | ٠ |
| | T | ٦١٩٩ | ٦٠٢٨ | ٥٩٨١ | ٥٦٢١ | ٥٣١٠ | ٥٤٨٥ | ٥٢٥١ | ٥٠٩٨ | ٥١٨٨ | ٥٢٣٨ | ٦١٨٠ |
| P7 | P | ٥٤٥٠ | ٥٥٨٦ | ٥٧٠٢ | ٥٧٩٠ | ٥٧٢٢ | ٥٨٧٥ | ٥٨٧٥ | ٥٨٧٥ | ٦٠٠١ | ٦٠٦٤ | ٦٢٢٠ |
| | A | ١٩٥٠ | ١٧٢٨ | ١٥٨٥ | ١٢٠٦ | ٥٩٦ | ١٢٢ | ٤٦ | ١٩ | ٠ | ٠ | ٠ |
| | T | ٧٤٠٠ | ٧٣١٤ | ٧٢٨٧ | ٦٩٩٦ | ٦٣١٨ | ٥٩٩٧ | ٥٩٢١ | ٥٨٩٤ | ٦٠٠١ | ٦٠٦٤ | ٦٢٢٠ |
| P8 | P | ٦٢٨٢ | ٦٣٣٤ | ٦٣٣٤ | ٦٥٨٠ | ٦٧١٩ | ٦٧١٩ | ٦٥٩٤ | ٦٧٦٢ | ٦٩٥٤ | ٧١٠٥ | ٧١٠٥ |
| | A | ٢٠٤٦ | ١٨٨٥ | ١٦٠٢ | ١٥٢٢ | ٨٤٠ | ٤٣٦ | ١٧٢ | ٤١ | ٠ | ٠ | ٠ |
| | T | ٨٣٢٦ | ٨٢١٩ | ٧٩٣٦ | ٨١٠٢ | ٧٥٥٩ | ٧١٥٥ | ٦٧٦٦ | ٦٨٠٣ | ٦٩٥٤ | ٧١٠٥ | ٧١٠٥ |
| P9 | P | ٦٥٣٧ | ٦٥٩٠ | ٦٨٧٠ | ٦٩٤٤ | ٧١٢٣ | ٧٠٥٦ | ٧٠٥٦ | ٧٠٥٦ | ٧٢٧٤ | ٧٣١٨ | ٧٩٨٦ |
| | A | ٢٢١٥ | ١٨٦١ | ١٥٤٨ | ١٣٧١ | ٩٢٣ | ٧٥٠ | ٢٤٣ | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ |
| | T | ٨٧٥٢ | ٨٤٥١ | ٨٤١٨ | ٨٣١٥ | ٨٠٤٦ | ٧٨٠٦ | ٧٢٩٩ | ٧٠٥٦ | ٧٢٧٤ | ٧٣١٨ | ٧٩٨٦ |
| P10 | P | ٦٩٩١ | ٧٠٧٣ | ٧٢١١ | ٧٤٠٥ | ٧٥٣٦ | ٧٥٣٦ | ٧٦٢٤ | ٧٨١٥ | ٧٨١٥ | ٧٩٤٨ | ٨٧٣٤ |
| | A | ٢٣٢٩ | ٢٠١٨ | ١٧٤٠ | ١٥٩٢ | ١١٠٦ | ٦٧٦ | ١٤٥ | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ |
| | T | ٩٣٢٠ | ٩٠٩١ | ٨٩٥١ | ٨٩٩٧ | ٨٦٤٢ | ٨٢١٢ | ٧٧٦٩ | ٧٨١٥ | ٧٨١٥ | ٧٩٤٨ | ٨٧٣٤ |
| P11 | P | ٧٤٥٠ | ٧٤٨٢ | ٧٤٨٢ | ٧٦٤٢ | ٧٨٢٩ | ٨٠٠٣ | ٨٢٢٦ | ٨٤٤ | ٨٦٨١ | ٨٦٨١ | ٨٨٩٣ |
| | A | ٢١٣٦ | ١٧٨٦ | ١٥٨٣ | ١١٦٢ | ٩٧٩ | ٤٥٠ | ١٠٣ | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ |
| | T | ٩٥٨٦ | ٩٢٦٨ | ٩٠٦٥ | ٨٨٠٤ | ٨٨٠٨ | ٨٤٥٣ | ٨٣٢٩ | ٨٤٤٤ | ٨٦٨١ | ٨٦٨١ | ٨٨٩٣ |
| P12 | P | ٨٢٢١ | ٨٤١٣ | ٨٥٦٥ | ٨٧٣٣ | ٨٧٣٣ | ٨٧٣٣ | ٨٩١٤ | ٩٠٥١ | ٩١١٩ | ٩١١٩ | ٩١١٩ |
| | A | ٢٣٨٧ | ١٨٤٠ | ٩٥٦ | ٧٨٢ | ٥٣٢ | ٢١١ | ٨٧ | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ |
| | T | ١٠٦٠٨ | ١٠٢٥٣ | ٩٥٢١ | ٩٥١٥ | ٩٢٦٥ | ٨٩٤٤ | ٩٠٠١ | ٩٠٥١ | ٩١١٩ | ٩١١٩ | ٩١١٩ |

**ادامه جدول ۲. نتایج محاسباتی به دست آمده از حل مسائل با ابعاد کوچک**

| مسأله | Cr | ۰ | ۰,۱ | ۰,۲ | ۰,۳ | ۰,٤ | ۰,٥ | ۰,٦ | ۰,۷ | ۰,۸ | ۰,۹ | ۱ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| P13 | P | ۸٥۳۱ | ۸۷۰٤ | ۸۷۹٥ | ۸۷۹٥ | ۸۷۹٥ | ۸۹۸٤ | ۹۱۲٥ | ۹۰۰۲ | ۹۰۰۲ | ۹۱۸۲ | ۹۹۹٦ |
| | A | ۲٥٥٤ | ۲۱٦۰ | ۱۷٥۲ | ۱۳۰۰ | ۸۱٤ | ٥٤۹ | ۱۲۸ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ |
| | T | ۱۱۰۸٥ | ۱۰۸٦٤ | ۱۰٥٤۷ | ۱۰۰۹٥ | ۹٦۰۹ | ۹٥۳۳ | ۹۲٥۳ | ۹۰۰۲ | ۹۰۰۲ | ۹۱۸۲ | ۹۹۹٦ |
| P14 | P | ۹۰٤٥ | ۹۱٦۹ | ۹۲۳۸ | ۹۲۳۸ | ۹۱٥۸ | ۹۳٤۹ | ۹٥۲۰ | ۹٥۹٤ | ۹۷۱۲ | ۹۷۱۲ | ۱۰٤۸۲ |
| | A | ۲٦۷٤ | ۲۳۲۲ | ۱۹۹۲ | ۱٥۳۱ | ۹۰٥ | ۲۳٦ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ |
| | T | ۱۱۷۱۹ | ۱۱٤۹۱ | ۱۱۲۳۰ | ۱۰۷٦۹ | ۱۰۰٦۳ | ۹٥۸٥ | ۹٥۲۰ | ۹٥۹٤ | ۹۷۱۲ | ۹۷۱۲ | ۱۰٤۸۲ |
| P15 | P | ۹٤۱۱ | ۹٥٥۳ | ۹۷۰٦ | ۹٦٦۱ | ۹٦۰٦ | ۹۸٤۲ | ۱۰۰۲۳ | ۱۰۲۹۱ | ۱۰٤٤۸ | ۱۰٤٤۸ | ۱۰٤٤۸ |
| | A | ۲٥۱٥ | ۲۰۷٥ | ۱۸۰٤ | ۱٤٤۹ | ۱۰۰٦ | ٤۱۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ |
| | T | ۱۱۹٦۲ | ۱۱٦۲۸ | ۱۱٥۱۰ | ۱۱۱۰ | ۱۰٦۱۲ | ۱۰۲٥۲ | ۱۰۰۲۳ | ۱۰۲۹۱ | ۱۰٤٤۸ | ۱۰٤٤۸ | ۱۰٤٤۸ |
| میانگین (P) | | ٥٤۷۱,۲ | ٥٥۸۳ | ٥٦۷۰ | ٥۷٥٦ | ٥۷۹۲ | ٥۸۷٤,۷ | ٥۹٤٤,۹ | ٦۰۲۱,٥ | ٦۱٤۱,۹ | ٦۲٤۰,٦ | ٦۷٥۳,۲ |
| میانگین (A) | | ۱۸۹٥,۹ | ۱٦۲٦ | ۱۳٦۰ | ۱۰۹۰ | ۷۳٤,۲ | ۳۹٤,٦٤ | ۱۲۸,٥ | ۳۳,۱٤۳ | ۹,۸٥۷۱ | ۱,۱٤۲۹ | ۰ |
| میانگین (T) | | ۷۳۲۱,٤ | ۷۱۷۸ | ۷۰۰۳ | ٦۸۳۱ | ٦٥۱۲ | ٦۲۷۲,۷ | ٦۰۷۳,۲ | ٦۰٥٥,۷ | ٦۱٥۸,۹ | ٦۲٤۱,۷ | ٦۷٥۳,۲ |




**نمودار ۱. تغییرات تابع هدف کل براساس Cr های مختلف**

همان‌گونه که در نمودار ۱ مشخص است با افزایش اعتبار میانگین تابع هدف کاهش می‌یابد این روند تا سطح اعتبار ۰/۷ ادامه می‌یابد و کمترین میزان تابع هدف در این سطح رخ می‌دهد سپس با افزایش سطح اعتبار میزان میانگین تابع هدف افزایش می‌یابد. با توجه به نتایج حاصله سطح بهینه اعتبار (Cr*)برابر با ۰/۷ در نظر گرفته شد.

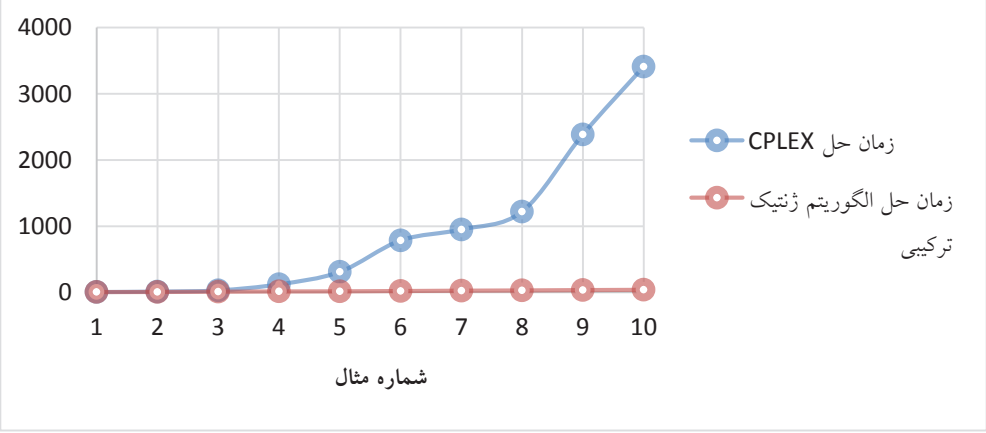
## ۶-۳ بررسی کارآیی الگوریتم پیشنهادی

حال به منظور ارزیابی کارآیی الگوریتم ژنتیک ترکیبی، نتایج الگوریتم ژنتیک ترکیبی برای ۱۰ مسأله با ابعاد کوچک تولید شده را با حل‌کننده CLPEX در سطح اعتبار بهینه آنها (Cr=۰/۷) مورد مقایسه قرار می‌گیرد. خلاصه نتایج این مقایسه در جدول ۳ آمده است.

همانگونه که مشخص است میزان خطا در روش الگوریتم ژنتیک ترکیبی نسبت به روش دقیق به طور متوسط حدودا برابر با ۱/۶٪ است که این میزان خطا توانایی الگوریتم در یافتن جواب های مناسب را نشان می‌دهد. از نظر زمان حل، به طور میانگین میزان زمان مورد نیاز برای حل مسئله در ابعاد کوچک برای روش دقیق در حدود ۹۲۲ ثانیه است. زمان لازم برای حل مسئله برای الگوریتم پیشنهادی در حدود ۱۶ ثانیه است. این اطلاعات نشان دهنده سرعت بسیار مناسب الگوریتم ژنتیک ترکیبی پیشنهادی است. در نمودار ۲ زمان حل CPLEX و الگوریتم ژنتیک ترکیبی برای مسائل مختلف نشان داده شده است.

جدول ۳. مقایسه خروجی الگوریتم جستجوی ژنتیک ترکیبی و روش CPLEX

| مسأله | CPLEX | | Hybrid Genetic | | درصد انحراف |
|---|---|---|---|---|---|
| | $(Z*)$ | زمان حل (ثانیه) | $(Z_{best})$ | زمان حل (ثانیه) | $(Z*, Z_{best})$ |
| P1 | ۹۲۳ | ۳,۵۰ | ۹۳۰ | ۲,۳۰ | ۰,۷۵ |
| P2 | ۱۶۲۰ | ۱۰,۵٤ | ۱٦۳۸ | ۳,٦۰ | ۱,۱۰ |
| P3 | ۱۷۳٤ | ۲۸,۷۲ | ۱۷۸۰ | ۵,۸۹ | ۲,۵۸ |
| P4 | ۳۵۱۸ | ۱۲۰,۳۳ | ۳۵۷٦ | ۹,۹۰ | ۱,٦۲ |
| P5 | ۳۷۲۳ | ۳۰۸,٦۸ | ۳۸۰۵ | ۱۳,۸۲ | ۲,۱٦ |
| P6 | ٤۹۱۵ | ۷۸۳,٤۳ | ۵۰۲٤ | ۱۵,۹۸ | ۲,۱۷ |
| P7 | ۵۸۷۵ | ۹٤۹,٦۰ | ۵۹۱۸ | ۲۱,٤۱ | ۰,۷۳ |
| P8 | ٦۷٦۲ | ۱۲۲۰,۱۸ | ٦۸۷۱ | ۲۵,۲۲ | ۱,۵۹ |
| P9 | ۷۰۵٦ | ۲۳۸۵,۸۲ | ۷۲۳۸ | ۲۹,۸٦ | ۲,۵۱ |
| P10 | ۷۸۱۵ | ۳٤۱۰,۸۵ | ۷۸۸۹ | ۳۵,۰٤ | ۰,۹٤ |
| میانگین | ٤۳۹٤,۱۰ | ۹۲۲,۱٦ | ٤٤٦٦,۹۰ | ۱٦,۳۰۲ | ۱,٦۱ |




نمودار ۲. مقایسه زمان حل CPLEX و الگوریتم ژنتیک ترکیبی

## ۷. مطالعه موردی

برای انجام مطالعه موردی با توجه به دسترسی به داده‌ها، ناحیه سپاهان‌شهر اصفهان انتخاب گردید. این ناحیه واقع در جنوب غربی شهر اصفهان به مساحت ٤۰۰ هکتار است. سیستم جمع‌آوری زباله شهری در این ناحیه به دو صورت در شب های فرد و زوج به استثنای جمعه شب است. به این صورت که هر خیابان که می‌تواند بیانگر یال باشد، هفته‌ای سه بار سرویس‌دهی می‌شود (البته برخی از یال‌های که بیانگر خیابانهای اصلی هستند، هر شب سرویس‌دهی می‌شوند). در واقع بعضی یال های ضروری فقط در روزهای زوج و باقی آنها فقط در شب های فرد سرویس‌دهی می‌شوند. براساس اطلاعات به دست آمده این ناحیه توسط دو وسیله نقلیه سرویس‌دهی می‌شود و در روزهای شنبه دچار مشکلات ناشی از عدم وجود اطلاعات کافی از میزان تقاضا هستند. هریک از وسایل نقلیه جمع‌آوری زباله هر شب به جز جمعه شب ها مشغول به کارند و دارای محدودیت زمانی به اندازه ۵ ساعت و ظرفیت ۳ تن هستند. هدف ما تعیین مجموعه مسیرها و توالی با توجه به کمینه کردن کل مسافت طی‌شده است. بنابراین برای یک شب از هفته مسأله مسیریابی کمان ظرفیت‌دار را با توجه به داده‌های در

دست پیاده‌سازی می‌کنیم.

حال با در دست داشتن اطلاعات قسمتی از بخش سپاهان‌شهر که در شکل (٤) مشخص شده است، می‌توانیم شبکه گراف آن را رسم کنیم. این بخش به‌طور کلی فقط در روزهای زوج و توسط یک وسیله نقلیه سرویس‌دهی می‌شود.

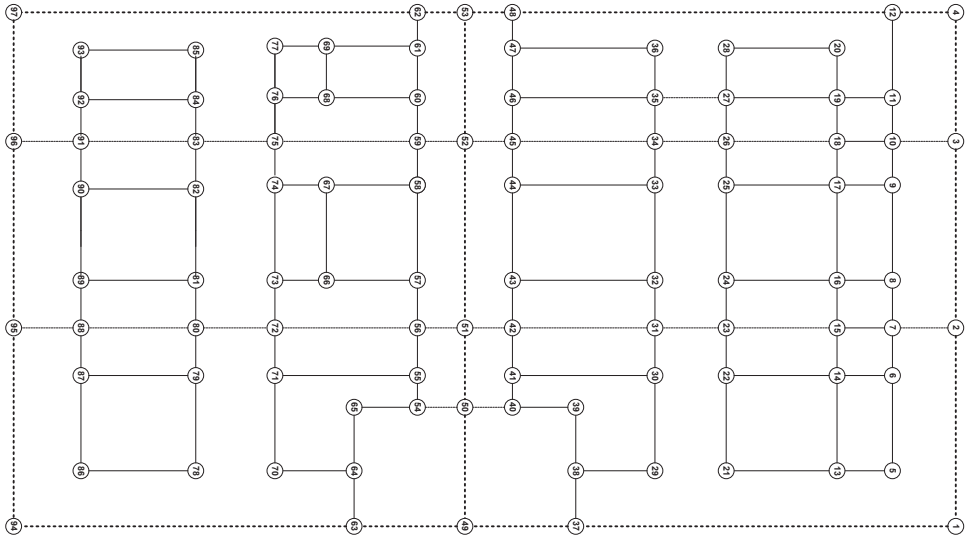
سپس مسأله را بر اساس نظریه اعتبار فازی توسط الگوریتم ژنتیک ترکیبی حل می‌کنیم و با حالت قطعی آن مقایسه می کنیم. نتایج به دست آمده در جدول (٤) نشان داده شده است، که تابع هدف به صورت مجموع مسافت پیموده‌شده (TD) به دست می‌آید. تعداد وسایل نقلیه استفاده‌شده را نیز با UV مشخص می‌کنیم.

با توجه به جدول ٤ مقدار سطح اعتبار بهینه برابر با ۰.۵ به دست آمده است و تعداد وسیله نقلیه استفاده شده جهت پوشش منطقه عملیاتی بر اساس شکل ٤ نیز برابر با یک وسیله نقلیه به دست آمده است. در واقع این سیاست بهینه جهت سرویس دهی ناحیه مشخص شده در روز شنبه است که میزان زباله جمع آوری شده دارای عدم قطعیت است.

یکی از نکات جالب توجه این است که حدوداً ٦۰٪ از کل مسافت طی‌شده مربوط به جابه‌جایی وسایل نقلیه از منطقه عملیاتی به سکوی –تخلیه و بازگشت ازسکوی تخلیه به منطقه عملیاتی است. بنابراین از جمله پیشنهادات منتج از این بررسی جهت بهبود سیاست فعلی شهرداری این است که به جای استفاده از سکوی تخلیه ثابت از سکوهای سیار در مناطق عملیاتی استفاده شود؛ که این کار نیاز به تعیین مکان و تعداد بهینه این سکوها دارد.

## ۸. نتیجه گیری

مسیریابی و تخصیص بهینه وسائط نقلیه در مسائل مسیریابی کمان ظرفیت‌دار، یکی از تصمیم‌گیری‌های مهم سازمانهایی هم چون شهرداری‌ها در بحث جمع‌آوری زباله شهری است؛ چرا



**شکل ٤. گراف بخش مشخص شده در مطالعه موردی**

**جدول ٤. نتایج به دست آمده از مطالعه موردی**

| توابع هدف | حالت قطعی | CR ۰ | ۰,۱ | ۰,۲ | ۰,۳ | ۰,٤ | ۰,۵ | ۰,٦ | ۰,۷ | ۰,۸ | ۰,۹ | ۱ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| P(TD) | – | ۱۰۸,۱ | ۱۱۲,٤ | ۱۱۷,٦۵ | ۱۲٤,۱ | ۱۲٤,۱ | ۱۲٤,۱ | ۱۳۲,۳ | ۱٤۹,۳ | ۱٦۲ | ۱٦۲ | ۱۷۰,٦ |
| A(TD) | – | ۷٦,۹۵ | ۷۳,۸ | ٦۹,۵ | ٤۳,۹ | ۳۸,٦۵ | ۳٦,۹ | ۳٤,٦ | ۱٦,۵ | ۰ | ۰ | ۰ |
| T(TD) | ۱۲۲,۹ | ۱۸۵,۰۵ | ۱۸٦,۲ | ۱۸۷,۱۵ | ۱٦۸ | ۱٦۲,۷۵ | ۱٦۱ | ۱٦٦,۹ | ۱٦۵,۸ | ۱٦۲ | ۱٦۲ | ۱۷۰,٦ |
| UV | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ | ۲ | ۲ | ۲ | ۲ |

که با تخصیص بهینه وسائط نقلیه و به دنبال آن مسیریابی بهینه می‌توانند درصد مهمی از هزینه‌های مرتبط را کاهش دهند. در حقیقت با در نظرگرفتن کوچه‌ها و خیابانهای اصلی به عنوان یک یال در شبکه گراف، بررسی و تخصیص تقاضا به یال‌ها و در نظر گرفتن هزینه عبور از آنها می‌توان مسأله موردنظر را حل و سیاست بهینه را تعیین کنیم.

در این مقاله یک مدل خطی عدد صحیح مختلط برای بررسی مسأله مسیریابی کمان ظرفیت دار مرتبط با جمع‌آوری زباله ارائه کردیم که بر تعیین مسیر سرویس‌دهی بهینه، تعداد وسیله نقلیه موردنیاز با درنظر گرفتن شرایط عدم قطعیت برای پارامتر تقاضا به صورت فازی متمرکز شده است.

جهت حل مسأله بر اساس تئوری اعتبار فازی از یک الگوریتم ژنتیک ترکیبی پیشنهادی به همراه شبیه سازی احتمالی مونت کارلو استفاده شد که با توجه به نتایج به دست آمده از کارآیی بالایی برخوردار است. در نهایت در پایان مقاله یک مطالعه موردی در اصفهان انجام شد و سیاست بهینه و پیشنهادات حاصل تعیین گردید.

## ۹. پی نوشتها

1- Node Routing Problem
2- Vehicle Routing Problem
3- Arc Routing Problem
4- Capacitated Arc Routing Problem
5- Depot
6- Fuzzy Credibility Theory
7- Periodic Capacitated Arc Routing Problem
8- Sectoring Arc Routing Problem
9- Possibility
10- Necessity
11- Credibility
12- Required Edge
13- Genetic algorithm
14- Dijkstra
15- Simulated annealing
16- Boltzmann constant
17- Tournament selection
18- Crossover
19- Mutation

## ۱۰. مراجع


-توکلی مقدم،رضا، محمود سلطانی، فرزاد و محمودآبادی، عباس (۱۳۹۲) " توسعه مدل ریاضی مسأله مسیریابی حمل و نقل مواد سوختی تحت شرایط فازی – مطالعه موردی"، فصلنامه مهندسی حمل و نقل، سال چهارم، شماره سوم، بهار.

-مطیعیان، حمید، سعدی مسگری، محمد، نعیمی، احید (۱۳۹۱) "بهینه سازی مسیر تردد سرویس‌های حمل و نقل یک شرکت با استفاده از خوشه بندی و الگوریتم ژنتیک"، فصلنامه مهندسی حمل و نقل، سال سوم، شماره چهارم، تابستان ۱۳۹۱

- مهدوی،ایرج، توکلی مقدم، رضا و قاضی زاده هاشمی، سید مصطفی (۱۳۸۸) " مسیریابی وسائط نقلیه و تعیین تعداد ماشین‌های جمع آوری زباله با استفاده از یک روش فرا ابتکاری– یک مطالعه موردی"، پژوهشنامه حمل و نقل، سال هفتم، شماره اول، بهار.

-Beltrami, E. and Bodin, L. D. (1974) “Networks and vehicle routing for municipal waste collection”, Networks, 4, pp.65-94.

- Bautista, J., Fernández, E. and Pereira, J. (2008) "Solving an urban waste collection problem using ants heuristics", Computers and Operations Research, 35, pp.3020-3033.

-Bing, X. Keizer, M. Bloem hof-Ruwaard, J. and van der Vorst, J. (2014)” Vehicle routing for the eco-efficient collection of household plastic waste”, Waste Management, 34(4), pp.719–729.

-Chu, F., Labadi, N. and Prins, C. (2005). “Heuristics for the periodic capacitated arc routing problem”, Journal of Intelligent Manufacturing, 16, pp.243-251.

- Filippi, C. and Del Pia, A. (2006) "A variable neighborhood descent algorithm for a real waste collection problem with mobile depots". International Transactions in Operational Research, 13: pp.125–141.

-Fischetti, M., Salazar Gonz´alez, J. J. and Toth, P. (1997) "Branch-and-cut algorithm for the symmetric generalized traveling salesman problem", Operations Research, No. 45, pp. 378-394.

-Ghaffari-Nasab, N., Ahari, S. G. and Ghazanfari, M. (2013) "A hybrid simulated annealing based heuristic for solving the location-routing problem with fuzzy demands", Scientia Iranica, 20(3), pp.919-930.

-Kaufman, A. (1975) "Introduction to the theory of fuzzy subsets", Academic Press, New York.

-Hemmelmayr, V., Doerner, K. F., Hartl, R. F. and Rath, S. (2013) "A heuristic solution method for node routing based solid waste collection problems", Journal of Heuristics, 19(2), pp.129-156.

-Liu, B. (2004) "Uncertain theory: An introduction to its axiomatic foundations", Springer, Berlin.

-Li, J., Borenstein, D. and Mirchandani, P. B. (2008) "Truck scheduling for solid waste collection in the city of Porto Alegre, Brazil", Omega-International Journal of Management Science, 36(6), pp.1133-1149.

-Markov, I., Varone, S., de Genève, H. E. D. G. and Bierlaire, M. (2014) "Vehicle routing for a complex waste collection problem", Presented at 14th. Swiss Transport Research Conference, Monte Verita, Ascona, \may 14-16, 2014.

-Mourao, M. C., Nunes, A. C. and Prins, C. (2009) "Heuristic methods for the sectoring arc routing problem", European Journal of Operational Research, 196(3), pp.856-868.

-Nahmias, S. (1978) ''Fuzzy variables'', Fuzzy Sets and Systems, 1, pp. 97–110.

-Ogwueleka T. Ch. (2009) "Municipal solid waste characteristics and management in Nigeria". Iranian Journal of Environmental Health Science and Engineering, 6(3), pp.173-180.

-Polacek, M., Doerner, K., Hartl, R., and Maniezzo, V. (2007). "A variable neighborhood search for the capacitated arc routing problem with intermediate facilities", Journal of heuristics, NA: NA.

- Simonetto, E. D. O. and Borenstein, D. (2007) "A decision support system for the operational planning of solid waste collection", Waste Management, 27, pp.1286-1297.

-Zadeh, L.A. (1965) ''Fuzzy sets'', Information and Control, 8, pp. 338–353.

-Zadeh, L.A. (1975) ''The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning'', Information Sciences, 8, pp. 199–251.