

## یک مدل برنامه ریزی ریاضی احتمالی برای مکان‌یابی هاب‌های مجازی در شبکه حمل و نقل خطوط هوایی تحت یک مدل صف $M/M/C/K$

صابر شیرپور (مسئول مکاتبات)، استادیار، دانشکده فنی و مهندسی گرمسار، دانشگاه گرمسار، گرمسار، ایران

E-mail: s.shiripour@fmgarmsar.ac.ir

پذیرش: ۱۴۰۰/۰۳/۱۹

دریافت: ۱۳۹۹/۱۲/۰۶

### چکیده

در این مقاله، یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی احتمالی برای مکان‌یابی هاب‌های مجازی در یک شبکه حمل و نقل خطوط هوایی در یک محیط پویا و با در نظر گرفتن محدودیت‌های ظرفیتی هاب‌های اصلی و مجازی بررسی می‌شود. هدف، تعیین مکان‌های بهینه برای استقرار هاب‌های مجازی از میان مکان‌های نامزد و طراحی یک شبکه هاب مجازی بهینه برای تخصیص جریان تقاضای بین گره‌ها به هر هاب در طول افق برنامه‌ریزی می‌باشد بطوریکه مجموع هزینه‌های حمل و نقل در مسیرهای متفاوت و هزینه‌های مکان‌یابی هاب‌های مجازی در طول افق برنامه‌ریزی کمینه گردد. در اینجا، محدودیت‌های ظرفیتی با استفاده از یک مدل صف  $M/M/C/K$  در مدل اعمال شده‌اند. همچنین، مقدار تقاضای گره‌های متقاضی بصورت نامعین و سناریو محور در نظر گرفته شده‌اند. مساله پیشنهادی به صورت یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی بهینه‌سازی استوار غیرخطی فرمول‌بندی و با استفاده از نرم افزار بهینه‌سازی LINGO حل شده است. اثر بخشی مدل پیشنهادی و حساسیت آن نسبت به پارامترهای مختلف با استفاده از یک مجموعه اطلاعات شناخته شده CAB بررسی شده است.

کلمات کلیدی: مساله مکان‌یابی هاب مجازی پویا، شبکه حمل و نقل خطوط هوایی، مدل بهینه‌سازی استوار، تقاضای سناریو محور، مدل صف

$M/M/C/K$

در زمینه شبکه هوایی مطرح کرد [O'Kelly, 1986]. همچنین، اوکلی اولین مدل ریاضی درجه دومی را برای شبکه‌های هاب ارائه کرد. از آن زمان، مطالعات متعددی در زمینه‌های مختلف مسائل مکان‌یابی هاب انجام شده‌اند [O'Kelly, 1987]. کمپبل اولین مدل ریاضی خطی عدد صحیح برای مساله مکان‌یابی میانه با  $p$  هاب را ارائه داد [Campbell, 1994]. اسکورین و همکاران یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح آمیخته برای مساله تک تخصیصی مکان‌یابی میانه با  $p$  هاب بدون در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت ارائه کرد [Skorin-Kapov, Skorin-Kapov, O'Kelly, 1997]. بعدها، ابری یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح آمیخته جدید برای این مساله ارائه کرد. این اولین مدلی بود که تنها شامل  $O(n^2)$  متغیر تصمیم و  $O(n^2)$  محدودیت بوده است. همچنین وی نشان داد که مدل از لحاظ زمان حل کامپیوتری بسیار کاراست و توانایی حل مسائل با اندازه‌های بزرگ را دارد [Ebery, 2001]. برای اولین بار اوکلی مقدار هزینه ثابت را به عنوان هزینه ایجاد هاب در تابع هدف مدل به کار برد. در این مدل، تعداد هاب به جای اینکه از قبل به صورت ثابت فرض شود، به عنوان متغیر تصمیم در نظر گرفته شد [O'Kelly, 1992]. نیکل و همکاران یک مدل ریاضی برای مساله مکان‌یابی هاب ارائه کردند که در آن هزینه ثابت ایجاد، علاوه بر مراکز تقاضا برای یال‌های اتصالی گره‌های تقاضا و یال‌های اتصالی مراکز تقاضا نیز در نظر گرفته شد [Nickel, Schöbel and Sonneborn, 2001].

وقتی تعداد هاب در شبکه به صورت ثابت فرض نشود، برای معرفی انواع دیگری از مسائل مکان‌یابی هاب، مفهوم ظرفیت در سیستم به کار برده می‌شود. اولین مدل ریاضی مسائل مکان‌یابی هاب با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت توسط کمپبل مطرح شده است [Campbell, 1994]. بعدها، ارنست و کریشنامورتی دو مدل ریاضی تک تخصیصی مکان‌یابی هاب با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت ارائه کردند به طوری که مدل دوم با داشتن متغیر و محدودیت کمتر در مقایسه با دیگر مطالعات به جواب مطلوب‌تری رسید [Ernst and Krishnamoorthy, 1999]. زاهدی انارکی و همکاران یک مسئله دو هدفه برای مکان‌یابی تسهیلات هاب با محدودیت بودجه و ظرفیت برای احداث هاب‌ها در فضای پیوسته فصلنامه مهندسی حمل‌ونقل / سال سیزدهم / شماره سوم (۵۲) / بهار ۱۴۰۱

مدل‌های مکان‌یابی کاربردهای فراوانی در مسائل صنعتی، شهری، مخابراتی و غیره دارند. یکی از مهمترین کاربردهای این مدل‌ها استفاده از آن‌ها در طراحی سیستم‌های توزیع و شبکه‌های ارتباطی است. در میان مسائل موجود در حوزه طراحی شبکه‌های ارتباطی، مکان‌یابی هاب<sup>۱</sup> در طول سه دهه‌ی اخیر توجه زیادی را به خود معطوف ساخته است. در شبکه‌های سنتی نقطه مقصد به دنبال تأمین مستقیم تقاضا از مبادی است. اما در سیستم‌های مدرن برخی از گره‌های شبکه به عنوان ساختار میانی و واسطه‌ای انتخاب می‌شوند، متعاقب آن تقاضای مقاصد از طریق این ساختار واسطه‌ای بر آورده می‌شود. این ساختار اصطلاحاً شبکه هاب و اسپوک<sup>۲</sup> خوانده می‌شود. یکی از کاربردهای رایج مساله مکان‌یابی هاب در شبکه حمل‌ونقل هوایی می‌باشد. یکی از پیشامدهای زیان باری که باعث بر هم خوردن برنامه‌های شبکه‌های توزیع می‌شود، قطع خطوط انتقالی و عدم امکان ارتباط بین دو مرکز تقاضاست. به عنوان مثال خرابی سرویس دهنده‌ها در شبکه هاب را می‌توان نام برد که بر عملکرد شبکه هاب تاثیر می‌گذارد و موجب تاخیر زمانی زیاد برای مسافران و یا کالاها می‌شود. در این شرایط استفاده از هاب مجازی می‌تواند سودمند باشد. در شرایط غیر مترقبه که هاب اصلی با کمبود ظرفیت مواجه شده است، همه و یا بخشی از مسیرهای عبوری از هاب اصلی می‌توانند به هاب مجازی منتقل شوند تا جریان در شبکه بدون قطع ارتباط و با کمترین تلفات برقرار شود. همچنین، در مسائل مکان‌یابی هاب برای کاهش ازدحام و شلوغی در هاب از مدل‌های صف استفاده می‌شود که با ایجاد محدودیت‌های زمان سرویس‌دهی و ظرفیت باعث کاهش جریان‌های وارد شده به هاب می‌شود که این امر موجب برقراری آسانتر جریان و عدم ترافیک در شبکه می‌شود. در ادامه ادبیات موضوع مسائل مکان‌یابی هاب، مکان‌یابی هاب تحت نامعینی، مکان‌یابی هاب با یک سیستم صف معین و مکان‌یابی هاب مجازی بررسی می‌شوند.

اولین بار در سال ۱۹۶۹ مفهوم شبکه هاب توسط گلدمن مطرح شد [Goldman, 1969]. سپس اوکلی اولین مطالعه شبکه‌های هاب را

ارائه دادند. اهداف مطالعه انجام شده به ترتیب کمیته‌سازی مجموع هزینه ثابت استقرار و جابجایی‌های داخلی و خارجی شبکه و همچنین، کمیته‌سازی مجموع زمان سفرهای داخلی و خارجی شبکه بود. نویسندگان برای بررسی کیفیت جواب‌های پارتو بدست آمده سه الگوریتم اسپیلن کانسرنیت، الگوریتم ژنتیک چندهدفه و الگوریتم ذرات چندهدفه معرفی کردند (زاهدی انارکی، خیرخواه و اسکندری، ۱۳۹۹). در سال‌های اخیر مطالعات گسترده‌ای روی مساله مکان‌یابی هاب با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت انجام شده است که برای مثال می‌توان به آلومور و همکاران [Alumur, Kara and Karasan, 2009]، بشیری و همکاران [Bashiri, Mirzaei and Randall, 2013]، نیاکان و همکاران [Niakan, Vahdani and Mohammadi, 2015]، پسندیده و همکاران [Pasandideh, Kazemian and Niaki and Sheikhi, 2016]، عارف و همکاران [Roghianian and Aref, 2017]، روغنیان و حق‌دوست [Hou, Huo and Chu, 2018]، هو و همکاران [Hou, Huo and Chu, 2018]، محمدی و همکاران [Mohammadi, Jula and Mohammadi, 2019] اشاره کرد.

مطالعات نشان می‌دهند که در مسائل مکان‌یابی هاب، برای کاهش ازدحام و شلوغی در هاب‌ها از مدل‌های صف استفاده می‌شود. برای اولین بار ماریانو و سرا یک مدل صف  $M/D/C$  را برای شبکه هواپیمایی مدل‌سازی کردند و با ایجاد یک محدودیت احتمالی که باعث محدود شدن تعداد هواپیماها در صف می‌شد این مدل را پایه-ریزی کردند [Marianov and Serra, 2003]. محمدی و همکاران نیز یک مدل صف  $M/M/C$  را برای مساله پوششی هاب ارائه دادند که تفاوت این مدل با مدل ارائه شده بوسیله ماریانو و سرا در نرخ سرویس‌دهی بود [Mohammadi, Jolai and Rostami, 2011] برخلاف مدل ماریانو و سرا که نرخ سرویس‌دهی به صورت ثابت فرض شده بود، در این مدل نرخ سرویس‌دهی مشابه نرخ مراجعه به صورت نمایی در نظر گرفته شده بود. رحیمی و همکاران یک مدل دو هدفه برای یک مساله مکان‌یابی هاب چند حالتی تحت نامعینی و با در نظر گرفتن تراکم در هاب‌ها را معرفی کردند. برای

اعمال تراکم در هاب‌ها، آنها از یک سیستم صف  $M/M/C/k$  استفاده کردند. توابع هدف کمیته‌سازی کل هزینه حمل‌ونقل و همچنین کمیته‌سازی حداکثر زمان حمل‌ونقل بین هر جفت گره مبدا-مقصد در شبکه بوده است. برای حل مدل پیشنهادی، یک روش حل فرا ابتکاری بنام تکامل افتراقی<sup>۳</sup> ارائه شده است [Rahimi, Tavakkoli-Moghaddam, Mohammadi and Sadeghi, 2016]. خودمانی یزدی و همکاران به بررسی یک مساله مکان‌یابی سلسله مراتبی دو هدفه با تسهیلات هاب به عنوان مراکز خدمات پرداختند. اهداف آن بود که به طور همزمان هزینه کل (به عنوان مثال هزینه ثابت تأسیسات مرکز و هزینه حمل و نقل) و حداکثر طول مسیر به حداقل برسند. آنها تسهیلات هاب را بصورت تسهیلات مرکزی و محلی دسته‌بندی کردند و به ترتیب مدل‌های صف  $M/M/C$  و  $M/M/1$  را برای این نوع تسهیلات در نظر گرفتند. برای حل مدل ریاضی یک روش بهینه-سازی علف‌های هرز تهاجمی فازی محله متغیر تئوری بازی<sup>۴</sup> معرفی کردند [Khodemani-Yazdi, Tavakkoli-Moghaddam, Bashiri and Rahimi, 2019]. اردلان و کریمی یک مساله میانه  $p$ -هاب با در نظر گرفتن محدودیت برای طول صف در هاب‌ها را مورد بررسی قرار دادند. آنها با در نظر گرفتن گزینه‌های متعدد خدمت‌دهنده و نرخ سرویس‌های مختلف، سیستم صف را در مساله پیشنهادی اعمال کردند. هدف به حداقل رساندن کل هزینه‌های حمل‌ونقل و استقرار ثابت در مورد محدودیت‌های اشاره شده بود. آنها مساله پیشنهادی را بصورت یک مدل برنامه‌ریزی خطی صحیح آمیخته فرمول‌بندی کردند [Ardalan and Karimi, 2020]. در زمینه مساله مکان‌یابی هاب با در نظر گرفتن یک سیستم صف می‌توان به مطالعات حسن‌زاده و همکاران [Hasanzadeh, Bashiri and Amiri, 2018] و سیف‌برقی و همکاران [Seifbarghy, Hemmati and Soltan Karimi, 2018] نیز اشاره نمود.

ماکوئی و همکاران یک مدل بهینه‌سازی استوار برای مساله مکان‌یابی هاب با محدودیت ظرفیت را ارائه دادند. تابع هدف‌شان از سه قسمت تشکیل شده بود: (۱) مینیمم کردن هزینه تاسیس هاب و هزینه حمل و نقل کالاها، (۲) مینیمم‌سازی ماکسیمم مسافت‌ها، (۳) مینیمم‌سازی

ارائه دادند. اهداف مطالعه انجام شده به ترتیب کمیته‌سازی مجموع هزینه ثابت استقرار و جابجایی‌های داخلی و خارجی شبکه و همچنین، کمیته‌سازی مجموع زمان سفرهای داخلی و خارجی شبکه بود. نویسندگان برای بررسی کیفیت جواب‌های پارتو بدست آمده سه الگوریتم اسپیلن کانسرنیت، الگوریتم ژنتیک چندهدفه و الگوریتم ذرات چندهدفه معرفی کردند (زاهدی انارکی، خیرخواه و اسکندری، ۱۳۹۹). در سال‌های اخیر مطالعات گسترده‌ای روی مساله مکان‌یابی هاب با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت انجام شده است که برای مثال می‌توان به آلومور و همکاران [Alumur, Kara and Karasan, 2009]، بشیری و همکاران [Bashiri, Mirzaei and Randall, 2013]، نیاکان و همکاران [Niakan, Vahdani and Mohammadi, 2015]، پسندیده و همکاران [Pasandideh, Kazemian and Niaki and Sheikhi, 2016]، عارف و همکاران [Roghianian and Aref, 2017]، روغنیان و حق‌دوست [Hou, Huo and Chu, 2018]، هو و همکاران [Hou, Huo and Chu, 2018]، محمدی و همکاران [Mohammadi, Jula and Mohammadi, 2019] اشاره کرد.

مطالعات نشان می‌دهند که در مسائل مکان‌یابی هاب، برای کاهش ازدحام و شلوغی در هاب‌ها از مدل‌های صف استفاده می‌شود. برای اولین بار ماریانو و سرا یک مدل صف  $M/D/C$  را برای شبکه هواپیمایی مدل‌سازی کردند و با ایجاد یک محدودیت احتمالی که باعث محدود شدن تعداد هواپیماها در صف می‌شد این مدل را پایه-ریزی کردند [Marianov and Serra, 2003]. محمدی و همکاران نیز یک مدل صف  $M/M/C$  را برای مساله پوششی هاب ارائه دادند که تفاوت این مدل با مدل ارائه شده بوسیله ماریانو و سرا در نرخ سرویس‌دهی بود [Mohammadi, Jolai and Rostami, 2011] برخلاف مدل ماریانو و سرا که نرخ سرویس‌دهی به صورت ثابت فرض شده بود، در این مدل نرخ سرویس‌دهی مشابه نرخ مراجعه به صورت نمایی در نظر گرفته شده بود. رحیمی و همکاران یک مدل دو هدفه برای یک مساله مکان‌یابی هاب چند حالتی تحت نامعینی و با در نظر گرفتن تراکم در هاب‌ها را معرفی کردند. برای

[Nourzadeh, Ebrahimnejad, Khalili-Damghani and Hafezalkotob, 2020]

مفهوم شبکه هاب مجازی اولین بار توسط کارو مطرح شد [Karow, 2003]. او روشی برای بهبود زمانبندی حرکت پروازها ارائه کرد. بعدها، وسکونسوس و همکاران مدلی را برای مکان‌یابی هاب مجازی مطرح کردند که در آن از مدیریت غیر متمرکز برای ایجاد هاب جدید استفاده کردند. در این نوع شبکه، شرکت‌های مختلف حمل‌ونقل به طور مستقل عمل می‌کنند و هرکدام مطابق با معیارهای خاص خود، مسیر خود را انتخاب می‌کنند که می‌تواند شامل هزینه، زمان، فرکانس، امنیت و سایر عوامل از جمله عوامل ذهنی باشند. آنها یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح را فرمول‌بندی کردند و آنرا با استفاده از یک شبکه حمل‌ونقل عمومی در برزیل مورد آزمایش قرار دادند [Vasconcelos, Nassi and Lopes, 2011]. تقی پوریان و همکاران یک رویکرد برنامه‌ریزی فازی برای مساله مکان‌یابی هاب مجازی در یک محیط پویا را معرفی کردند. آنها مقادیر جریان در بین گره‌ها، ظرفیت هاب‌های مجازی و فاکتورهای تغییر برای ظرفیت هاب‌های اصلی را بصورت اعداد فازی در نظر گرفتند و مساله پیشنهادی را بصورت یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی خطی صحیح فازی فرمول‌بندی کردند. کارایی مدل پیشنهادی با استفاده از یک مطالعه موردی بررسی گردید [Taghipourian, Mahdavi, Mahdavi-Amiri and Makui, 2012]. وحدانی و همکاران نیز به مطالعه یک مساله مکان‌یابی هاب هوایی مجازی پویا با الزامات متعادل سازی پرداختند. آنها مساله پیشنهادی را بصورت یک مدل خطی عدد صحیح آمیخته استوار فرمول‌بندی کردند و برای حل آن از یک الگوریتم رقابت استعماری خود تطبیقی استفاده کردند [Vahdani, Behzadi, Mousavi and Shahriari, 2016].

در جدول ۱، به مقایسه برخی از پژوهش‌های فوق که ارتباط بیشتری با این تحقیق دارند، پرداخته شده است. در این جدول، مطالعات بر اساس ۵ مولفه اصلی هاب مجازی، پارامترهای نامعین سناریو محور، بهینه سازی استوار، مدل صف و محیط پویا مورد بررسی قرار گرفته‌اند. با بررسی تحقیقات پیشین و مقایسه انجام شده در جدول ۱، می‌توان ۲ جنبه‌ی نوآورانه مدل ریاضی پیشنهادی در این تحقیق را

فصلنامه مهندسی حمل‌ونقل / سال سیزدهم / شماره سوم (۵۲) / بهار ۱۴۰۱

کلیدی زمان‌های لازم برای پردازش کالا. نویسندگان فرض کردند که تقاضا و برخی پارامترهای تاثیر پذیر از آن نامعین و تحت سناریوهای متفاوت می‌باشند [Makui, Rostami, Jahani and Nikui, 2002]. بعدها، یک مدل مکان‌یابی هاب استوار بوسیله هانگ و کیونگیون ارائه شد. هدف مینیمم کردن مجموع هزینه‌های حمل‌ونقل با توجه به نامعینی تقاضا بود. برای کاهش ریسک ناشی از عدم اطمینان در بهینه‌سازی شبکه و به دست آوردن جواب استوار بهینه‌ی شبکه هاب تحت شرایط چند حالت تقاضا و هزینه، روشی مبتنی بر الگوریتم ژنتیک بهینه‌سازی چند هدفه ارائه شد [HUANG and Qingyun, 2009]. عباسی پریزی و همکاران از یک رویکرد استوار برای مکان‌یابی تسهیلات هاب با در نظر گرفتن ریسک‌های شبکه استفاده کردند. آنها یک تابع هدف اضافی، کمینه‌بیشینه پشیمانی<sup>۵</sup>، به تابع هدف کلاسیک در مساله مکان‌یابی هاب اضافه کردند. در مدل پیشنهادی، عوامل ریسک مانند دسترسی، امنیت، زمان تأخیر، رهنمودهای زیست محیطی و آلودگی هوای منطقه‌ای با استفاده از اعداد تصادفی فازی مثالی در نظر گرفته شده‌اند. برای حل مدل پیشنهادی از نرم افزار بهینه‌سازی سیپلکس و الگوریتم تجزیه‌سازی بندرز استفاده شده است [Abbasi-Parizi, Aminnayeri and Bashiri, 2018]. رحمتی و بشیری به مدل‌سازی یک مساله مکان‌یابی هاب تخصیص چندگانه ظرفیت‌دهی نشده تحت یک شرایط نامعین پرداختند. برای این منظور، آنها از یک رویکرد بهینه‌سازی استوار برای مقابله با پارامترهای نامعین استفاده نمودند. در مدل پیشنهادی‌شان، عدم قطعیت در تقاضا، تأسیس هاب هزینه ثابت و فاکتور تخفیف جریان بین هاب ( $\alpha$ ) در نظر گرفته شده است [Rahmati and Bashiri, 2018]. نورزاده و همکاران یک روش بهینه‌سازی استوار برای توسعه یک مدل به‌منظور مکان‌یابی هاب‌ها در یک محیط رقابتی تحت عدم قطعیت را معرفی کردند. در این مقاله، با مقایسه پارامترهای قیمت بلیط، زمان سفر و کیفیت خدمات فرودگاه‌های هاب، هاب‌های هواپیمایی به شش دسته تقسیم شده‌اند. همچنین، درجه اهمیت زمان سفر و هزینه سفر با استفاده از یک روش درون‌یابی لاگرانژ چند متغیره تعیین شده بود. عملکرد روش پیشنهادی با استفاده از یک مطالعه موردی مورد آزمایش قرار گرفت

یک مدل برنامه ریزی ریاضی احتمالی برای مکان‌یابی هاب‌های مجازی در شبکه حمل و نقل خطوط هوایی تحت یک مدل صف

M/M/C/K

به شرح زیر بیان نمود:

- (۱) بکارگیری یک سیستم صف در شبکه‌ی حمل‌ونقل هوایی حاوی هاب‌های مجازی.
- (۲) استفاده از روش بهینه‌سازی استوار با پارامترهای نامعین سناریو محور در شبکه‌ی حاوی هاب‌های مجازی تحت یک سیستم صف  $M/M/C/k$ .  
بررسی‌ها نشان می‌دهند که تاکنون در هیچ‌یک از مطالعات انجام شده یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی احتمالی برای مکان‌یابی هاب‌های مجازی در شبکه حمل‌ونقل خطوط هوایی با در نظر گرفتن یک مدل صف  $M/M/C/K$  مورد مطالعه قرار نگرفته است. در این مطالعه، ما یک مساله مکان‌یابی هاب مجازی پویا تحت عدم اطمینان و با در نظر گرفتن محدودیت‌های ظرفیتی هاب‌های اصلی و مجازی را بررسی می‌کنیم. این محدودیت‌های ظرفیتی با استفاده از یک مدل صف کارا در مدل اعمال شده‌اند. همچنین، مقدار تقاضای گره‌های

متقاضی بصورت نامعین و سناریو محور در نظر گرفته شده‌اند. هدف، تعیین مکان‌های بهینه برای استقرار هاب‌های مجازی از میان مکان‌های نامزد و طراحی یک شبکه هاب مجازی بهینه برای تخصیص جریان تقاضا بین گره‌ها به هر هاب در طول افق برنامه‌ریزی می‌باشد بطوریکه مجموع هزینه‌های حمل‌ونقل در مسیرهای متفاوت و هزینه‌های مکان‌یابی هاب‌های مجازی شامل هزینه‌های باز کردن، نگهداری و بستن در طول افق برنامه‌ریزی کمینه گردد. ادامه مقاله بصورت زیر سازماندهی شده است: در بخش بعدی، به تعریف مساله پیشنهادی می‌پردازیم. در بخش سوم، نمادهای مساله، مدل ریاضی و مدل بهینه‌سازی استوار مساله پیشنهادی ارائه می‌شوند. در بخش چهارم، اعتبارسنجی و آنالیز حساسیت مدل پیشنهادی مورد بررسی قرار می‌گیرند. در نهایت، نتیجه‌گیری و برخی پیشنهادات برای تحقیقات آتی در بخش پنجم ارائه می‌شوند.

جدول ۱. خلاصه‌ای از آخرین پژوهش‌های مرتبط

منبع	سال	هاب مجازی	پارامترهای نامعین سناریو محور	بهینه سازی استوار	مدل صف	محیط پویا
ماکوئی و همکاران	۲۰۰۲	-	✓	✓	-	-
ماریانو و سرا	۲۰۰۳	-	-	-	M/D/C	-
هانگ و کیونگیون	۲۰۰۹	-	-	✓	-	-
محمدی و همکاران	۲۰۱۱	-	-	-	M/M/C	-
تقی پوریان و همکاران	۲۰۱۲	✓	-	-	-	✓
رحیمی و همکاران	۲۰۱۶	-	-	-	M/M/C/k	-
وحدانی و همکاران	۲۰۱۶	✓	-	✓	-	✓
عباسی پریزی و همکاران	۲۰۱۸	-	✓	✓	-	-
رحمتی و بشیری	۲۰۱۸	-	-	✓	-	-
خودمانی یزدی و همکاران	۲۰۱۹	-	-	-	M/M/1 M/M/C	-
اردلان و کریمی	۲۰۲۰	-	-	-	نرخ خدمت متغیر	-
نورزاده و همکاران	۲۰۲۰	-	-	✓	-	-
این مطالعه	۲۰۲۱	✓	✓	✓	M/M/C/k	✓

تقاضای مبدا و مقصد، از طریق هاب‌های اصلی و مجازی صورت می‌گیرد و حداکثر دو توقف در هاب مجاز می‌باشد. علاوه بر این، مسیر مستقیم انتقال جریان بین مراکز نیز وجود دارد. ارتباط بین هاب اصلی و مجازی به صورت کامل فرض شده است یعنی بین هر هاب اصلی و مجازی یک مسیر مستقیم وجود دارد. در مساله پیشنهادی، میزان تقاضای هر نقطه نامعین می‌باشد و تقاضا برای هر نقطه بصورت سناریوهای مختلف بیان شده‌اند. از اینرو، از تکنیک بهینه‌سازی استوار برای پوشش دادن این نامعینی استفاده شده است. در شکل ۱، یک شبکه هاب مجازی نمونه برای خطوط هوایی نمایش داده شده است.

در این مطالعه، هدف طراحی یک شبکه هاب مجازی در شرایطی که محدودیت ظرفیت در هاب‌ها (اصلی یا مجازی) وجود دارد، می‌باشد. برای این منظور از یک مدل صف  $M/M/C/K$  برای کاهش ازدحام و شلوغی در هاب‌های مجازی و اصلی استفاده شده است که با ایجاد محدودیت‌های زمان سرویس‌دهی و ظرفیت باعث کاهش جریان‌های وارد شده به هاب‌ها می‌شود که این امر موجب برقراری آسانتر جریان و عدم ترافیک در شبکه می‌شود. در این مدل صف، اولین  $M$  نشان می‌دهد که نرخ ورود به هاب از توزیع نمایی پیروی می‌کند، دومین  $M$  نشان می‌دهد که نرخ خروج از هاب از توزیع نمایی پیروی می‌کند،  $C$  تعداد سرویس‌دهنده‌های موجود در هر هاب را نشان می‌دهد و  $K$  تعداد افراد موجود در سیستم را نشان می‌دهد که این تعداد شامل تعداد مشتری‌های داخل هاب بعلاوه تعداد مشتری‌های داخل صف می‌باشد. اگر تعداد مشتری‌های داخل صف را با  $b$  نمایش دهیم در نتیجه خواهیم داشت:  $K = c + b$ . در شکل ۲، یک شبکه هاب مجازی نمونه با یک مدل صف  $M/M/C/K$  برای خطوط هوایی نمایش داده شده است. در این شکل، پارامترهای اصلی مدل صف برای هر یک از هاب‌های اصلی و مجازی ارائه شده‌اند. برای بکارگیری این مدل صف، ما از آنالیز ساعت پیک<sup>۶</sup> که توسط ماریانو و سِرا ارائه شده است استفاده می‌کنیم [Marianov and Serra, 2003]. در این مطالعه، ما یک محدودیت زمان انتظار را برای هاب‌ها تعریف می‌کنیم که با توجه به این محدودیت و محدودیت تعداد مشتری‌های موجود در صف، هر هاب قادر خواهد بود به تعداد

یک شبکه‌ای را در نظر بگیرید که در آن یک مجموعه نقاط شامل  $NON$  مرکز تقاضا با تقاضای نامعین و  $NOH$  هاب اصلی مستقر شده‌اند. در این مطالعه فرض می‌کنیم که هاب‌های اصلی از قبل ایجاد شده و در شبکه مورد بهره‌برداری قرار گرفته‌اند و تا پایان افق برنامه‌ریزی ( $T$ ) بدون تغییر باقی می‌مانند. با توجه به نقش کلیدی که هاب اصلی در شبکه‌های توزیع دارد، اختلال در عملکرد این مراکز باعث بروز خسارات جبران‌ناپذیری خواهد شد و با ازکار افتادن یک هاب اصلی، سرویس دهنده‌ها نمی‌توانند به همه و یا برخی از ورودی‌های خود سرویس دهند. لذا بکارگیری هاب‌های مجازی در این شرایط نقش بسیار مهمی در کاهش اختلال در سیستم خواهد داشت که در واقع هاب مجازی می‌تواند همه و یا بخشی از جریان‌های ورودی به هاب اصلی را به عهده گیرد. همچنین، هزینه‌های باز کردن، نگهداری و بستن هاب‌ها بسیار زیاد می‌باشد که این هزینه‌ها برای هاب‌های اصلی به مراتب بیشتر از هاب‌های مجازی می‌باشد. بنابراین، در صورت نیاز می‌توان از هاب‌های مجازی در دوره‌های مختلف استفاده نمود. در این شبکه تعداد  $NVH$  مکان بالقوه برای استقرار هاب‌های مجازی در نظر گرفته شده است که در شرایط غیرمترقبه که هاب اصلی با کمبود ظرفیت مواجه می‌شود همه و یا بخشی از مسیرهای عبوری از هاب اصلی به هاب مجازی منتقل می‌شوند و جریان در شبکه بدون قطع ارتباط و با کمترین تلفات برقرار می‌شود. هر هاب مجازی حداکثر می‌تواند یکبار در طول افق برنامه‌ریزی تغییر حالت دهد، یعنی در صورتیکه یک هاب مجازی در پیکربندی اولیه باز باشد، مجاز است تا پایان افق برنامه‌ریزی باز بماند و اگر در دوره‌ای بسته شود می‌بایستی تا پایان افق برنامه‌ریزی بسته بماند. همچنین، اگر یک هاب مجازی در پیکربندی اولیه بسته باشد، تا پایان افق برنامه‌ریزی می‌تواند بسته بماند، و اگر در دوره‌ای باز شود می‌بایستی تا پایان افق برنامه‌ریزی باز بماند. در این مطالعه، سه نوع ضریب تخفیف برای بهره‌برداری از صرفه‌جویی اقتصادی ناشی از شبکه هاب در نظر گرفته شده است که در بخش بعدی به تعریف آنها می‌پردازیم. همچنین، هر مسیر انتقال جریان بین هر جفت مرکز

یک مدل برنامه ریزی ریاضی احتمالی برای مکان‌یابی هاب‌های مجازی در شبکه حمل و نقل خطوط هوایی تحت یک مدل صف

### M/M/C/K

سناریو $k$	
میزان کل بودجه در نظر گرفته شده برای بازگشایی ،	$TB$
نگهداری ویستن هاب مجازی،	
حداکثر تعداد مجاز مسیر مستقیم هر مرکز تقاضا به سایر نقاط،	$MDP$
ضریب تخفیف اعمالی در مسیرهای بین هاب‌های اصلی،	$\alpha$
ضریب تخفیف اعمالی در مسیرهای بین هاب‌های اصلی و مجازی،	$\beta$
ضریب تخفیف اعمالی در مسیرهای بین هاب‌های مجازی،	$\nabla$
هزینه استقرار (بازگشایی) هاب مجازی $\lambda$ ام در دوره $t$ ام،	$EC_{\lambda t}$
هزینه نگهداری هاب مجازی $\lambda$ ام در دوره $t$ ام،	$MC_{\lambda t}$
هزینه بستن هاب مجازی $\lambda$ ام در دوره $t$ ام،	$CC_{\lambda t}$
هزینه به ازای واحد مسافت برای هر سناریو،	$UC_s$
مسافت بین گره تقاضای $t$ ام و $j$ ام،	$l_{ij}$
یک عدد بزرگ،	$BM$
اگر مرکز تقاضای $t$ ام در دوره $t$ ام به هاب اصلی $k$ ام تخصیص پیدا کند ۱ در غیر این صورت برابر صفر است.	$y_{ik}$

محدودی از مشتری‌ها سرویس دهد. در دوره‌های متفاوت، به علت وجود برخی مشکلات، امکان خرابی سرویس‌دهنده‌ها و کاهش ظرفیت هاب‌ها برای سرویس‌دهی وجود دارد که در این زمان شرایط استفاده از هاب‌های مجازی به وجود می‌آید. در شکل‌های فوق مشاهده می‌کنید که با توجه به فرض حداکثر دو توقف در هاب‌های اصلی یا مجازی، مسیرهای ممکن بین هر مبدا و مقصد به صورت زیر می‌باشند:

- مرکز تقاضا - مرکز تقاضا (مسیر مستقیم)
- مرکز تقاضا - هاب اصلی - مرکز تقاضا
- مرکز تقاضا - هاب مجازی - مرکز تقاضا
- مرکز تقاضا - هاب اصلی - هاب اصلی - مرکز تقاضا
- مرکز تقاضا - هاب اصلی - هاب مجازی - مرکز تقاضا
- مرکز تقاضا - هاب مجازی - هاب اصلی - مرکز تقاضا
- مرکز تقاضا - هاب مجازی - هاب مجازی - مرکز تقاضا

### ۳. مدل ریاضی پیشنهادی

در جدول ۲، اندیس‌ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم مساله معرفی شده‌اند.

جدول ۲. اندیس‌ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم مساله پیشنهادی

اندیس‌ها	
$t$	اندیس دوره‌ها،
$s$	اندیس سناریوها،
$i, j$	اندیس مراکز تقاضا (گره‌ها)،
$k, k'$	اندیس هاب‌های اصلی،
$v, v'$	اندیس مکان‌های نامزد برای هاب‌های مجازی،
پارامترها	
$T$	تعداد دوره‌ها،
$S$	تعداد سناریوها،
$NN$	تعداد مراکز تقاضا (گره‌ها)،
$NOH$	تعداد هاب‌های اصلی،
$NVH$	تعداد مکان‌های نامزد برای هاب‌های مجازی،
$q_{ijts}$	جریان تقاضا بین مرکز تقاضای $t$ ام و $j$ ام در دوره $t$ ام تحت

#### پارامترهای مربوط به مدل صف

$\lambda_{kt}$	نرخ مراجعه به هاب اصلی $k$ ام در دوره $t$ ام،
$\lambda_{vt}$	نرخ مراجعه به هاب مجازی $v$ ام در دوره $t$ ام،
$\lambda_{max,kt}$	حداکثر نرخ ورود به هاب اصلی $k$ ام در دوره $t$ ام،
$\lambda_{max,vt}$	حداکثر نرخ ورود به هاب مجازی $v$ ام در دوره $t$ ام،
$\mu_{kt}$	نرخ سرویس‌دهی هر سرویس‌دهنده در هاب اصلی $k$ ام در دوره $t$ ام،
$\mu_{vt}$	نرخ سرویس‌دهی هر سرویس‌دهنده در هاب مجازی $v$ ام در دوره $t$ ام،
$b_{kt}$	تعداد مشتری‌های در صف در هاب اصلی $k$ در دوره $t$ ام،
$b_{vt}$	تعداد مشتری‌های در صف در هاب مجازی $v$ در دوره $t$ ام،
$Cap_{kt}$	ظرفیت هاب اصلی $k$ ام در دوره $t$ ام که برابر است با $Cap_{kt} = c_{kt} + b_{kt}$
$Cap_{vt}$	ظرفیت هاب مجازی $v$ ام در دوره $t$ ام که برابر است با $Cap_{vt} = c_{vt} + b_{vt}$
$c_{kt}$	تعداد سرویس‌دهنده در هاب اصلی $k$ ام در دوره $t$ ام،
$c_{vt}$	تعداد سرویس‌دهنده در هاب مجازی $v$ ام در دوره $t$ ام،

فصلنامه مهندسی حمل و نقل / سال سیزدهم / شماره سوم (۵۲) / بهار ۱۴۰۱

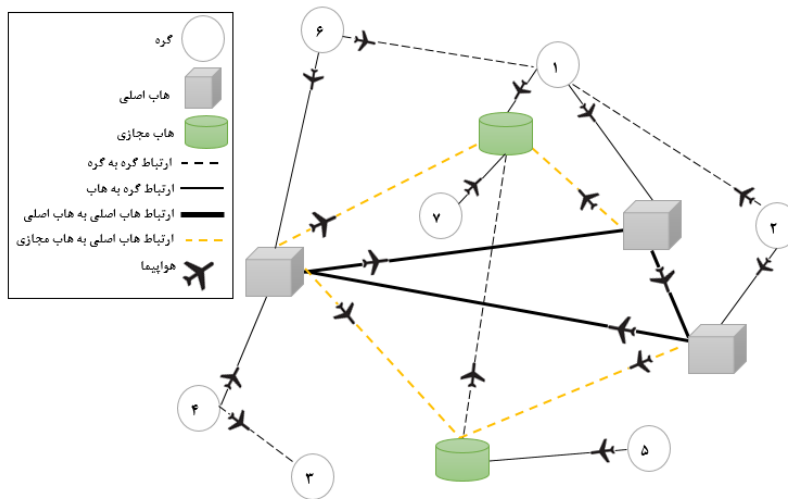
### صابر شیرپور

در غیر این صورت برابر صفر است،  
 اگر جریان تقاضا بین مبدا  $k$  و  $l$  در دوره  $t$  تحت سناریوی  $k$  به صورت مستقیم و بدون واسطه منتقل شود ۱ در غیر این صورت برابر صفر است،  
 اگر مرکز تقاضای  $l$  در دوره  $t$  به عنوان هاب مجازی باز شود ۱ در غیر این صورت برابر صفر است،  
 اگر مرکز تقاضای  $l$  در دوره  $t$  به عنوان هاب مجازی بسته باشد ۱ در غیر این صورت برابر صفر است،  
 اگر مرکز تقاضای  $l$  در پیکربندی اولیه یک هاب مجازی باشد ۱ در غیر این صورت برابر صفر است،  
 اگر مرکز تقاضای  $l$  در دوره  $t$  به هاب مجازی  $l$  تخصیص پیدا کند ۱ در غیر این صورت برابر صفر است،  
 اگر مرکز تقاضای  $l$  در دوره  $t$  یک هاب مجازی باشد ۱ در غیر این صورت برابر صفر است،  
 اگر مرکز تقاضای  $l$  در دوره  $t$  بسته شود و به عنوان مرکز تقاضا فعالیت کند یا باز شود و به عنوان هاب مجازی فعالیت کند ۱ در غیر این صورت برابر صفر است.

$t_{kt}$  حد بالای زمان انتظار در صف در هاب اصلی  $k$  در دوره  $t$  می-باشد،  
 $T_{q,kt}$  یک حد بالای مطلوب برای احتمال زیاد شدن زمان انتظار در صف در هاب اصلی  $k$  و در دوره  $t$  می-باشد،  
 $t_{vt}$  حد بالای زمان انتظار در صف در هاب مجازی  $v$  در دوره  $t$  می-باشد،  
 $T_{q,vt}$  یک حد بالای مطلوب برای احتمال زیاد شدن زمان انتظار در صف در هاب مجازی  $v$  و در دوره  $t$ .

### متغیرهای تصمیم

$f_{ikkjts}$  اگر جریان تقاضا بین مبدا  $k$  و  $l$  در دوره  $t$  تحت سناریوی  $k$  از طریق هاب اصلی  $k$  و  $l$  منتقل شود ۱ در غیر این صورت برابر صفر است،  
 $f_{ikvjts}$  اگر جریان تقاضا بین مبدا  $k$  و  $l$  در دوره  $t$  تحت سناریوی  $k$  از طریق هاب اصلی  $k$  و هاب مجازی  $v$  منتقل شود ۱ در غیر این صورت برابر صفر است،  
 $f_{ivvjts}$  اگر جریان تقاضا بین مبدا  $k$  و  $l$  در دوره  $t$  تحت سناریوی  $k$  از طریق هاب مجازی  $v$  و  $l$  منتقل شود ۱

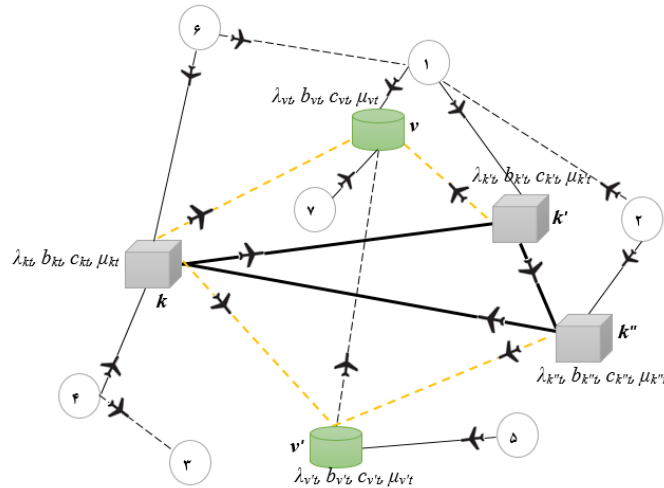


شکل ۱. یک شبکه هاب مجازی نمونه برای خطوط هوایی



یک مدل برنامه ریزی ریاضی احتمالی برای مکان‌یابی هاب‌های مجازی در شبکه حمل و نقل خطوط هوایی تحت یک مدل صف

### M/M/C/K



شکل ۲. یک شبکه هاب مجازی نمونه با یک مدل صف M/M/C/K برای خطوط هوایی

حمل و نقل در مسیر با هاب‌های مجازی می‌باشند. گزاره‌های سوم و چهارم به ترتیب نشان‌دهنده هزینه‌های حمل و نقل در مسیر با هاب-های اصلی و مجازی می‌باشند. روابط داخل پرانتزهای هر یک از این گزاره‌ها، هزینه مسافت بین گره‌های مبدا و مقصد در هر حالت را محاسبه می‌کنند. همچنین، گزاره‌های ۶ تا ۸، مجموع هزینه‌های مکان‌یابی هاب‌های مجازی شامل هزینه‌های باز کردن، نگهداری و بستن را در طول افق برنامه‌ریزی نشان می‌دهند.

$$\begin{aligned} \text{minimize } OF_s = & \sum_{i=1, \dots, S} \sum_{j \neq i}^{NN} \sum_t^T q_{ijts} \cdot f_{ijts} \cdot (l_{ij} \cdot UC_s) + \sum_{i=1, \dots, S} \sum_{j \neq i}^{NN} \sum_k^{NOH} \sum_{k'}^{NOH} \sum_t^T q_{ijts} \cdot f_{ikk'jts} \cdot (l_{ik} + \alpha \cdot l_{kk'} + l_{jk'}) \cdot UC_s \\ & + \sum_{i=1, \dots, S} \sum_{j \neq i}^{NN} \sum_k^{NOH} \sum_v^{NVH} \sum_t^T q_{ijts} \cdot f_{ikvjts} \cdot (l_{ik} + \beta \cdot l_{kv} + l_{jv}) \cdot UC_s \\ & + \sum_{i=1, \dots, S} \sum_{j \neq i}^{NN} \sum_k^{NOH} \sum_v^{NVH} \sum_t^T q_{ijts} \cdot f_{ivkjts} \cdot (l_{iv} + \beta \cdot l_{vk} + l_{jk}) \cdot UC_s \\ & + \sum_{i=1, \dots, S} \sum_{j \neq i}^{NN} \sum_v^{NVH} \sum_{v'}^{NVH} \sum_t^T q_{ijts} \cdot f_{ivv'jts} \cdot (l_{iv} + \gamma \cdot l_{vv'} + l_{jv'}) \cdot UC_s \\ & + \sum_t^T \sum_v^{NVH} o_{x_{vt}} \cdot EC_{vt} + \sum_t^T \sum_v^{NVH} x_{vt} \cdot MC_{vt} + \sum_t^T \sum_v^{NVH} c_{x_{vt}} \cdot CC_{vt} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\sum_v^{NVH} y_{ivt} \leq 1, \quad \forall i = 1, \dots, NN, t = 1, \dots, T, \quad (4)$$

بطور کلی، محدودیت‌های (۲) الی (۴) تخصیص مراکز تقاضا به هاب مجازی را نشان می‌دهد. رابطه (۲) نشان می‌دهد که تخصیص هر مرکز تقاضا به یک هاب مجازی در صورتی امکان‌پذیر است که آن

### ۱-۳ فرمول‌سازی مدل ریاضی

#### ۱-۱-۳ تابع هدف و محدودیت‌ها

در تابع هدف (۱)، ۵ گزاره اول بیان‌کننده مجموع هزینه‌های حمل و نقل در مسیرهای متفاوت می‌باشند که در آن، گزاره اول نشان‌دهنده هزینه حمل و نقل در مسیر مستقیم، گزاره‌های دوم و پنجم به ترتیب نشان‌دهنده هزینه حمل و نقل در مسیر با هاب‌های اصلی و هزینه

#### ۲-۱-۳ محدودیت‌های تخصیص مراکز تقاضا به هاب مجازی

$$y_{ivt} \leq x_{vt}, \quad \forall i = 1, \dots, NN, v = 1, \dots, NVH, t = 1, \dots, T, \quad (2)$$

$$\sum_i^{NN} y_{ivt} \geq x_{vt}, \quad \forall v = 1, \dots, NVH, t = 1, \dots, T, \quad (3)$$

در صورتی از طریق هاب اصلی انتقال می‌یابد که مراکز تقاضای مبدا و مقصد به هاب مورد نظر مرتبط باشند. رابطه (۱۴) حداکثر تعداد مجاز مسیرهای مستقیم برای هر مرکز تقاضا را مشخص می‌کند.

۳-۱-۴ محدودیت های بودجه

$$\sum_t \sum_v^{NVH} ox_{vt} \cdot EC_{vt} + \sum_t \sum_v^{NVH} x_{vt} \cdot MC_{vt} + \sum_t \sum_v^{NVH} cx_{vt} \cdot CC_{vt} \leq TB, \quad (15)$$

محدودیت (۱۵) حداکثر بودجه مورد نیاز برای بازگشایی، نگهداری و بستن هاب مجازی را نشان می‌دهد.

۳-۱-۵ محدودیت های مربوط به حداکثر یک بار تغییر حالت

$$|x_{vt} - x_{v,t-1}| = z_{vt}, \quad \forall v = 1, \dots, NVH, t \geq 2, \quad (16)$$

$$\sum_t z_{vt} \leq 1, \quad \forall v = 1, \dots, NVH, \quad (17)$$

روابط (۱۶) و (۱۷) تضمین‌کننده حداکثر یکبار تغییر حالت هاب مجازی در طول افق برنامه‌ریزی می‌باشند، به این صورت که در رابطه (۱۶) متغیر وضعیت هر هاب را در هر دوره نسبت به دوره قبل مقایسه می‌کند و در صورت تغییر وضعیت مقدار آن برابر یک خواهد شد.

۳-۱-۶ محدودیت های مربوط به شرایط بازو بسته شدن

هاب های مجازی

$$(1 - ix_v) \cdot z_{vt} = ox_{vt}, \quad \forall v = 1, \dots, NVH, t = 1, \quad (18)$$

$$(1 - x_{v,t-1}) \cdot z_{vt} = ox_{vt}, \quad \forall v = 1, \dots, NVH, t \geq 2, \quad (19)$$

$$ix_v \cdot z_{vt} = cx_{vt}, \quad \forall v = 1, \dots, NVH, t = 1, \quad (20)$$

$$x_{v,t-1} \cdot z_{vt} = cx_{vt}, \quad \forall v = 1, \dots, NVH, t \geq 2, \quad (21)$$

محدودیت‌های (۱۸) الی (۲۱) شرایط بازو بسته شدن هاب‌های مجازی را نشان می‌دهند. مشخصاً، محدودیت‌های (۱۸) و (۱۹) نشان‌دهنده وضعیت باز کردن هاب مجازی در دوره‌های زمانی مختلف می‌باشند که در آن وقتی یکبار تغییر وضعیت برای هاب مجازی صورت گرفته باشد، امکان باز و بسته شدن مجدد وجود ندارد. همچنین، روابط (۲۰) و (۲۱) بیان‌گر همین ویژگی در مورد بستن هاب‌های مجازی می‌باشند.

۳-۱-۷ محدودیت های مربوط به زمان انتظار در صف

فصلنامه مهندسی حمل و نقل / سال سیزدهم / شماره سوم (۵۲) / بهار ۱۴۰۱

هاب مجازی باز باشد. رابطه (۳) نشان می‌دهد که در صورت باز بودن هاب مجازی حداقل یک مرکز تقاضا به آن تخصیص می‌یابد و آن هاب در انتقال شبکه حمل و نقل فعالیت دارد. رابطه (۴) اطمینان حاصل می‌کند که در صورت نیاز به هاب مجازی، جریان تقاضا از هر مرکز تقاضا، حداکثر به یک هاب مجازی امکان انتقال دارد.

۳-۱-۳ محدودیت های تعیین مسیر بین هر جفت مبدا و مقصد

$$f_{ijts} + \sum_k \sum_{k'}^{NOH, NOH} f_{ikk'jts} + \sum_k \sum_v^{NOH, NVH} f_{ikvjts} \quad \forall i, j = 1, \dots, NN, t = 1, \dots, T, s = 1, \dots, S \quad (5)$$

$$+ \sum_k \sum_v^{NOH, NVH} f_{ivkjts} + \sum_{v'} \sum_{v''}^{NVH, NVH} f_{ivv'jts} = 1, \quad \forall i, j = 1, \dots, NN, k, k' = 1, \dots, NOH, t = 1, \dots, T, s = 1, \dots, S \quad (6)$$

$$f_{ikk'jts} \leq y_{ik}, \quad \forall i, j = 1, \dots, NN, k, k' = 1, \dots, NOH, t = 1, \dots, T, s = 1, \dots, S \quad (7)$$

$$f_{ikk'jts} \leq y_{jk}, \quad \forall i, j = 1, \dots, NN, k, k' = 1, \dots, NOH, t = 1, \dots, T, s = 1, \dots, S \quad (8)$$

$$f_{ikvjts} \leq y_{ik}, \quad \forall i, j = 1, \dots, NN, k = 1, \dots, NOH, v = 1, \dots, NVH, t = 1, \dots, T, s = 1, \dots, S \quad (9)$$

$$f_{ikvjts} \leq y_{jvt}, \quad \forall i, j = 1, \dots, NN, k = 1, \dots, NOH, v = 1, \dots, NVH, t = 1, \dots, T, s = 1, \dots, S \quad (10)$$

$$f_{ivkjts} \leq y_{jvt}, \quad \forall i, j = 1, \dots, NN, k = 1, \dots, NOH, v = 1, \dots, NVH, t = 1, \dots, T, s = 1, \dots, S \quad (11)$$

$$f_{ivkjts} \leq y_{jk}, \quad \forall i, j = 1, \dots, NN, k = 1, \dots, NOH, v = 1, \dots, NVH, t = 1, \dots, T, s = 1, \dots, S \quad (12)$$

$$f_{ivv'jts} \leq y_{ivt}, \quad \forall i, j = 1, \dots, NN, v, v' = 1, \dots, NVH, t = 1, \dots, T, s = 1, \dots, S \quad (13)$$

$$f_{ivv'jts} \leq y_{jvt}, \quad \forall i, j = 1, \dots, NN, v, v' = 1, \dots, NVH, t = 1, \dots, T, s = 1, \dots, S \quad (14)$$

$$\sum_{j \neq i}^{NN} f_{ijts} \leq MDP, \quad \forall i = 1, \dots, NN, t = 1, \dots, T, s = 1, \dots, S \quad (15)$$

محدودیت‌های (۵) الی (۱۴) مسیر بین هر جفت مبدا و مقصد را تعیین می‌کنند که در آنجا رابطه (۵) بیان‌کننده آنست که در هر دوره و تحت هر سناریو، جریان تقاضا بین هر جفت مرکز مبدا و مقصد، از طریق یکی از مسیرهای ذکر شده منتقل می‌شود. همچنین، رابطه (۶) الی (۱۳) تضمین‌کننده مسیرهای مختلف بین هر جفت گره مبدا و گره مقصد در هر دوره می‌باشند. برای مثال، محدودیت‌های (۶) و (۷) بیان‌کننده آنست که جریان تقاضا بین هر جفت گره مبدا و مقصد،

M/M/C/K

مدت می‌باشد:

$$\pi_n = \begin{cases} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda_{kt}}{\mu_{kt}}\right)^n \pi_0, & 0 \leq n \leq c_{kt}, \\ \frac{1}{c_{kt}!} \frac{1}{c_{kt}^{n-c_{kt}}} \left(\frac{\lambda_{kt}}{\mu_{kt}}\right)^n \pi_0, & c_{kt} \leq n \leq Cap_{kt}, \end{cases}$$

در مدل صف پیشنهادی، به دلیل وجود محدودیت حداکثر تعداد افراد موجود در سیستم، ضریب بهره‌وری ( $\rho$ ) می‌تواند هر عددی را اختیار کند تا سیستم در حالت پایدار قرار بگیرد. مقدار ضریب بهره‌وری برای هر هاب اصلی  $k$  در هر دوره  $t$ ، از تقسیم متوسط نرخ ورود به نرخ خروج بدست می‌آید:

$$\rho_{kt} = \frac{\lambda_{kt}}{c_{kt} \cdot \mu_{kt}}$$

فرض کنید  $\pi_0$  احتمال اینکه در سیستم هیچ مشتری وجود نداشته باشد را نشان دهد. چون ضریب بهره‌وری هر عددی را می‌تواند اختیار کند، دو حالت برای این احتمال با توجه به ضریب بهره‌وری در نظر گرفته شده است:

$$\pi_0 = \begin{cases} \left\{ \sum_{n=0}^{c_{kt}-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda_{kt}}{\mu_{kt}}\right)^n + \frac{\mu_{kt}}{c_{kt}!} (Cap_{kt} - c_{kt} + 1) \right\}^{-1} & \rho_{kt} = 1, \\ \left\{ \sum_{n=0}^{c_{kt}-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda_{kt}}{\mu_{kt}}\right)^n + \frac{\mu_{kt}}{c_{kt}!} \frac{1 - \rho_{kt}^{Cap_{kt} - c_{kt} + 1}}{1 - \rho_{kt}} \right\}^{-1} & \rho_{kt} \neq 1, \end{cases}$$

به دلیل وجود دو مقدار برای  $\pi_0$  به ازای  $\rho$  های مختلف، ما در معادله زیر برای محاسبه  $w$  از هر دو مقدار  $\pi_0$  استفاده می‌کنیم و به ازای  $\pi_0$  دو معادله خواهیم داشت:

$$w_{q,kt} = 1 - \sum_{n=c_{kt}}^{Cap_{kt}-1} \frac{\frac{1}{c_{kt}!} \frac{1}{c_{kt}^{n-c_{kt}}} \left(\frac{\lambda_{kt}}{\mu_{kt}}\right)^n}{\left\{ \frac{1}{\pi_0} \right\} - \frac{1}{c_{kt}!} \frac{1}{c_{kt}^{n-c_{kt}}} \left(\frac{\lambda_{kt}}{\mu_{kt}}\right)^{Cap_{kt}}}$$

که در معادله بالا  $\pi_0$  به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\pi_0 = \begin{cases} \left\{ \sum_{n=0}^{c_{kt}-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda_{kt}}{\mu_{kt}}\right)^n + \frac{\mu_{kt}}{c_{kt}!} (Cap_{kt} - c_{kt} + 1) \right\}^{-1} & \rho_{kt} = 1, \\ \left\{ \sum_{n=0}^{c_{kt}-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda_{kt}}{\mu_{kt}}\right)^n + \frac{\mu_{kt}}{c_{kt}!} \frac{1 - \rho_{kt}^{Cap_{kt} - c_{kt} + 1}}{1 - \rho_{kt}} \right\}^{-1} & \rho_{kt} \neq 1, \end{cases}$$

با توجه به معادله بالا و معادله (۲۴) می‌توان نوشت:

$$P(\forall k = \text{زمان انتظار در صف در هر هاب اصلی}) = \begin{cases} \leq T_{q,kt}, & 1, \dots, NOH, t = 1, \dots, T, \end{cases} \quad (22)$$

$$P(\forall v = 1, \dots, NVH, t = \text{زمان انتظار در صف در هر هاب}) = \begin{cases} \leq T_{q,vt}, & 1, \dots, T, \end{cases} \quad (23)$$

محدودیت‌های احتمالی (۲۲) و (۲۳) نشان می‌دهند که در هر دوره احتمال اینکه مدت زمان انتظار در صف در یک هاب اصلی و یا مجازی از یک حد بالایی تجاوز کند، کمتر یا مساوی یک حد پایین می‌باشد. در واقع این دو محدودیت تعداد مشتری‌های وارد شده به هاب‌های اصلی و مجازی را محدود می‌کنند. در واقع، این محدودیت‌های صف نقش محدودیت‌های ظرفیتی را برای هر هاب در شبکه مور مطالعه اجرا می‌کنند. هدف از این کار افزایش سطح سرویس شبکه هاب می‌باشد، چرا که با توجه به نسبت جریان گذرنده از هاب به ظرفیت سرویس آن، ممکن است در برخی از هاب‌ها ازدحام رخ داده و زمان سپری شده در آنها افزایش یابد. جهت محاسبه زمان انتظار در هاب‌ها، هر هاب به صورت یک شبکه باز متشکل از یک سیستم صف  $M/M/C/k$  در نظر گرفته شده است. مقدار بهینه نرخ ورود به هر هاب و به دنبال آن متوسط زمان انتظار در هر هاب، همزمان با مکانیابی هاب‌ها و تخصیص نقاط غیر هاب صورت می‌گیرد. با استفاده از این روش، ازدحام در هاب‌ها نسبت به حالتیکه یک مدل صف بی‌نهایت برای سیستم با گره‌های هاب وجود داشته باشد، می‌تواند بهتر کنترل شود.

$$p(T_{q,kt} > t_{kt}) = 1 - p(T_{q,kt} < t_{kt}) = 1 - w_q(t_{kt}) \leq T_{q,kt},$$

که در آن  $T_{q,kt}$  زمان انتظار در صف در هاب اصلی  $k$  در دوره  $t$  را نشان می‌دهد و  $w_q(t_{kt})$  تابع توزیع تجمعی مدت زمان انتظار در صف در هاب اصلی  $k$  در دوره  $t$  را نشان می‌دهد که بصورت رابطه (۲۴) محاسبه می‌گردد:

$$w_{q,kt} = 1 - \sum_{n=c_{kt}}^{Cap_{kt}-1} q_n \sum_{i=0}^{n-c_{kt}} \frac{(c_{kt} \cdot \mu_{kt} \cdot t_{kt})^i e^{-c_{kt} \cdot \mu_{kt} \cdot t_{kt}}}{i!}, \quad (24)$$

که در آن  $q_n$  احتمال اینکه در زمان ورود مشتری  $n$  نفر داخل سیستم باشند را نشان می‌دهد که بصورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$q_n = \begin{cases} \frac{\pi_n}{1 - \pi_{Cap_{kt}}} & n \leq Cap_{kt} - 1, \\ 0 & \end{cases}$$

در رابطه فوق  $\pi_n$  بیانگر احتمال وجود  $n$  مشتری در سیستم در دراز

داشت:

$$\sum_{n=c_{vt}}^{c_{ap_{vt}}-1} \frac{1}{c_{vt}!} \frac{1}{c_{vt}^{n-c_{vt}}} \frac{(\lambda_{vt})^n}{\mu_{vt}} \frac{\left\{ \frac{1}{\pi_0} \right\} - \frac{1}{c_{vt}!} \frac{1}{c_{vt}^{c_{ap_{vt}}-c_{vt}}} \frac{(\lambda_{vt})^{c_{ap_{vt}}}}{\mu_{vt}}}{c_{vt}^{c_{ap_{vt}}-c_{vt}}} \sum_{i=0}^{n-c_{vt}} \frac{(c_{vt} \cdot \mu_{vt} \cdot t_{vt})^i e^{-c_{vt} \cdot \mu_{vt} \cdot t_{vt}}}{i!} \leq J_{q,vt}. \quad (27)$$

با حل عددی معادله بالا به طریق مشابه آنچه که برای هاب‌های اصلی بیان شده است، خواهیم داشت:

$$\lambda_{max} = \lambda (1 - \pi_{c_{ap_{vt}}}),$$

بنابراین برای هاب‌های اصلی نیز می‌توان گفت:

$$\lambda \leq \lambda_{max},$$

در اینجا برای محاسبه  $\lambda_{vt}$  داریم:

$$\begin{aligned} \lambda_{vt} &= \sum_i \sum_{j \neq i} \sum_k q_{ijts} \cdot f_{ivkjts} \\ &+ \sum_i \sum_{j \neq i} \sum_{v'} q_{ijts} \cdot f_{ivrvjts} \\ &+ \sum_i \sum_{j \neq i} \sum_k q_{ijts} \cdot f_{ikvjts} \\ &+ \sum_i \sum_{j \neq i} \sum_{v'} q_{ijts} \cdot f_{ivrvjts}, \end{aligned} \quad \begin{aligned} \forall v &= 1, \dots, NVH, \\ t &= 1, \dots, T, \\ s &= 1, \dots, S. \end{aligned}$$

پس همانند محدودیت مربوط به هاب‌های اصلی داریم:

$$\lambda_{vt} \leq \lambda_{max,vt},$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} &\sum_i \sum_{j \neq i} \sum_k q_{ijts} \cdot f_{ivkjts} \\ &+ \sum_i \sum_{j \neq i} \sum_{v'} q_{ijts} \cdot f_{ivrvjts} \\ &+ \sum_i \sum_{j \neq i} \sum_k q_{ijts} \cdot f_{ikvjts} \\ &+ \sum_i \sum_{j \neq i} \sum_{v'} q_{ijts} \cdot f_{ivrvjts} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \forall v &= 1, \dots, NVH, \\ t &= 1, \dots, T, \\ s &= 1, \dots, S. \end{aligned} \quad (28)$$

اکنون، محدودیت‌های (۲۶) و (۲۸) جایگزین محدودیت‌های احتمالی (۲۲) و (۲۳) که نشان‌دهنده محدودیت ظرفیت هاب‌ها (مجازی و اصلی) می‌باشند، خواهند شد.

$$\sum_{n=c_{kt}}^{c_{ap_{kt}}-1} \frac{1}{c_{kt}!} \frac{1}{c_{kt}^{n-c_{kt}}} \frac{(\lambda_{kt})^n}{\mu_{kt}} \frac{\left\{ \frac{1}{\pi_0} \right\} - \frac{1}{c_{kt}!} \frac{1}{c_{kt}^{c_{ap_{kt}}-c_{kt}}} \frac{(\lambda_{kt})^{c_{ap_{kt}}}}{\mu_{kt}}}{c_{kt}^{c_{ap_{kt}}-c_{kt}}} \sum_{i=0}^{n-c_{kt}} \frac{(c_{kt} \cdot \mu_{kt} \cdot t_{kt})^i e^{-c_{kt} \cdot \mu_{kt} \cdot t_{kt}}}{i!} \leq J_{q,kt}. \quad (25)$$

با حل عددی معادله فوق یک مقدار برای  $\lambda$  بدست می‌آید که این مقدار به معنای نرخ مراجعه به سیستم می‌باشد و چون ما به دنبال نرخ ورود به هاب می‌باشیم (در این مدل صف به علت وجود محدودیت ظرفیت نرخ مراجعه با نرخ ورود متفاوت می‌باشد) نمی‌توانیم از این مقدار  $\lambda$  استفاده کنیم و باید از مقدار  $\lambda$  استفاده کنیم که آنرا  $\lambda_{max}$  می‌نامیم

$$\lambda_{max} = \lambda \cdot (1 - \pi_{c_{ap_{kt}}}).$$

با توجه به تعاریفی که در بالا صورت گرفته و مقداری که برای  $\lambda$  بدست آمده است، می‌توان گفت:

$$\lambda \leq \lambda_{max},$$

برای محاسبه  $\lambda_{kt}$  داریم:

$$\begin{aligned} \lambda_{kt} &= \sum_i \sum_{j \neq i} \sum_{k'} q_{ijts} \cdot f_{ikk'jts} \\ &+ \sum_i \sum_{j \neq i} \sum_v q_{ijts} \cdot f_{ikvjts} \\ &+ \sum_i \sum_{j \neq i} \sum_{v'} q_{ijts} \cdot f_{ivkjts} \\ &+ \sum_i \sum_{j \neq i} \sum_{k'} q_{ijts} \cdot f_{ikk'jts}, \end{aligned} \quad \begin{aligned} \forall k &= 1, \dots, NOH, \\ t &= 1, \dots, T, \\ s &= 1, \dots, S. \end{aligned}$$

اکنون با توجه به معادله (۲۵) که مربوط به محدودیت زمان انتظار می‌باشد یک مقدار ماکسیمم برای  $\lambda$  بصورت زیر بدست می‌آید:

$$\lambda_{kt} \leq \lambda_{max,kt},$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} &\sum_i \sum_{j \neq i} \sum_{k'} q_{ijts} \cdot f_{ikk'jts} \\ &+ \sum_i \sum_{j \neq i} \sum_v q_{ijts} \cdot f_{ikvjts} \\ &+ \sum_i \sum_{j \neq i} \sum_{v'} q_{ijts} \cdot f_{ivkjts} \\ &+ \sum_i \sum_{j \neq i} \sum_{k'} q_{ijts} \cdot f_{ikk'jts} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \forall k &= 1, \dots, NOH, \\ t &= 1, \dots, T, \\ s &= 1, \dots, S. \end{aligned} \quad (26)$$

همچنین، با توجه به نکات فوق، برای هاب‌های مجازی نیز خواهیم

### ۲-۳ پیاده‌سازی مدل استوار

مسائل تصمیم‌گیری اغلب به علت عدم دقت، تغییرپذیری مستمر و ناتوانی در دیدن وقایع آینده با عدم اطمینان‌هایی مواجه هستند. نویسندگان بسیاری بحث استواری را مورد تحقیق و بررسی قرار داده و نتیجه کار آن‌ها منجر به حوزه تحقیقاتی وسیعی شده است. اگر مدل‌ها استوار باشند، خطر بکارگیری اشتباه آن‌ها بسیار کمتر خواهد شد و استواری به این مفهوم است که خروجی مدل نباید خیلی نسبت به مقادیر دقیق پارامترها و ورودی‌های مدل حساس باشد. در بهینه‌سازی استوار به دنبال جواب‌های نزدیک به بهینه‌ای هستیم که با احتمال بالایی موجه هستند. اولین گام در این زمینه بوسیله سویستر برداشته شد که در آن یک مدل برنامه‌ریزی خطی برای تولید جوابی که برای همه داده‌های متعلق به مجموعه محدب موجه می‌باشد، ارائه گردید [Soyster, 1973]. سپس، مطالعات بیشتری در توسعه بهینه‌سازی استوار توسط بن تال و نمیروسکی صورت پذیرفت [Ben-Tal and Nemirovski, 2000]. علاوه بر تحقیقات اشاره شده که مبتنی بر نوسان پارامترها در یک بازه می‌باشند، مطالعات دیگری در زمینه مدل‌سازی ریاضی انجام شده است که مبتنی بر مفهوم سناریو می‌باشند مانند مالوی و همکاران [Mulvey, Vanderbei and Zenios, 1995]. در این مطالعات، بهینه‌سازی استوار مسائل برنامه‌ریزی ریاضی با داده‌های نامطمئن مورد بررسی قرار می‌گیرند. این بهینه‌سازی مرتبط با مسائلی است که جنس داده‌های آن‌ها از نوع سناریو باشند. محققین یک فرمول‌بندی مدل عمومی را برای بهینه‌سازی استوار ارائه دادند.

در این تحقیق، پارامتر مقدار تقاضای گره‌ها قابل اعتماد نبوده و نوسانی در نظر گرفته شده‌اند. در نتیجه تابع هدف نسبت به تغییرات این پارامتر استوار می‌شود. بر این اساس، برای تقاضا سناریوهای مختلفی در نظر گرفته می‌شود. در این حالت، تعدادی پارامتر جدید به مدل اضافه خواهد شد که در ادامه به تعریف آنها می‌پردازیم:

$\theta_s$ : پارامتر خطی‌سازی تابع هدف،

$Q$ : وزن توازن بین امید ریاضی و واریانس در استواری جواب،

$\omega$ : وزن توازن و مبادله بین استواری جواب و استواری مدل،

فصلنامه مهندسی حمل‌ونقل / سال سیزدهم / شماره سوم (۵۲) / بهار ۱۴۰۱

$P_s$ : احتمال رخ دادن هر سناریو به طوری که  $\sum_s P_s = 1$

$\delta_{ijts}$ : مقدار تقاضای برآورده نشده از مراکز تقاضای  $i$  به  $j$  در دوره  $t$ ام تحت سناریوی  $s$ ام.

اکنون با توجه به پارامترهای تعریف شده، تابع هدف و محدودیت‌های مدل بهینه‌سازی استوار به صورت روابط (۲۹) الی (۳۶) خواهند بود.

### ۲-۳-۱ تابع هدف

$$\begin{aligned} \min & \\ = & \sum_s P(s) \cdot (OF_s) + Q \sum_s P(s) \left[ (OF_s) \right. \\ & \left. - \sum_s P(s) \cdot (OF_s) + 2\theta_s \right] \end{aligned} \quad (29)$$

$$+ \omega \sum_i \sum_{j \neq i} \sum_t \sum_s P(s) \cdot \delta_{ijts}$$

۲-۳-۲ محدودیت مربوط به معادله خطی‌سازی استوار

$$(OF_s) - \sum_s P(s) \cdot (OF_s) + \theta_s \quad \forall s = 1, \dots, S, \quad (30)$$

$$\geq 0,$$

رابطه (۳۰) معادله خطی‌سازی استوار می‌باشد.

### ۲-۳-۳ محدودیت‌های اصلاح شده

$$\begin{aligned} \sum_i \sum_{j \neq i} \sum_{k'} \sum_{NOH} (q_{ijts} - \delta_{ijts}) \cdot f_{ikrjts} & \quad \forall k \\ & = 1, \dots, NOH, \\ & t = 1, \dots, T, \\ & s = 1, \dots, S, \\ + \sum_i \sum_{j \neq i} \sum_v \sum_{NVH} (q_{ijts} - \delta_{ijts}) \cdot f_{ikvjts} & \\ + \sum_i \sum_{j \neq i} \sum_v \sum_{NVH} (q_{ijts} - \delta_{ijts}) \cdot f_{ivkjts} & \\ + \sum_i \sum_{j \neq i} \sum_{k'} \sum_{NOH} (q_{ijts} - \delta_{ijts}) \cdot f_{ikrkjts} & \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \leq \lambda_{max,kt}, & \\ \sum_i \sum_{j \neq i} \sum_k \sum_{NOH} (q_{ijts} - \delta_{ijts}) \cdot f_{ivkjts} & \quad \forall v \\ & = 1, \dots, NVH, \\ & t = 1, \dots, T, \\ & s = \\ + \sum_i \sum_{j \neq i} \sum_{v'} \sum_{NVH} (q_{ijts} - \delta_{ijts}) \cdot f_{ivv'jts} & \quad 1, \dots, S, \\ + \sum_i \sum_{j \neq i} \sum_k \sum_{NOH} (q_{ijts} - \delta_{ijts}) \cdot f_{ikvjts} & \\ + \sum_i \sum_{j \neq i} \sum_{v'} \sum_{NVH} (q_{ijts} - \delta_{ijts}) \cdot f_{ivrvjts} & \end{aligned} \quad (32)$$

محدودیت‌های (۲) الی (۲۱) بدون تغییر و محدودیت‌های (۲۶) و

مشخص می‌باشند. همچنین، در این مطالعه، با توجه به اینکه هاب-های مجازی در صورت لزوم باز و یا بسته می‌شوند، سه نوع هزینه باز کردن، نگهداری و بستن برای این نوع هاب‌ها در نظر گرفته شده است. در جدول ۳ مقادیر این هزینه‌ها نمایش داده شده‌اند.

در جدول ۴، تعداد سرویس‌دهنده‌ها برای هاب‌های اصلی و مجازی در دوره‌های متفاوت ارائه داده شده‌اند. همچنین، نرخ سرویس‌دهی هر سرویس‌دهنده و حداکثر تعداد مشتری‌هایی که می‌توانند در صف بمانند برای هاب‌های اصلی و مجازی به ترتیب برابر  $\mu_{vt} = 20$  و  $\mu_{kt} = 10$  می‌باشند. همچنین، حد بالای زمان انتظار در صف و حد بالای مطلوب برای احتمال زیاد شدن زمان انتظار در صف در هاب‌های اصلی و مجازی در دوره‌های مختلف برابر  $0.2$  فرض شده‌اند ( $J_{q,vt} = 0.2$  و  $t_{vt} = t_{kt} = 0.2$ ). همچنین، در جدول ۵، مقادیر پارامترهای مدل استوار بکارگرفته شده در مساله مورد مطالعه آمده است.

در اینجا فرض شده است که مقدار متوسط نرخ جریان تقاضا بین گره‌های  $i$  و  $j$  در دوره  $t$ ام و تحت سناریوی  $s$ ام،  $q_{ijts}$ ، که در ساعت پیک محاسبه می‌شود، از توزیع یکنواخت در بازه  $(L_{ts}, U_{ts})$  پیروی می‌کند. حد بالا و پایین این تابع توزیع در دوره‌ها و سناریوهای مختلف، متفاوت در نظر گرفته شده‌اند. در جدول ۶، مقادیر این پارامترها نمایش داده شده‌اند. همچنین، ضرایب تخفیف برای بهره‌مندی از صرفه‌جویی‌های اقتصادی ارتباطات بین هاب‌های اصلی و مجازی به ترتیب برابر  $\beta = 0.7$  و  $\alpha = 0.7$  فرض شده‌اند. همان‌طور که ملاحظه می‌شود مسیرهای بین هاب‌های اصلی به علت بهره‌مندی از تسهیلات، وسعت و امکانات بیشتر، صرفه‌جویی اقتصادی بیشتری را نیز عاید سیستم می‌کند. مدل پیشنهادی روی یک دستگاه کامپیوتر شخصی حاوی یک پردازنده Intel Pentium Dual Core 2.27 GHz (R) و ۴ گیگابایت RAM حل شده است. برای حل مدل بهینه‌سازی استوار پیشنهادی از نرم‌افزار بهینه‌سازی LINGO استفاده شده است.

(۲۸) که مربوط به زمان انتظار در صف می‌باشند، با در نظر گرفتن مقدار تقاضای برآورده نشده  $\delta_{ijts}$ ، بصورت محدودیت‌های (۳۱) و (۳۲) تغییر یافته‌اند.

### ۳-۲-۴ محدودیت‌های مربوط به متغیرهای صفر و یک و

پیوسته

$$\begin{aligned} f_{ijts}, f_{ikk'jts}, f_{ikvjts}, \\ f_{ivkjts}, f_{ivvjts} \in \{0, 1\}, \end{aligned} \quad \begin{aligned} \forall i, j = 1, \dots, NN, \\ k, k' = 1, \dots, NOH, \\ v, v' = 1, \dots, NVH, \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} y_{ivt} \in \{0, 1\}, \\ x_{vt}, z_{vt}, ox_{vt}, cx_{vt}, ix_{vt} \in \{0, 1\}, \end{aligned} \quad \begin{aligned} \forall i = 1, \dots, NN, \\ v = 1, \dots, NVH, \\ t = 1, \dots, T, \end{aligned} \quad (34)$$

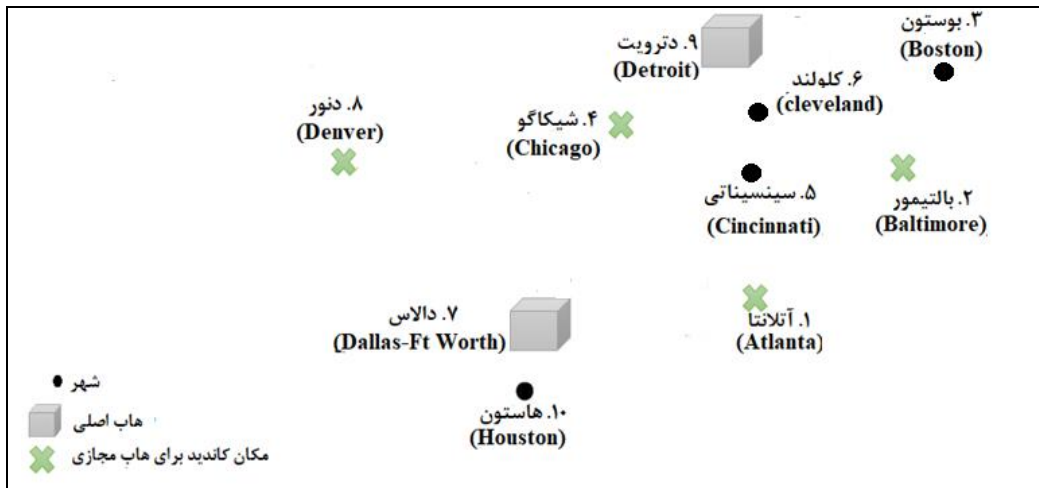
$$\theta_s, \delta_{ijts} \geq 0, \quad \forall i, j = 1, \dots, NN, \quad t = 1, \dots, T, s = 1, \dots, S. \quad (35)$$

محدودیت‌های (۳۳) الی (۳۶) متغیرهای صفر و یک و متغیرهای پیوسته مساله را نشان می‌دهند.

## ۴. نتایج عددی

در این بخش، برای درک بهتر مساله پیشنهادی، به ارائه یک مطالعه تجربی بر اساس مجموعه اطلاعات شناخته شده CAB که اولین بار توسط اوکلی بر پایه انتقال مسافران خطوط هوایی بین ۲۵ شهر معروف آمریکا معرفی شده است، می‌پردازیم [O'Kelly, 1987]. این مجموعه اطلاعات توسط سازمان مطالعات هوایی آمریکا ارزیابی شده و توسط اکثر محققین مکان‌یابی هاب مورد استفاده قرار گرفته است. در این جا، به دلیل پیچیدگی مدل پیشنهادی و حجم بالای محاسبات، ما ۱۰ شهر از ۲۵ شهر مساله اوکلی را در نظر گرفتیم. در شکل ۳ یک شمای کلی از مساله مورد مطالعه نمایش داده شده است. چنانچه در این شکل نمایش داده شده است، در اینجا فرض شده است که دو شهر اصلی دترویت و دالاس به عنوان هاب‌های اصلی از ابتدا در شبکه باز می‌باشند و ۴ شهر آتلانتا، بالتیمور، شیکاگو و دنور بعنوان مکان‌های نامزد برای اسقرار هاب‌های مجازی در نظر گرفته شده‌اند. در پیکربندی اولیه، تخصیص نقاط تقاضا به هاب‌های اصلی

صابر شیرینی پور



شکل ۳. یک شمای کلی از مساله مطالعه شده

جدول ۳. هزینه باز کردن، نگهداری و بستن هاب‌های مجازی

هاب مجازی	هزینه باز کردن (*10 <sup>6</sup> unit)			هزینه نگهداری (*10 <sup>6</sup> unit)			هزینه بستن (*10 <sup>6</sup> unit)		
	دوره ۱	دوره ۲	دوره ۳	دوره ۱	دوره ۲	دوره ۳	دوره ۱	دوره ۲	دوره ۳
آتلانتا	۱۸	۲۰	۲۸	۵	۵/۵	۶	۱	۳	۲
بالتیمور	۲۰	۱۵	۲۴	۴	۷	۳	۴	۲	۳
شیکاگو	۲۵	۱۵	۲۲	۹	۶	۸	۲	۱	۵
دنور	۱۵	۳۰	۱۷	۳	۲	۵	۳	۱	۱

جدول ۴. مقادیر پارامترهای  $C_{vt}$  و  $C_{kt}$

هاب‌ها دوره‌ها	آتلانتا	بالتیمور	شیکاگو	دالاس	دنور	دترویت
دوره ۱	۷	۹	۵	۱۶	۶	۱۸
دوره ۲	۵	۶	۵	۱۳	۶	۱۴
دوره ۳	۵	۵	۴	۱۱	۴	۱۶

جدول ۵. مقادیر پارامترهای مدل استوار

پارامتر	$P_S$			$UC_S$			$Q$	$\omega$
	سناریو ۱	سناریو ۲	سناریو ۳	سناریو ۱	سناریو ۲	سناریو ۳		
مقدار	۰/۳	۰/۴	۰/۳	۸۰۰	۱۰۰۰	۱۲۰۰	۱	۱۰۰۰۰

جدول ۶. مقادیر تقاضا بین گره‌ها

دوره	دوره ۱			دوره ۲			دوره ۳		
	سناریو ۱	سناریو ۲	سناریو ۳	سناریو ۱	سناریو ۲	سناریو ۳	سناریو ۱	سناریو ۲	سناریو ۳
بازه	[۰, ۵]	[۲, ۹]	[۳, ۱۵]	[۰, ۷]	[۰, ۱۳]	[۵, ۲۰]	[۲, ۶]	[۲, ۱۵]	[۸, ۲۵]

با تقاضای کمتر، هاب‌های مجازی کمتری به کار گرفته شده‌اند. این بواسطه این حقیقت است که در این سناریوها، تقاضای مراکز عمدتاً به واسطه هاب‌های اصلی برآورده می‌شوند و نیازی به استفاده از هاب مجازی نمی‌باشد. برای مثال، در دوره ۱، گره ۵ ( فرودگاه سینسیناتی) که هاب اصلی‌اش فرودگاه دترویت می‌باشد، در هر سه سناریو به فرودگاه هاب مجازی بالتیمور تخصیص داده شده است. اما در دوره ۲، سناریو ۱، این گره به هیچ هاب مجازی تخصیص داده نشده است. در دوره ۲، سناریوهای ۲ و ۳ و دوره ۳، سناریو ۳، این گره به فرودگاه هاب مجازی شیکاگو تخصیص داده شده است. همچنین، در سناریوهای ۱ و ۲ دوره ۳، این گره به فرودگاه هاب مجازی آتلانتا تخصیص داده شده است. بمنظور درک بهتر نتایج بدست آمده، در شکل ۴ پیکربندی شبکه هاب مجازی بر اساس نتایج گزارش شده در جدول ۸ برای دوره‌ها و سناریوهای مختلف بصورت گرافیکی نمایش داده شده‌اند. در این شکل، به منظور جلوگیری از ازدحام لینک‌ها روی شبکه، ارتباطات بین هاب‌های اصلی و مجازی نمایش داده نشده‌اند.

در جدول ۷، چگونگی بکار گرفته شدن هاب‌های مجازی در پیکربندی اولیه و در دوره‌های مختلف نمایش داده شده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که در هر دوره، مدل پیشنهادی تصمیم به استفاده از دو هاب مجازی گرفته است و در هیچیک از دوره‌ها شهر دنور برای اسقرار هاب‌های مجازی انتخاب نشده است. در این جدول می‌توان مشاهده کرد که فرودگاه‌های هاب مجازی بالتیمور و شیکاگو در پیکربندی اولیه باز شده‌اند. فرودگاه شیکاگو تا آخرین دوره باز می‌ماند اما بالتیمور بعد از دوره ۱ بسته می‌شود و تا آخرین دوره بسته می‌ماند. همچنین، فرودگاه آتلانتا که در پیکربندی اولیه بسته بود، در دوره ۲ باز می‌شود و تا آخرین دوره باز می‌ماند. مقدار تابع هدف برای مساله پیشنهادی ۱۶۲۸۷۲۳۴۰۰ بدست آمده است. در جدول ۸، تخصیص گره‌های تقاضا به هاب‌های اصلی و مجازی در طول افق برنامه‌ریزی و در سناریوهای مختلف ارائه داده شده‌اند. می‌توان مشاهده کرد که در دوره‌ها و سناریوهای متفاوت تخصیص گره‌های تقاضا به هاب‌های مجازی متفاوت است که این تفاوت ناشی از نوسانی بودن تقاضا در سناریوهای متفاوت می‌باشد. در سناریوهای

جدول ۷. نتایج باز و بسته شدن هاب‌های مجازی در دوره‌های مختلف

هاب های مجازی دوره ها	آتلانتا	بالتیمور	شیکاگو	دنور
پیکر بندی اولیه	—	✓	✓	—
دوره ۱	—	✓	✓	—
دوره ۲	✓	—	✓	—
دوره ۳	✓	—	✓	—

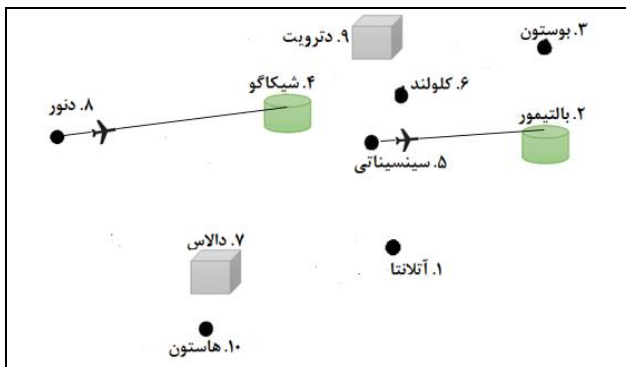


یک مدل برنامه ریزی ریاضی احتمالی برای مکان‌یابی هاب‌های مجازی در شبکه حمل و نقل خطوط هوایی تحت یک مدل صف

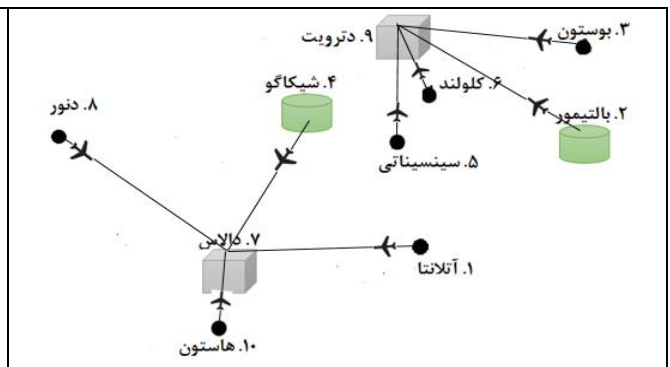
M/M/C/K

جدول ۸. نتایج برای تخصیص گره‌های تقاضا به هاب‌های اصلی و مجازی در دوره‌ها و سناریوهای مختلف

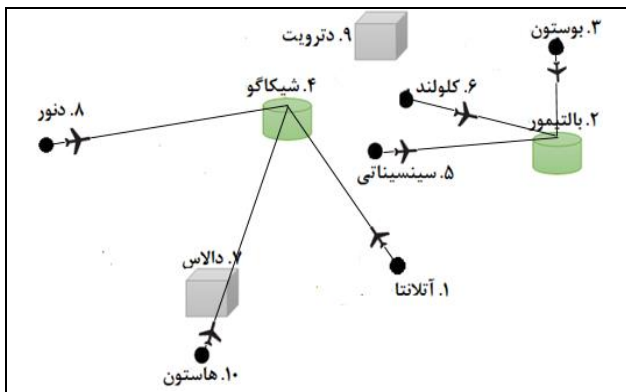
گره تقاضا	هاب اصلی	هاب مجازی								
		دوره ۱			دوره ۲			دوره ۳		
		سناریو ۱	سناریو ۲	سناریو ۳	سناریو ۱	سناریو ۲	سناریو ۳	سناریو ۱	سناریو ۲	سناریو ۳
آتلانتا	دالاس	-	-	شیکاگو	آتلانتا	آتلانتا	آتلانتا	آتلانتا	آتلانتا	آتلانتا
بالتیمور	دترویت	بالتیمور	بالتیمور	بالتیمور	-	شیکاگو	شیکاگو	-	-	شیکاگو
بوستون	دترویت	-	بالتیمور	بالتیمور	شیکاگو	-	شیکاگو	-	شیکاگو	شیکاگو
شیکاگو	دالاس	شیکاگو	شیکاگو	شیکاگو	شیکاگو	شیکاگو	شیکاگو	شیکاگو	شیکاگو	شیکاگو
سینسیناتی	دترویت	بالتیمور	بالتیمور	شیکاگو	-	شیکاگو	شیکاگو	آتلانتا	آتلانتا	شیکاگو
کلوند	دترویت	-	بالتیمور	بالتیمور	شیکاگو	شیکاگو	شیکاگو	-	شیکاگو	-
دنور	دالاس	شیکاگو	شیکاگو	شیکاگو	-	آتلانتا	آتلانتا	آتلانتا	آتلانتا	آتلانتا
هاستون	دالاس	-	شیکاگو	شیکاگو	-	آتلانتا	آتلانتا	-	-	آتلانتا



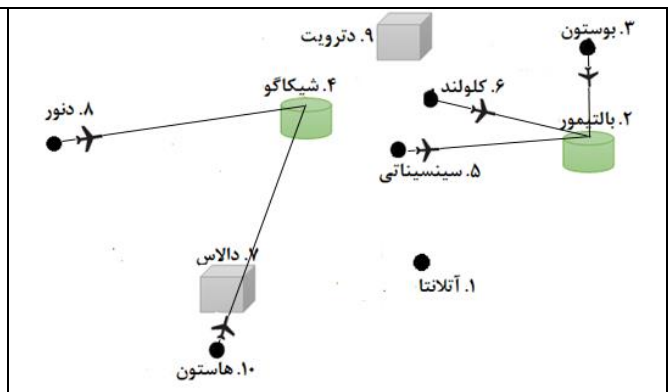
(ب) دوره ۱ و سناریو ۱



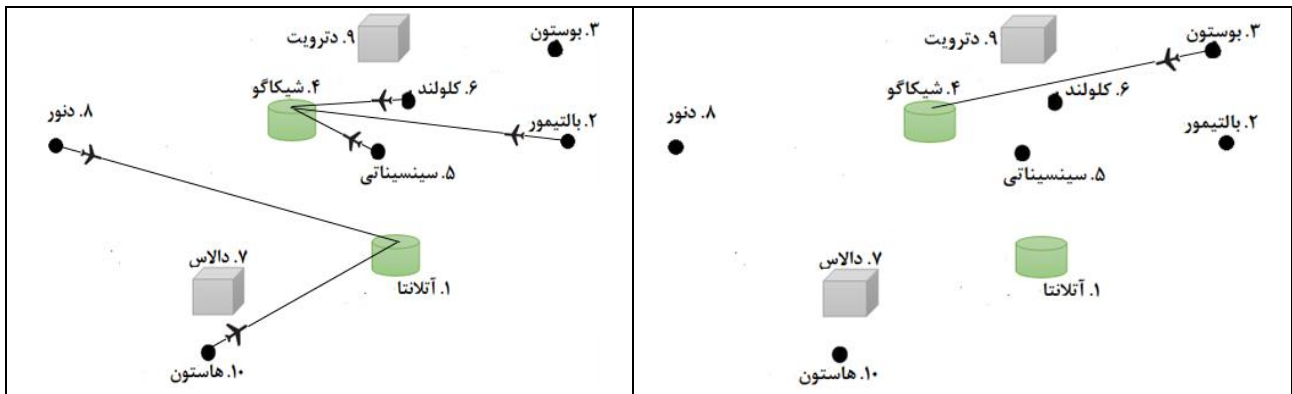
(الف) پیکربندی اولیه



(ت) دوره ۱ و سناریو ۳

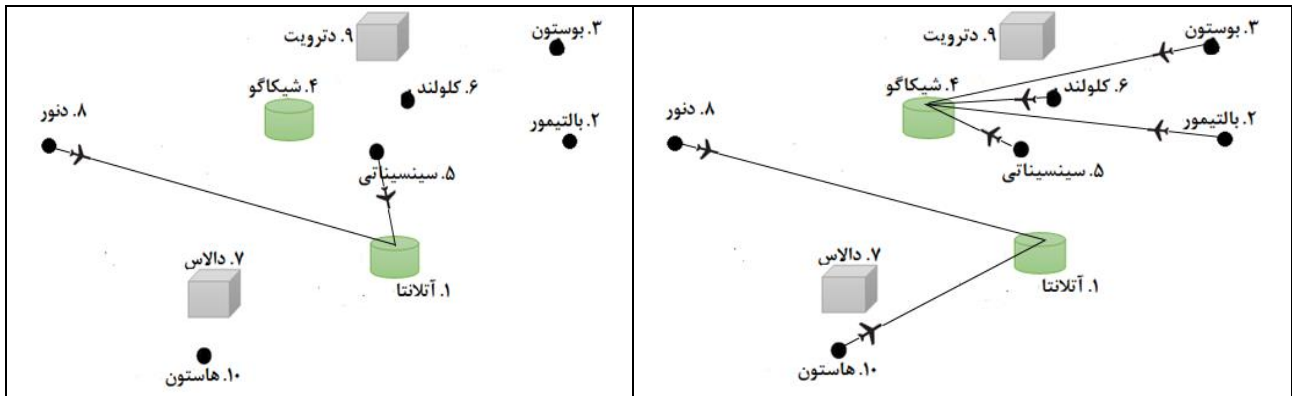


(پ) دوره ۱ و سناریو ۲



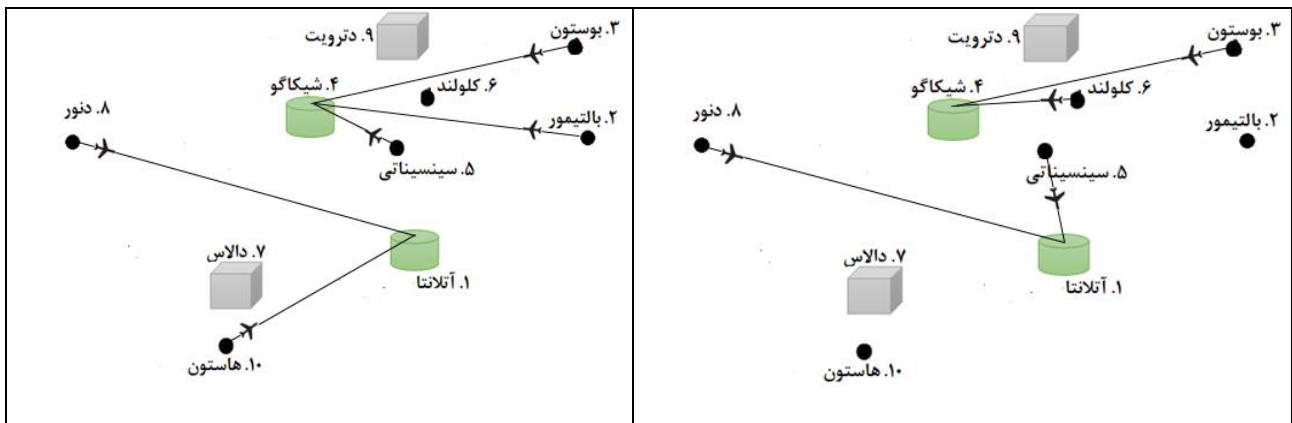
(ج) دوره ۲ و سناریو ۲

(ث) دوره ۲ و سناریو ۱



(ح) دوره ۳ و سناریو ۱

(چ) دوره ۲ و سناریو ۳



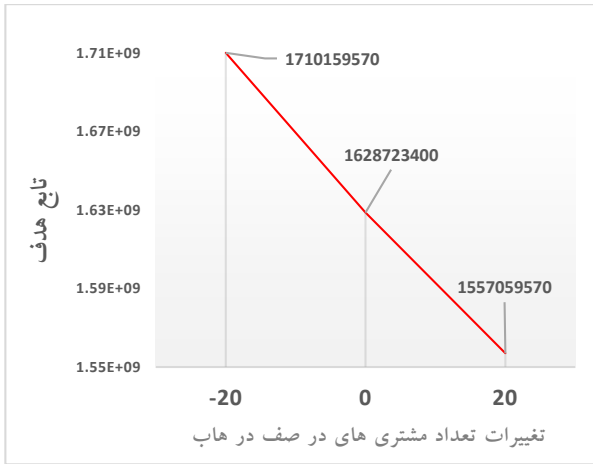
(د) دوره ۳ و سناریو ۳

(خ) دوره ۲ و سناریو ۳

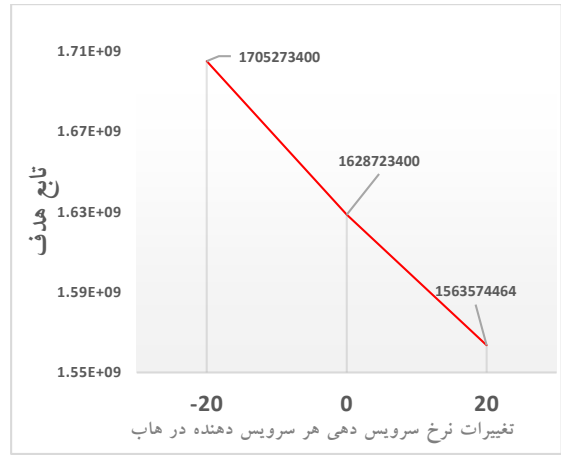
شکل ۴. نمایش نتایج بدست آمده برای مساله مطالعه شده برای دوره ها و سناریوهای مختلف

یک مدل برنامه ریزی ریاضی احتمالی برای مکان‌یابی هاب‌های مجازی در شبکه حمل و نقل خطوط هوایی تحت یک مدل صف

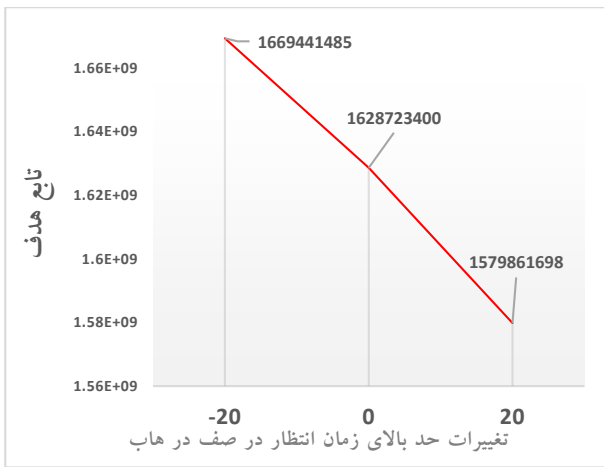
M/M/C/K



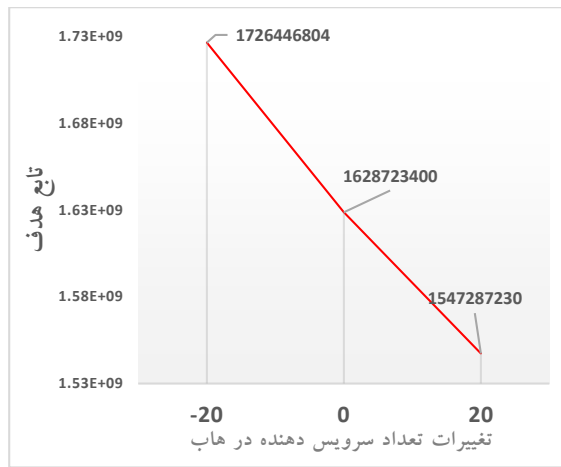
(ب) حساسیت مورد مطالعه شده نسبت به تغییرات  $b_{vt}$ .



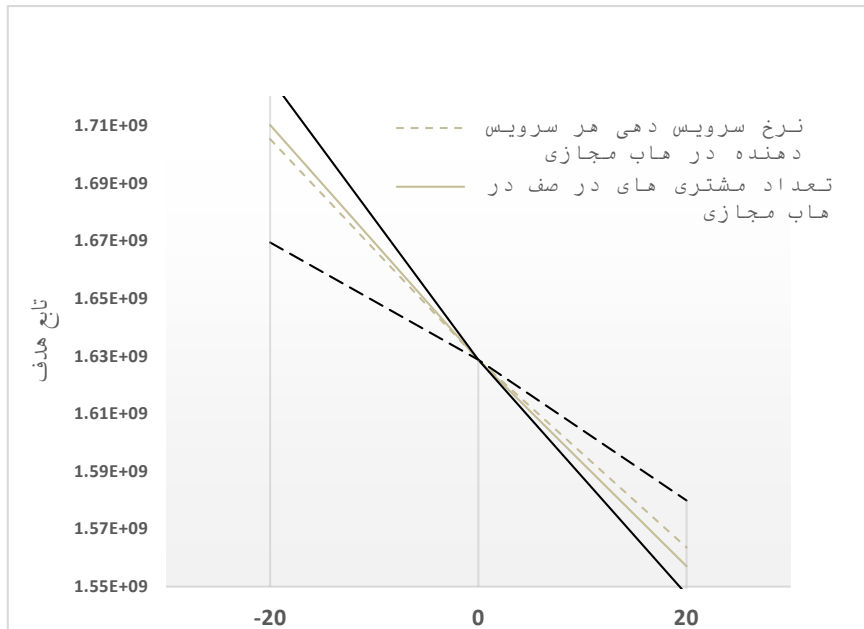
(الف) حساسیت مورد مطالعه شده نسبت به تغییرات  $\mu_{vt}$ .



(د) حساسیت مورد مطالعه شده نسبت به تغییرات  $k_{vt}$ .



(ج) حساسیت مورد مطالعه شده نسبت به تغییرات  $C_{vt}$ .



(ه) مقایسه حساسیت مورد مطالعه شده نسبت به تغییرات کلیه پارامترها بصورت همزمان

شکل ۵. یک تحلیل حساسیت با استفاده از تغییر  $\pm 20\%$  روی پارامترهای  $\mu_{vt}$ ,  $b_{vt}$ ,  $C_{vt}$  و  $k_{vt}$

تقاضا، تعداد هاب‌های اصلی، تعداد دوره‌ها و تعداد سناریوها متفاوت هستند. در تمامی مسائل نمونه، تعداد مکان‌های نامزد برای هاب‌های مجازی همواره برابر  $[0.4 \times NN]$  در نظر گرفته شده است. در جدول ۹، بازه‌هایی که در آن مقادیر پارامترهای  $MC_{VT}$ ،  $EC_{VT}$ ،  $CC_{VT}$ ،  $P_S$ ،  $UC_S$ ،  $C_{VT}$  و  $C_{KT}$  بطور تصادفی انتخاب شده‌اند گزارش داده شده است. مقادیر سایر پارامترها مشابه مثال مطالعه شده فرض شده‌اند. ما برای نرم‌افزار LINGO یک محدودیت زمانی ۷۲۰۰ ثانیه در نظر گرفتیم که اگر در انتهای این محدوده زمانی یک جواب بهینه بدست نیاید، گزارش می‌دهیم که نمونه توسط مدل پیشنهادی غیر قابل حل می‌باشد.

در ادامه، برای تحلیل حساسیت مدل پیشنهادی نسبت به مقادیر متفاوت برخی از پارامترهای مدل صف از قبیل  $\mu_{VT}$ ،  $b_{VT}$ ،  $C_{VT}$  و  $\sigma_{VT}$ ، یک تحلیل حساسیت با استفاده از تغییر  $\pm 20\%$  روی این پارامترها انجام شده است. نتایج بدست آمده برای هر یک از این پارامترها در شکل‌های ۵-الف الی ۵-د گزارش شده‌اند. مطابق با انتظار، نتایج نشان می‌دهند که با افزایش بازه‌های هر یک از پارامترهای مذکور، مقادیر تابع هدف کاهش می‌یابند. این از آن روست که با افزایش این بازه‌ها، ظرفیت هاب‌ها جهت سرویس‌دهی به متقاضیان افزایش می‌یابد و در نتیجه مجموع هزینه‌های حمل‌ونقل در مسیرهای متفاوت و هزینه‌های مکان‌یابی هاب‌های مجازی شامل هزینه‌های بازکردن، نگهداری و بستن در طول افق برنامه‌ریزی کاهش می‌یابد. همچنین، در شکل ۵-ه، تغییرات مقدار تابع هدف به ازای تغییرات این پارامترها بصورت همزمان مقایسه شده‌اند. نتایج نشان می‌دهند که اگرچه مدل پیشنهادی به تغییرات تمامی پارامترها حساس می‌باشد اما شیب منحنی تغییرات تعداد سرویس‌دهنده‌ها در هاب مجازی بیشتر از سایر منحنی‌ها می‌باشد، یعنی در مثال مطالعه شده، میزان حساسیت مدل پیشنهادی به پارامتر  $C_{VT}$  بیشتر از سایر پارامترهای مدل صف می‌باشد. بنابراین با توجه به حساسیت زیادی که مدل ریاضی به پارامتر  $C_{VT}$  دارد و با توجه به هزینه زیاد باز و بسته کردن هاب‌ها، بعنوان یک راهکار مدیریتی می‌توان پیشنهاد داد که با تامین بودجه کافی جهت افزایش نیروی انسانی و تعداد سرویس‌دهنده‌ها در هاب‌ها و بهره‌گیری از یک سیستم صف مناسب، می‌توان ظرفیت هاب‌ها را افزایش و متعاقباً تعداد هاب‌های موردنیاز را کاهش داد که این مساله نیز منجر به کاهش هزینه‌های کل و افزایش رضایت متقاضیان در سطح کلان می‌گردد. همچنین، با توجه به اهمیتی که هر یک از این پارامترها دارند و با توجه به خروجی مدل ریاضی پیشنهادی، مدیران می‌توانند قبل از شروع هر دوره تمهیدات لازم جهت سرویس‌دهی مناسب و بموقع به متقاضیان در هر هاب را برنامه‌ریزی نموده و خطرات احتمالی در این زمینه را شناسایی و راه‌کارهای مناسب جهت رفع آنها را پیش‌بینی نمایند.

در ادامه، به ارزیابی رفتار مدل پیشنهادی با استفاده از نمونه‌های گوناگون آزمایشی می‌پردازیم. آزمایشات بر اساس تعداد گره‌های

یک مدل برنامه ریزی ریاضی احتمالی برای مکان‌یابی هاب‌های مجازی در شبکه حمل و نقل خطوط هوایی تحت یک مدل صف

### M/M/C/K

جدول ۹. بازه های پارامترهای  $EC_{vt}$ ،  $MC_{vt}$ ،  $CC_{vt}$ ،  $C_{vt}$  و  $C_{kt}$ ،  $UC_s$ ،  $P_s$

پارامتر	$EC_{vt}$	$MC_{vt}$	$CC_{vt}$	$C_{vt}$ & $C_{kt}$	$P_s$	$UC_s$
بازه	$[10, 40] * 10^6$ unit	$[2, 10] * 10^6$ unit	$[1, 8] * 10^6$ unit	[4, 20]	[0/2, 0/5]	[600, 1500]

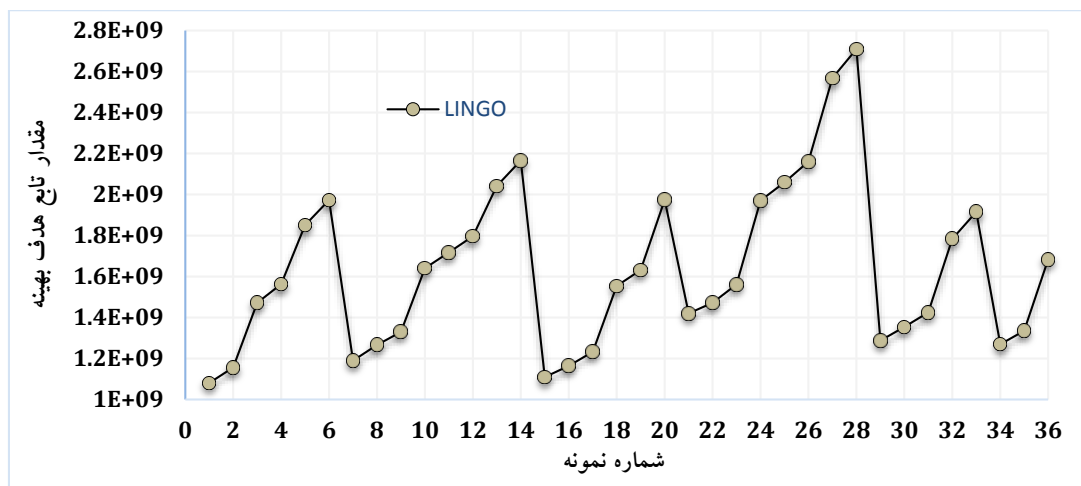
افزایش تعداد هاب‌های اصلی مقدار تابع هدف کاهش می‌یابد زیرا تعداد هاب‌های مجازی مورد نیاز برای تامین تقاضای سفر و به دنبال آن هزینه‌های بازکردن، نگهداری و بستن هاب‌ها در افق برنامه‌ریزی کاهش می‌یابد. همچنین، مطابق انتظار، با افزایش تعداد گره‌ها، تعداد دوره‌ها و تعداد سناریوها، نمونه‌ها سخت‌تر شده و مقدار تابع هدف مساله پیشنهادی نیز افزایش یافته است که در آن تاثیر تعداد گره‌ها و تعداد دوره‌ها به مراتب بیشتر از تعداد سناریوها می‌باشد.

در جدول ۱۰، بعضی نمونه‌های قابل حل مدل ریاضی پیشنهادی با استفاده از نرم افزار LINGO نمایش داده شده‌اند. در این جدول، مقدار بهینه تابع هدف و زمان لازم برای رسیدن به جواب بهینه بوسیله LINGO نمایش داده شده‌اند. برای درک بهتر عملکرد مدل پیشنهادی، نتایج بدست آمده در جدول ۱۰، بصورت گرافیکی در شکل‌های ۶ و ۷ ترسیم شده‌اند. در شکل ۶ مقدار تابع هدف مدل پیشنهادی نسبت به تغییر تعداد گره‌ها، تعداد هاب‌های اصلی، تعداد دوره‌ها و تعداد سناریوها نمایش داده شده‌اند. می‌توان دید که با

جدول ۱۰. نتایج محاسبات برای نمونه‌های گوناگون

شماره نمونه	$NN$	$NOH$	$T$	$S$	مقدار بهینه تابع هدف	زمان لازم برای رسیدن به جواب بهینه بوسیله LINGO
۱	۸	۲	۲	۲	۱۰۸۰۷۵۲۷۶۸	۳۸۰
۲				۳	۱۱۵۶۱۴۴۵۷۴	۴۸۱
۳			۳	۲	۱۴۷۱۳۹۵۰۲۰	۶۲۱
۴				۳	۱۵۶۳۳۶۵۱۹۲	۶۷۸
۵			۴	۲	۱۸۵۰۴۲۵۵۳۶	۷۷۶
۶				۳	۱۹۷۲۵۸۷۸۳۲	۸۵۶
۷	۱۰	۲	۲	۲	۱۱۹۰۱۶۶۳۸۵	۸۸۸
۸				۳	۱۲۶۶۱۳۴۴۵۲	۹۹۵
۹				۴	۱۳۲۹۴۴۱۱۷۵	۱۰۷۷
۱۰			۳	۲	۱۶۴۰۶۷۴۴۵۹	۱۰۸۵
۱۱				۳	۱۷۱۷۹۸۳۷۲۷	۱۱۸۸
۱۲				۴	۱۷۹۶۷۰۳۰۷۶	۱۳۲۱
۱۳			۴	۲	۲۰۴۱۶۱۳۵۸۹	۱۴۱۶
۱۴				۳	۲۱۶۵۵۴۶۳۷۱	۱۵۱۸
۱۵		۳	۲	۲	۱۱۰۹۴۲۳۰۷۸	۱۰۳۴
۱۶				۳	۱۱۶۴۱۳۷۵۴۳	۱۲۰۶
۱۷				۴	۱۲۳۲۸۲۱۶۵۸	۱۳۷۹

شماره نمونه	NN	NOH	T	S	مقدار بهینه تابع هدف	زمان لازم برای رسیدن به جواب بهینه بوسیله LINGO
۱۸			۳	۲	۱۵۵۳۷۴۴۴۸۳	۱۴۴۷
۱۹				۳	۱۶۳۲۰۸۴۵۴۱	۱۶۱۰
۲۰			۴	۲	۱۹۷۴۰۶۲۲۱۱	۱۸۷۴
۲۱	۱۲	۲	۲	۲	۱۴۲۰۰۶۸۸۵۲	۲۹۳۶
۲۲				۳	۱۴۷۱۵۷۳۹۴۰	۳۲۴۷
۲۳				۴	۱۵۶۱۳۳۹۹۵۰	۳۶۳۴
۲۴			۳	۲	۱۹۷۰۹۵۹۵۸۰	۳۹۰۰
۲۵				۳	۲۰۵۹۵۱۸۸۹۲	۴۲۲۹
۲۶				۴	۲۱۶۰۴۳۵۳۱۸	۴۶۶۷
۲۷			۴	۲	۲۵۶۸۲۳۴۴۵۵	۵۱۲۷
۲۸				۳	۲۷۰۹۱۴۶۶۶۸	۵۴۹۸
۲۹		۳	۲	۲	۱۲۸۷۱۸۹۳۹۲	۳۳۳۹
۳۰				۳	۱۳۵۳۵۱۱۴۵۴	۳۷۸۹
۳۱				۴	۱۴۲۵۲۴۷۵۶۱	۴۱۷۹
۳۲			۳	۲	۱۷۸۳۱۹۳۲۴۲	۵۶۰۴
۳۳				۳	۱۹۱۵۳۵۲۵۶۹	۶۰۲۰
۳۴		۴	۲	۲	۱۲۶۹۳۱۳۰۴۱	۴۰۶۴
۳۵				۳	۱۳۳۴۷۱۴۰۲۹	۴۷۷۵
۳۶			۳	۲	۱۶۸۳۴۰۳۳۷۳	۶۹۱۰



شکل ۶. تغییرات مقدار تابع هدف مدل پیشنهادی برای مسائل نمونه گوناگون

مسائل نمونه گوناگون با استفاده از نرم افزار LINGO نمایش داده

در شکل ۷، نمودارهای مربوط به زمانهای اجرای مورد نیاز برای

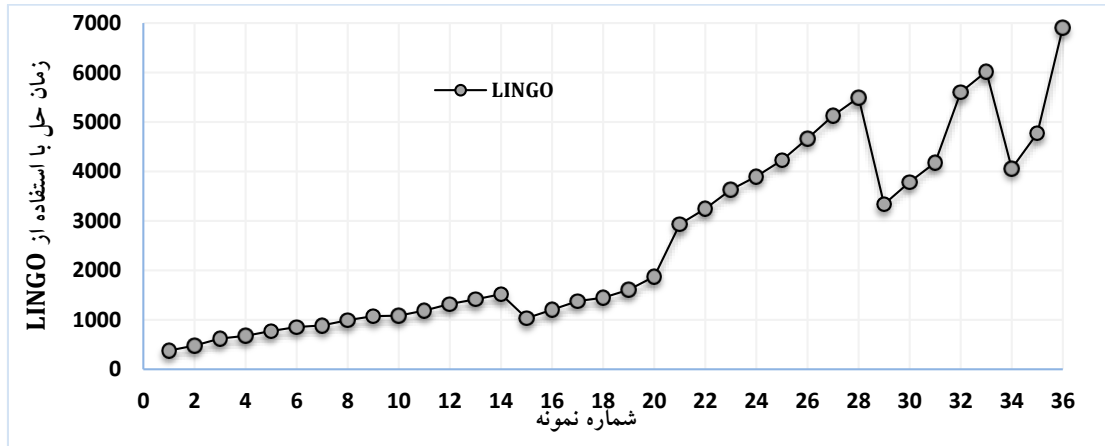
فصلنامه مهندسی حمل و نقل / سال سیزدهم / شماره سوم (۵۲) / بهار ۱۴۰۱

یک مدل برنامه ریزی ریاضی احتمالی برای مکان‌یابی هاب‌های مجازی در شبکه حمل و نقل خطوط هوایی تحت یک مدل صف

### M/M/C/K

می‌یابد. همچنین، در شکل ۷ می‌توان مشاهده کرد که تاثیر تعداد دوره‌ها در افزایش زمان حل مساله به مراتب بیشتر از تاثیر تعداد سناریوها و تعداد هاب‌های اصلی می‌باشد.

شده‌اند. نتایج بدست آمده نشان می‌دهند که با افزایش اندازه نمونه‌ها، مساله سخت تر شده و تعداد تلاش‌های محاسباتی برای یافتن جواب بهینه افزایش یافته و در نتیجه زمان حل مدل پیشنهادی نیز افزایش



شکل ۷. نمایش زمان‌های اجرای مورد نیاز برای مسائل نمونه گوناگون با استفاده از LINGO

هاب مجازی بیشتر از سایر منحنی‌ها می‌باشد، به عبارت دیگر، میزان حساسیت مدل پیشنهادی به این پارامتر بیشتر از سایر پارامترهای مدل صف می‌باشد. برای مطالعات آینده، بررسی الگوریتم‌های فرا-ابتکاری برای حل مسائل با اندازه‌های بزرگ‌تر می‌تواند مفید باشد. همچنین، در این تحقیق فرض شده بود که مقدار متوسط نرخ جریان تقاضا بین گره‌های  $i$  و  $j$  در دوره  $t$ ام و تحت سناریوی  $k$ ام، بر اساس اطلاعات گذشته، از یک تابع توزیع معین پیروی می‌کند. بنابراین، در نظر گرفتن تقاضای احتمالی بدون یک تابع توزیع مشخص (بواسطه عدم دسترسی به اطلاعات گذشته) بعنوان یک تحقیق آتی می‌تواند جالب و مفید باشد.

### ۶. پی‌نوشت‌ها

1. Hub location
2. Hub and spoke network
3. Differential evolution
4. Game theory variable neighborhood fuzzy invasive weed optimization
5. Minimax regret
6. Peak hour analysis

### ۵. نتیجه‌گیری

در این مطالعه، ما یک مساله مکان‌یابی هاب مجازی پویا تحت عدم اطمینان و با در نظر گرفتن محدودیت‌های ظرفیتی هاب‌های اصلی و مجازی بررسی کردیم. در اینجا، میزان تقاضای هر یک از گره‌ها در هر دوره بصورت سناریوهای مختلف در نظر گرفته شد و محدودیت‌های ظرفیتی با استفاده از یک مدل صف  $M/M/C/K$  برای هر یک از هاب‌های اصلی و مجازی در نظر گرفته شد. هدف کمینه‌سازی مجموع هزینه‌های حمل و نقل در مسیرهای متفاوت و هزینه‌های مکان‌یابی هاب‌های مجازی شامل هزینه‌های بازکردن، نگهداری و بستن در طول افق برنامه‌ریزی بود. ابتدا مساله پیشنهادی به صورت یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی غیرخطی فرمول‌بندی شد و سپس، بعد از تعریف برخی پارامترهای مدل استوار، مدل پیشنهادی بصورت یک مدل بهینه‌سازی استوار تبدیل شد. برای نشان دادن کاربرد مدل پیشنهادی، یک مجموعه اطلاعات شناخته شده CAB بکار گرفته شد. همچنین، حساسیت مدل پیشنهادی به برخی از پارامترهای مدل صف نیز مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. نتایج نشان داد که اگرچه مدل پیشنهادی به تغییرات تمامی پارامترها حساس می‌باشد اما شیب منحنی تغییرات تعداد سرویس دهنده‌ها در

فصلنامه مهندسی حمل و نقل / سال سیزدهم / شماره سوم (۵۲) / بهار ۱۴۰۱

- Ernst, A. T. and Krishnamoorthy, M. (1999) "Solution algorithms for the capacitated single allocation hub location problem", *Annals of operations Research*, Vol. 86, pp. 141-159.
- Goldman, A. J. (1969) "Optimal locations for centers in a network", *Transportation Science*, Vol. 3, No. 4, pp. 352-360.
- Hasanzadeh, H., Bashiri, M. and Amiri, A. (2018) "A new approach to optimize a hub covering location problem with a queue estimation component using genetic programming", *Soft Computing*, Vol. 22, No. 3, pp. 949-961.
- Hou, Y. T., Huo, J. Z. and Chu, F. (2019) "An Integrated Problem of-Hub Location and Revenue Management with Multiple Capacity Levels under Disruptions", *Journal of Advanced Transportation*, 2019.
- HUANG, J. and Qingyun, W. A. N. G. (2009) "Robust optimization of hub-and-spoke airline network design based on multi-objective genetic algorithm", *Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology*, Vol. 9, No. 3, pp. 86-92.
- Karow, M. J. (2003) "Virtual hubs: An airline schedule recovery concept and model", (Doctoral dissertation, Massachusetts Institute of Technology).
- Kazemian, I. and Aref, S. (2017) "Hub location under uncertainty: a minimax regret model for the capacitated problem with multiple allocations", *International Journal of Supply Chain and Inventory Management*, Vol. 2, No. 1, pp. 1-19.
- Khodemani-Yazdi, M., Tavakkoli-Moghaddam, R., Bashiri, M. and Rahimi, Y. (2019) "Solving a new bi-objective hierarchical hub location problem with an M/M/c queuing framework", *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Vol. 78, pp. 53-70.
- زاهدی اناکی، امیرحسین، خیرخواه، امیرسامان و جعفری اسکندری، میثم (۱۳۹۹) "یک رویکرد دو هدفه برای مکانیابی پیوسته هاب ها تحت هزینه احداث وابسته به مختصات پیوسته شهری"، فصلنامه علمی پژوهشی مهندسی حمل و نقل، سال دوازدهم، شماره ۲، زمستان ۱۳۹۹، ص ۳۰۷-۳۲۹.
- Abbasi-Parizi, S., Aminnayeri, M. and Bashiri, M. (2018) "Robust solution for a minimax regret hub location problem in a fuzzy-stochastic environment", *Journal of Industrial & Management Optimization*, Vol. 14, No. 3, pp. 1271.
- Alumur, S. A., Kara, B. Y., and Karasan, O. E. (2009) "The design of single allocation incomplete hub networks", *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 43, No. 10, pp. 936-951.
- Ardalan, Z. and Karimi, S. (2020) "A variable service rate queue model for hub median problem" arXiv preprint arXiv:2002.11908.
- Bashiri, M., Mirzaei, M. and Randall, M. (2013) "Modeling fuzzy capacitated p-hub center problem and a genetic algorithm solution", *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 37, No. 5, pp. 3513-3525.
- Ben-Tal, A. and Nemirovski, A. (2000) "Robust solutions of linear programming problems contaminated with uncertain data", *Mathematical programming*, Vol. 88, No. 3, pp. 411-424.
- Campbell, J. F. (1994) "Integer programming formulations of discrete hub location problems", *European Journal of Operational Research*, Vol. 72, No. 2, pp. 387-405.
- Ebery, J. (2001) "Solving large single allocation p-hub problems with two or three hubs", *European Journal of Operational Research*, Vol. 128, No. 2, pp. 447-458.



M/M/C/K

- O'Kelly, M. E. (1986) "The location of interacting hub facilities" *Transportation science*, Vol. 20, No. 2, pp. 92-106.
- O'Kelly, M. E. (1987) "A quadratic integer program for the location of interacting hub facilities", *European journal of operational research*, Vol. 32, No. 3, pp. 393-404.
- O'Kelly, M. E. (1992) "Hub facility location with fixed costs", *Papers in Regional Science*, Vol. 71, No. 3, pp. 293-306.
- Pasandideh, S. H. R., Niaki, S. T. A. and Sheikhi, M. (2016) "A bi-objective hub maximal covering location problem considering time-dependent reliability and the second type of coverage", *International Journal of Management Science and Engineering Management*, Vol. 11, No. 4, pp. 195-202.
- Rahimi, Y., Tavakkoli-Moghaddam, R., Mohammadi, M. and Sadeghi, M. (2016) "Multi-objective hub network design under uncertainty considering congestion: An M/M/c/K queue system", *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 40, No. 5-6, pp. 4179-4198.
- Rahmati, R. and Bashiri, M. (2018) "Robust hub location problem with uncertain inter hub flow discount factor", *Proceedings of the International Conference on Industrial Engineering and Operations Management Paris, France, July 26-27*.
- Roghanian, E. and Haghdoost, M. (2018) "Mathematical model for P-hub location problem under simultaneous disruption", *Journal of Industrial and Systems Engineering*, Vol. 12, No. 1, pp. 83-94.
- Seifbarghy, M., Hemmati, M. and Soltan Karimi, S. (2018) "Hub Covering Location Problem Considering Queuing and Capacity Constraints", *Journal of Optimization in Industrial Engineering*, Vol. 11, No. 1, pp. 143-156.
- Makui, A., Rostami, M., Jahani, E. and Nikui, A. (2002) "A multi-objective robust optimization model for the capacitated P-hub location problem under uncertainty", *Management Science Letters*, Vol. 2, No. 2, pp. 525-534.
- Marianov, V. and Serra, D. (2003) "Location models for airline hubs behaving as M/D/c queues", *Computers & Operations Research*, Vol. 30, No. 7, pp. 983-1003.
- Mohammadi, M., Jolai, F. and Rostami, H. (2011) "An M/M/c queue model for hub covering location problem", *Mathematical and Computer Modelling*, Vol. 54, No. 11-12, pp. 2623-2638.
- Mohammadi, M., Jula, P. and Tavakkoli-Moghaddam, R. (2019) "Reliable single-allocation hub location problem with disruptions", *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, Vol. 123, pp. 90-120.
- Mulvey, J. M., Vanderbei, R. J. and Zenios, S. A. (1995) "Robust optimization of large-scale systems", *Operations research*, Vol. 43, No. 2, pp. 264-281.
- Niakan, F., Vahdani, B. and Mohammadi, M. (2015) "A multi-objective optimization model for hub network design under uncertainty: An inexact rough-interval fuzzy approach", *Engineering Optimization*, Vol. 47, No. 12, pp. 1670-1688.
- Nickel, S., Schöbel, A. and Sonneborn, T. (2001) "Hub location problems in urban traffic networks", In *Mathematical methods on optimization in transportation systems* (pp. 95-107). Springer, Boston, MA.
- Nourzadeh, F., Ebrahimnejad, S., Khalili-Damghani, K. and Hafezalkotob, A. (2020) "Development of a Model for Locating Hubs in a Competitive Environment under Uncertainty: A Robust Optimization Approach", *International Journal of Engineering*, Vol. 33, No. 1, pp. 124-133.

- Skorin-Kapov, D., Skorin-Kapov, J. and O'Kelly, M. (1997) "Tight linear programming relaxation of uncapacitated p-hub median problems", Location Science, Vol, 1, No. 5, pp. 68-69.
- Soyster, A. L. (1973) "Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming", Operations research, Vol. 21, No. 5, pp. 1154-1157.
- Taghipourian, F., Mahdavi, I., Mahdavi-Amiri, N. and Makui, A. (2012) "A fuzzy programming approach for dynamic virtual hub location problem", Applied Mathematical Modelling, Vol. 36, No. 7, pp. 3257-3270.
- Vahdani, B., Behzadi, S. S., Mousavi, S. M. and Shahriari, M. R. (2016) "A dynamic virtual air hub location problem with balancing requirements via robust optimization: Mathematical modeling and solution methods", Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, Vol. 31, No. 3, pp. 1521-1534.
- Vasconcelos, A. D., Nassi, C. D. and Lopes, L. A. (2011) "The uncapacitated hub location problem in networks under decentralized management", Computers & Operations Research, Vol. 38, No. 12, pp. 1656-1666.

یک مدل برنامه ریزی ریاضی احتمالی برای مکان‌یابی هاب‌های مجازی در شبکه حمل و نقل خطوط هوایی تحت یک مدل صف

M/M/C/K

صابر شیرینی پور، فارغ التحصیل رشته مهندسی صنایع از دانشگاه علوم و فنون مازندران در مقاطع کارشناسی، کارشناسی ارشد و دکتری به ترتیب در سال‌های ۱۳۸۶، ۱۳۸۹ و ۱۳۹۴ می باشد. زمینه‌های پژوهشی مورد علاقه ایشان طراحی سیستم‌های صنعتی (مکان‌یابی و استقرار تسهیلات)، لجستیک و طراحی شبکه زنجیره تامین، الگوریتم‌های فراابتکاری در بهینه‌سازی بوده و در حال حاضر عضو هیئت علمی با مرتبه استادیاری در دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه گرمسار است.

