فصلنامه مهندسی حمل و نقل، دوره ۱۲، ش. ۲، زمستان ۱۳۹۹، ص. ۳۰۷-۳۲۹
مقاله پژوهشی

# یک رویکرد دو هدفه برای مکان‌یابی پیوسته هاب‌ها تحت هزینه احداث وابسته به مختصات پیوسته شهری»

امیرحسین زاهدی انارکی، دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران

امیر سامان خیرخواه (مسئول مکاتبات)، دانشیار، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه بوعلی همدان، همدان، ایران

میثم جعفری اسکندری، استادیار، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران

E-mail: amirsamankheirkhah@yahoo.com

دریافت:۱۳۹۷/۰۹/۰۵ ۱۳۹۸/۰۵/۰۱

## چکیده

***مکان‌یابی هاب‌ها یکی از مسائل چالش برانگیز در حوزه حمل و نقل شهری است که نقش بسزایی در کاهش ترددهای شهری و هزینه‌های حمل و نقل ایفا می‌کند. تفاوت و جهش‌های نامنظم در قیمت زمین در کلان شهرها یکی از چالش‌های پیش روی این حوزه است که ذی‌نفعان را بر سر دو راهی انتخاب یکی از دو تصمیم در تضاد قرار می‌دهد: استقرار هاب‌ها در نقاط مرکزی‌تر با هزینه استقرار بالاتر و در عوض زمان دسترسی کمتر به مشتری و همچنین هزینه‌های حمل و نقل خارجی کمتر؛ و یا استقرار هاب‌ها در حاشیه شهر و نقاط ارزان قیمت تر و در عین حال دور شدن از هسته تمرکز مشتریان. این پژوهش یک مسئله دو هدفه برای مکان‌یابی تسهیلات هاب ظرفیت‌دار در فضای پیوسته ارائه می‌دهد که اولین تابع هدف مجموع هزینه ثابت استقرار و جابجایی‌های داخلی و خارجی شبکه و دومین تابع هدف مجموع زمان سفرهای داخلی و خارجی شبکه است. ارائه یک رویکرد دو هدفه که مدیران را قادر می‌سازد با مشاهده جواب‌های پارتو شبکه‌ی تحت هزینه استقرار وابسته به موقعیت جغرافیایی شهری به مطلوب‌ترین چینش شبکه دست یابند به همراه محدودیت بودجه و ظرفیت برای احداث هاب‌ها از نوآوری‌های قابل توجه این مقاله است. به‌منظور بررسی کیفیت جواب‌های پارتو بدست آمده از سه الگوریتم پیشنهادی با نام‌های اپسیلن کانسترینت، الگوریتم ژنتیک چندهدفه و الگوریتم ذرات چندهدفه استفاده شده است. مقایسه جواب‌های پارتو سه الگوریتم با مقادیر نرم افزار گمز در اندازه کوچک؛ نشان دادن جواب‌های پارتو با مشخصات اجرایی برای کلاس‌های تعریف شده؛ نمایش و تحلیل توپولوژی چیدمان جواب‌های پارتو برای یک مسئله، از دیگر مباحث در این پژوهش است.***

**واژه‌های کلیدی:** مسئله مکان‌یابی پیوسته هاب، هزینه استقرار وابسته به مختصات شهری، محدودیت بودجه، محدودیت ظرفیت، بهینه‌سازی دو هدفه

## ۱. مقدمه

یکی از موضوعات جدید در حوزه مسائل مکان‌یابی و مدیریت حمل و نقل شهری، مسأله مکان‌یابی هاب است. هاب یک واژه عمومی است که به یک مکان یا یک نقطه اشاره دارد؛ محلی که کالا یا اطلاعات فراهم شده از چندین منبع در آنجا جمع شده و سپس به سوی دیگر هاب‌های شبکه یا مقصد نهایی انتقال داده می‌شود. مسائل مکان‌یابی هاب به تعیین محل هاب‌ها و تخصیص گره‌های شبکه به این هاب‌ها می‌پردازد به نحوی که مجموع هزینه‌های مستقر ساختن هاب‌ها و هزینه‌های حمل و نقل کمینه شود[Eidi and Mirakhhori,2013]. مسائل مکان‌یابی هاب نقشی مؤثر در بهبود دستگاه‌های حمل و نقل دارند. نقاط میانی، که هاب نامیده می‌شوند، وظیفه‌ی جمع‌آوری، مرتب‌سازی، و توزیع به نقاط مصرف را دارند؛ به‌گونه‌ای که حمل و نقل بین هاب‌ها هزینهٔ بسیار کمتری دارد و عملا سیستم حمل و نقل را به استفاده از هاب به جای انتقال مستقیم تشویق می‌کند.

در مسائل مکان‌یابی هاب در فضای پیوسته، از آنجا که هاب‌ها در هر نقطه‌ای از صفحه می‌توانند مستقر شوند علیرغم کاربردهای فراوان‌شان در دنیای واقعی، دارای پیچیدگی بالاتری نسبت به حالت مکان‌یابی در فضای گسسته هستند. هنگامی که این امر همراه با مباحث چالش انگیز همچون هزینه‌های احداث تسهیلات هاب در کلان شهرها که دارای نوسانات بالایی در قیمت زمین است همراه می‌شود آبستن ظهور مسائلی پیچیده‌تر ولی در عین حال کاربردی می‌گردد که قادر است نقش چشمگیر و قابل توجهی در کاهش و مدیریت ترافیک شهری ایفا نماید. چرایی و چگونگی این موضوع به تفصیل در فصول بعد مورد بحث قرار خواهد گرفت.

در ادامه این پژوهش، ابتدا در بخش ۲ ادبیات موضوع مربوطه مورد بررسی قرار خواهد گرفت و با تحلیل جدول مقایسه‌ای، شکاف مطالعاتی ادبیات موضوع معرفی می‌گردد. در ادامه در بخش۳ مدل پیشنهادی به همراه تفسیر آن بیان شده است. بخش ٤ به معرفی رویکرد حل برای دستیابی به جواب‌های این مسئله تخصیص داده شده است. بخش ۵ مربوط به مباحث حل مدل از قبیل تولید پارامترها، تنظیم پارامترهای الگوریتم‌های پیشنهادی، تعریف کلاس‌هایی از مسائل نمونه، نمودار جواب‌های پارتو مسئله و تحلیل حساسیت پارامترهای مدل است و سرانجام بخش ٦ مربوط به نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهادات برای مطالعات آتی است.

## ۲. مروری بر ادبیات موضوع

گرچه تعداد زیادی از مقالات در مسائل مکان‌یابی هاب چاپ شده است اما مقالات محدودی در موضوع مکان‌یابی پیوسته بویژه شبکه هاب قابل مشاهده است. در این راستا، کارلسن و جیا (۲۰۱۳) یک مسئله طراحی شبکه هاب بهینه در یک فضای اقلیدسی پیوسته که در آن نقاط تقاضا به‌صورت یکنواخت در سرتاسر یک منطقه مورد خدمت رسانی توزیع شده است. تک هدف این مسئله تعیین تعداد بهینه هاب‌ها و مکان‌شان است. آنها همچنین یک الگوریتم غیردقیق که مسئله را بر یک منطقه سطحی محدب برای تمامی مقادیر پارمترهای ورودی حل می‌نماید ارائه کردند [Carlsson and Jia, 2013]. ژی و اویانگ(۲۰۱۵) ساختار بهینه تسهیلات حمل و نقل را بر روی سطح اقلیدسی همگن نامحدود مطالعه نمودند. آنها در غالب یک هدف هزینه‌های کل که ناشی از ایجاد تسهیلات، حمل و نقل بین دو هاب و نیز بین مشتریان و هاب را کمینه نمودند. [Xie and Ouyang, 2015]. حسینی جو و همکاران (۲۰۱۲) یک حالتی از مسائل مکان‌یابی پیوسته هاب که نقاط جابجایی دارای وزن مشخص و مختصات آنان دارای توزیع یکنواخت دو سویه بوده را ارائه نمودند [Hosseinijou and Bashiri, 2012]. غفاری نسب و همکاران (۲۰۱۸) یک مسئله مسیریابی مکانیابی هاب در فضای پیوسته که تابع تقاضای آن بر یک منطقه خدمت‌رسانی چند وجهی محدب

مدل شده است. یک الگوریتم فراابتکاری ذرات برای حل آن بکار برده شده است [Ghaffarinasab, Van Woensel and Minner, 2018]. دامگایگلو و همکاران (۲۰۱۵) که مقاله پایه این پژوهش است یک مسئله مکان‌یابی پیوسته هاب را تحت حالت تک تخصیص و ظرفیت نامحدود ارائه نمودند. در این مسئله همه جریان بین هر جفت گره باید از طریق حداقل یک هاب منتقل شود. یک الگوریتم توسعه یافته ژنتیک برای دست یابی به جواب بکار گرفته شده است[Damgacioglu et al. 2015]. درزنر و همکاران (۲۰۱۹) مسئله انبارهای جمع آوری چند تسهیله با هدف کمینه‌سازی زمان سفر را معرفی نموده و توسط یک روش حل ابتکاری حل نمودن [Drezner, Drezner and Kalczynski, 2019]. لایگان و همکاران (۲۰۱۳) یک روش خوشه‌بندی احتمالی برای مسئله مکان‌یابی پیوسته هاب ارائه نمودند. برای یافتن جواب‌های این مسئله فرض بر آن است که همه سفرها می‌توانند با احتمالی که بستگی به هزینه سفرها دارد انجام شود[Iyigun, 2013].

از جنبه اهداف چند هدفه در مسائل مکان‌یابی پیوسته هاب مقالاتی با اهدافی همچون هزینه، ریسک، تولید آلایندگی به چشم می‌خورد که در فضای پیوسته، مطالعاتی که در ادامه بیان می‌گردد قابل ذکر است. نیکان و همکاران(۲۰۱۵) یک مدل عدد صحیح مختلط چندهدفه برای بهینه نمودن مکان‌یابی هاب‌ها در غالب یک مسئله طراحی شبکه هاب تحت عدم قطعیت پیشنهاد دادند. توابع هدف عبارتند از حداقل سازی مجموع زمان در سفر، هزینه های شبکه شامل حمل و نقل، مصرف سوخت، آلاینده های گلخانه‌ای و بیشینه‌سازی قابلیت خدمت‌رسانی. یک رویکرد حل ترکیبی بر پایه یک برنامه‌ریزی غیردقیق، برنامه‌ریزی فازی فاصله محور و برنامه‌ریزی بازه محور سخت بکارگیری شده است [Niakan, Vahdani and Mohammadi, 2015]. چراغی و همکاران(۲۰۱۵) یکی از توابع هدف در نظر گرفته شده برای مدل ارایه شده را کمینه سازی انتشار گازهای گلخانه‌ای با استفاده از رویکرد تئوری لحاظ نموده‌اند. از طرفی، با توجه به موضوع کمیابی منابع در اقتصاد و اهمیت بررسی چگونگی تامین مالی در پروژه‌ها، فرض استفاده از تسهیلات مالی از سه روش ممکن با در نظر گرفتن محدودیت منابع برای تاسیس هاب‌ها نیز به مدل اضافه شده است[cheraghi 2015] . بهنامیان و صفرقلی(۲۰۱۸) شبکه هاب سلسله مراتبی با در نظر گرفتن تاخیرات در هاب‌های مرکزی در نظر گرفتند. در این نوع شبکه‌ها می‌توان از شیوه‌های مختلف حمل و نقل جاده‌ایی، ریلی، هوایی و دریایی استفاده نمود. الگوریتم ترکیبی جستجوی همسایگی متغیر- شبیه‌سازی تبریدی برای حل مسئله در پیشنهاد شده است [behnamian and Safargholi, 2018]. در مطالعه ژاله چیان و همکاران(۲۰۱۷) یک مدل چند هدفه برای مسئله مکان‌یابی پیوسته هاب تحت عدم قطعیت ارائه شده است. جنبه اجتماعی، پاسخگویی و اقتصادی در طراحی شبکه در نظر گرفته است. یک سیستم صف برای محاسبه زمان انتظار در گره هاب و حداکثرسازی پاسخگویی لحاظ شده است و یک روش حل ترکیبی دو مرحله ای بر پایه رویکرد برنامه ریزی چند هدفه فازی و یک الگوریتم کارآمد با نام خود ارزیابی تطبیقی ارائه شده است [Zhalechian, Tavakkoli-Moghaddam and Rahimi, 2017]. قضاوتی(۲۰۱۸)، یک مسئله مکان‌یابی تسهیلات دو هدفه هاب با تقاضای تصادفی مشتریان و با هدف حداقل‌سازی مقدار ریسک و هزینه سفر ارئه نمودند. الگوریتم‌های اپسیلن کانسترینت و ژنتیک و ازدحام ذرات برای حل مسئله معرفی شده است.

در نظرگیری تابع هدفی با عنوان مدت زمان سفر علیرغم آنکه در حوزه مکان‌یابی پیوسته هاب‌ها قابل مشاهده نیست ولیکن مطالعاتی در حوزه های دیگر همچون فروشنده دوره گرد و مکان‌یابی انبار قابل مشاهده است. در این راستا حامید و همکاران(۲۰۲۰) یک مدل دو مدل در تضاد و رقابت را برای

یک مسئله فروشنده دوره گرد با اهداف حداقل‌سازی مسافت سفرها و زمان سفرها در شرایط متفاوت ترافیکی و تراکم محیطی در نظر گرفتند. یک روش ابتکاری استوار بر جستجوی محلی برای یافتن جواب‌های مسئله معرفی نمودند [Hameed, 2020]. و در حوزه مکان‌یابی هاب اما در فضای گسسته، در حوزه مکان‌یابی انبارها، راجکونیک و همکاران (۲۰۱۷) انبارهای خودکار، یک مدل سه هدفه با اهداف هزینه سفر، مدت زمان سفر و آلودگی تولید شده ارائه نمودند. یک الگوریتم چند هدفه ژنتیک برای بدست آورده جواب بکار گرفته شده است[Rajkovic et al. 2017].

در زمینه محدودیت بودجه برای هزینه استقرار هاب در حوزه مکان‌یابی پیوسته هاب مطالعه‌ای قابل مشاهد نیست. با این وجود در این راستا در حوزه فضای گسسته، بلاپراگادا و همکاران (۲۰۰۶) یک مدل عددی برای استقرار شبکه هاب‌های ارتباطات مخابراتی توسط کمپانی ها در فضای پیوسته ارائه شده است. مسئله تحت تقاضای تصادفی در سناریوهای مختلف مدل شده است. هدف از مسئله، پوشش تقاضای مورد انتظار گره‌های شبکه تحت محدودیت بودجه بر استقرار هاب و محدودیت تکنولوژی بر پوشش تقاضا است. چندین نوع هاب که در ظرفیت و هزینه متفاوتند فرض شده و یک الگوریتم فراابتکاری حریصانه کسری برای حل مدل ارائه شده است[Bollapragada, Li and Rao, 2006].

با مرور ادبیات موجود و تحلیل جدول مقایسه‌ای شماره ۱ شکاف‌های تحیقاتی زیر جهت پژوهش مشخص گردید:

- در مطالعات صورت گرفته در مسئله مکان‌یابی در فضای پیوسته بیشترین تمرکز بر روی کاهش هزینه‌های بوده و توجه قابل توجهی به بهینه نمودن زمان سفرها و دسترسی به مشتریان که در اقتصاد رقابتی امروز نقش بسزایی داشته، نشده است. این اهمیت در حالتی که جابجایی انسانی و یا مواد فاسد پذیر و یا تحویلدهی سریع به مشتریان مطرح باشد بویژه در کلان‌شهرها که قیمت بالای زمین نقش بسزایی در استقرار هاب‌ها ایفا می‌نماید، نقش پررنگتری خواهد داشت. لذا در این پژوهش کنترل زمان سفر و دسترسی به مشتریان برای اولین بار برای مکان‌یابی هاب در فضای پیوسته بصورت یک تابع هدف جدید لحاظ می‌گردد.
- در ادبیات حوزه مکان‌یابی هاب در فضای پیوسته درنظرگیری هزینه ثابت برای هاب‌ها مشاهده نمی‌گردد. در مسائل مکان‌یابی هاب در فضای پیوسته بر خلاف گسسته – که مکان هاب‌ها از پیش در نقاطی گسسته وجود دارد و از این‌رو هزینه احداث آن بر حسب قیمت منطقه قابل محاسبه است– بدلیل آزاد بودن مکان هر هاب در سطح، لحاظ نمودن هزینه ثابت، مانند رویکرد گسسته ممکن نیست. از این‌رو در این پژوهش برای اولین بار هزینه ثابت در قالب تابعی از مختصات هر هاب در صفحه در نظرگرفته می‌شود.
- در ادبیات حوزه مکان‌یابی هاب در فضای پیوسته درنظرگیری بودجه برای استقرار هاب مشاهده نمی‌گردد. لذا محدودیتی تحت عنوان بودجه استقرار تسهیلات هاب برای اولین بار در حوزه مکان‌یابی پیوسته هاب در این پژوهش منظور می‌گردد.
- بر خلاف اکثر مطالعات در حوزه مکان‌یابی هاب در فضای پیوسته، در این پژوهش برای ظرفیت هاب‌ها محدودیت در نظر گرفته شده است.

در این مطالعه یک فرمول ریاضی دوهدفه، تک تخصیصه با ظرفیت محدود تحت محدودیت بودجه استقرار برای مکان‌یابی مسطح هاب ارائه شده و این مدل توسط روش دقیق اپسلن کانسرینت و روش فرابتکاری‌های چند هدفه ژنتیک معروف به مرتب‌سازی نامغلوب و ازدحام ذرات حل می‌گردد.

## ۳. تعریف مسئله و ارائه مدل پیشنهادی

هـدف از این مـدل مکـان‌یـابی تعـداد معینی از هاب‌ها در یک فضـای پیوسـته در یک کلان شـهر در یک بازار رقابتی اسـت. وجود تفـاوت و جهش‌هـای نـامنظم در قیمـت زمین در کلان شـــهرهـا یکی از چـالش‌های پیش روی این حوزه اســـت که ذی‌نفعان را بر سر دو راهی انتخاب یکی از دو تصمیم در تضاد قرار می‌دهد:

- اســتقرار هاب‌ها در نقاط مرکزی‌تر شــهر با هزینه اســتقرار بالاتر و در عوض زمان دسترسی کمتر به مشتری و همچنین در اکثر اوقات هزینه‌های حمل و نقل خارجی کمتر.
- اسـتقرار هاب‌ها در نقاط حاشـیه‌تر شـهرها با هزینه استقرار پایین تر و در عوض زمان دسـترسـی بالاتر به مشـتریان و همچنین در اکثر اوقـات هزینـه‌هـای حمـل و نقـل خارجی بالاتر.

لازم به ذکر است در مسائل همگن از جمله مسائل مکانیابی تســهیلات و شــبکه های توزیع بویژه هنگامی که مســئله دارای ویژگی یکنواختی در تراکم ترافیـک شـــهری بـاشـــد این دو هدف(هزینه و زمان ســفر) فاقد ویژگی لازم برای ایجاد دو هدف در تضـاد و رقابت می‌باشند. دلیل این موضوع آن است که در این حالت تابع مسـافت(یا هزینه) دارای یک همبستگی کامل و مثبت با زمان سـفر اسـت بدین معنا که با اضـافه شدن مسافت به همان نسـبت و در جهت مثبت بر زمان سـفرها افزوده می‌شـود. اما در مسـائل هاب از آنجا که ارتباط بین گره‌ها باید حداقل با وسـاطت یک هاب صورت پذیرد و سرعت جابجایی و هزینه جابجایی بین هاب‌ها و هاب–گره‌ها متفاوت اســت لذا این همبســتگی بین دو تـابع هـدف بطور قـابـل ملاحظـه‌ای کـاهش می‌یـابـد. با تحمیل مفروضـــاتی از قبیل وجود عدم یکنواختی در ترافیک شـــهر و یا حالتی مشابه این پژوهش که با افزایش هزینه برای استقرار هاب‌ها در مناطق مرکزی‌تر(یا گران‌تر) از شـهر می‌توان دسـترسی سریعتر به گره‌های دیگر داشـــت، همبســـتگی این دو تابع بســـیار کاهش خواهد یافت و ماهیت تضـاد و رقابت با یکدیگر به خود خواهند گرفت.

بـا لحـاظ نمودن هزینـه صـــفر برای جابجایی داخلی بین هـاب‌هـا و همچنین برابری هزینـه‌هـای جمع‌آوری و پخش این مسئله به مسئله کلاسیک مکان‌یابی چند تسهیله تبدیل می‌شود.

**جدول ۱. جدول مقایسه‌ای ادبیات موضوع**

| ردیف | عنوان | نوع مسئله | | تابع هدف | | | فضای مکانیابی | | مختصات وابسته به مختصات شهری | محدودیت بودجه استقرار | ظرفیت محدود | رویکرد مدل سازی |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | مکانیابی هاب | دیگر | هزینه شبکه | زمان دسترسی | دیگر | پیوسته | گسسته | | | | |
| ۱ | حامید(۲۰۲۰) راجکونیک(۲۰۱۷) | | فروشنده دوره گرد-مکانیابی | ❊ | ❊ | | | ❊ | | | | ریاضی-خطی |
| ۲ | دامگایگلو(۲۰۱۵) غفاری نسب(۲۰۱۸) درزنر(۲۰۱۹) حسینی جو(۲۰۱۲) | ❊ | | ❊ | | | ❊ | | | | | ریاضی-غیر خطی |
| ۳ | ژاله چیان(۲۰۱۷) قضاوتی(۲۰۱۸) چراغی(۲۰۱۶) | ❊ | | ❊ | | ❊ | ❊ | | | | | ریاضی-خطی |
| ۴ | نیاکان (۲۰۱۵) | ❊ | | ❊ | ❊ | ❊ | | ❊ | | | ❊ | ریاضی-خطی |
| ۵ | لایگان(۲۰۱۳) | ❊ | | ❊ | | | ❊ | | | | | خوشه بندی |
| | بلاپراگادا(۲۰۰۶) | ❊ | | ❊ | | | | ❊ | | ❊ | ❊ | ریاضی-خطی |
| ۶ | این پژوهش | ❊ | | ❊ | ❊ | | ❊ | | ❊ | ❊ | ❊ | ریاضی-غیر خطی |

به این منظور تابعی متغییر و وابسته به مختصات جغرافیایی شهری در نظر گرفته شده است و بر طبق سیاست کمپانی هزینه استقرار هاب‌ها از مقداری معین نباید بیشتر گردد. علاوه بر این هاب‌ها داری ظرفیت معین عملیاتی می‌باشند.

کمپانی درصدد هستند که با توجه به ماهیت متغییر قیمت‌های زمین و محدودیت سرمایه گذاری در ایجاد تسهیلات در آن کلان شهر، پس از دستیابی به مجموعه‌ای از جواب‌های پارتو میان هزینه و زمان سفرهای شبکه(دسترسی به گره‌ها) شهر، قادر به اخذ بهترین تصمیم در بازار رقابتی خود باشد. به عبارتی دیگر، با درنظرگیری دو تابع هدف، این فرصت را برای مدیران حمل و نقل ایجاد می‌کند که با توجه به شرایط کسب و کار و وضعیت بازار خود اقدام به مکان‌یابی کارآمد هاب در نقطه مناسب در یک کلان‌شهر نمایند.

این مدل بر اساس مدل دامگایگلو(۲۰۱۵) یافته است که تفاوت‌های مدل پیشنهادی با مدل پایه در جدول۱ به وضوح بیان شده است.

**اندیس‌ها:**

$n$ : تعداد گره‌های موجود در شبکه اعم از گره‌های هاب و غیر هاب؛

$p$ : تعداد هاب‌های شبکه؛

$i , j$: اندیس نشان‌دهنده گره‌های موجود در شبکه $i, j = 1....n$؛

$k , l$: اندیس نشان‌دهنده گره‌های هاب موجود در شبکه $k , l = 1....p$؛

**پارامترها:**

$w_{ij}$: جریان انتقالی بین گره $i , j$؛

$\alpha_c$: هزینه‌ی جمع‌آوری(برای هر واحد مسافت به ازای هر واحد محصول) از گره‌های غیر هاب به گره‌های هاب؛

$\alpha_d$: هزینه‌ی توزیع(برای هر واحد مسافت به ازای هر واحد محصول) از گره‌های هاب به گره‌های غیر هاب؛

$\alpha_t$: هزینه‌ی انتقال (برای هر واحد مسافت به ازای هر واحد محصول) بین گره‌های هاب؛

$cp_k$: ظرفیت هاب $k$ ام؛

$F_{fix}$: یک هزینه ثابت عمومی برای احداث هاب است

$(a_i^1, a_i^2)$:مختصات گره $i$ ام در شبکه؛

$t_c$: مدت زمان(به ازای هر واحد مسافت) جابجایی از گره-های غیر هاب به گره‌های هاب؛

$t_d$: مدت زمان(به ازای هر واحد مسافت) جابجایی از گره-های هاب به گره‌های غیر هاب؛

$t_t$: مدت زمان(به ازای هر واحد مسافت) جابجایی بین گره-های هاب؛

$Dx, Dy$: دامنه مختصاتی شهری در محور افقی و عمودی؛

**متغیرهای تصمیم:**

$Y_{ik}$ : اگر گره غیر هاب $i$ ام به هاب $k$ ام تخصیص یابد ۱ و درغیراینصورت ۰؛

$(Z_k^1, Z_k^2)$: مختصات هاب $k$ ام در شبکه؛

$dnh_{Z_k a_i}$: فاصله اقلدیسی هاب $Z_k$ از گره $a_i$

$dhh_{Z_k Z_l}$: فاصله اقلدیسی هاب $Z_k$ از هاب $Z_l$

$F_k = g(x_k, y_k)$: تابع هزینه‌ی ثابت احداث هاب $k$ام بر اساس موقعیت جغرافیایی هاب؛

$$Min\ \ Zobj_1 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_{ij} \left\{ \sum_{k=1}^{p} \alpha_c \times dnh_{Z_k a_i} \times Y_{ik} + \sum_{l=1}^{p} \alpha_d \times dnh_{Z_l a_j} \times Y_{jl} + \sum_{k=1}^{p}\sum_{l=1}^{p} \alpha_t \times dhh_{Z_k Z_l} \times Y_{ik} \times Y_{jl} \right\} + \sum_{k=1}^{p} F_k \qquad (۱)$$

$$Min \;\; Zobj_2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{p} t_c \times dnh_{Z_k \mathrm{a}_i} \times Y_{ik} + \sum_{l=1}^{p} t_d \times dnh_{Z_l \mathrm{a}_j} \times Y_{jl} + \sum_{k=1}^{p}\sum_{l=1}^{p} t_t \times dhh_{Z_k Z_l} \times Y_{ik} \times Y_{jl} \qquad (۲)$$

$$s.t$$

$$\sum_{k=1}^{p} Y_{ik} = 1 \quad \forall i \qquad (۳)$$

$$\sum_{i=1}^{n} Y_{ik} \geq 1 \quad \forall k \qquad (٤)$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_{ij} \times Y_{ik} \leq cp_k \quad \forall k \qquad (٥)$$

$$dnh_{Z_k \mathrm{a}_i} = \|Z_k - a_i\| = \sqrt{(Z_k^1 - a_i^1)^2 + (Z_k^2 - a_i^2)^2} \quad \forall Z_k, \mathrm{a}_i \qquad (٦)$$

$$dhh_{Z_k Z_l} = \|Z_k - Z_l\| = \sqrt{(Z_k^1 - Z_l^1)^2 + (Z_k^2 - Z_l^2)^2} \quad \forall Z_k, \mathrm{a}_i \qquad (٧)$$

$$F_k = F_{fix} \times \frac{\max\{Dx, Dy\} - \sqrt{(Z_k^{1^2} + Z_k^{2^2})}}{\max\{Dx, Dy\}} \quad \forall k \qquad (٨)$$

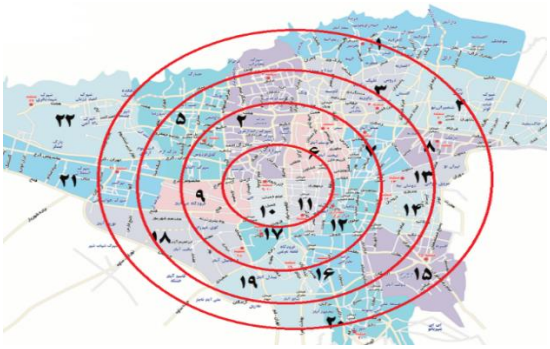
$$\sum_{k=1}^{p} F_k \leq mb \qquad (٩)$$

$$Y_{ip} \in \{0,1\}, Z_k, dhh_{Z_k Z_l}, dnh_{Z_k \mathrm{a}_i}, F_k \geq 0 \qquad (١٠)$$

این مدل یک مدل ریاضی غیر خطی است که عناصر $dnh_{Z_k \mathrm{a}_i} \times Y_{ik}$، $Y_{ik} \times Y_{jl}$، $(Z_k^{1^2} + Z_k^{2^2})$ عامل ایجاد کننده ماهیت غیر خطی این مدل می‌باشند. علیرغم آنکه دو عنصر $dnh_{Z_k \mathrm{a}_i} \times Y_{ik}$، $Y_{ik} \times Y_{jl}$ به وسیله روش‌های تحقیق در عملیات قابل خطی شدن هستند، اما عنصر $(Z_k^{1^2} + Z_k^{2^2})$ قابلیت خطی سازی را ندارد و لذا در مجموع ماهیت غیر خطی مدل حفظ می‌گردد. این مدل در مجموع $np + 3p + n + 1$ محدودیت و تعداد $np$ متغییر باینری و $np + p^2 + 3p$ متغییر پیوسته است و از لحاظ پیچیدگی در طبقه مسائل انپی‌سخت قرار می‌گیرد [Carlsson and Jia, 2013].

تابع هدف اول که هزینه‌های شبکه را نمایش می‌دهد متشکل از هزینه‌های جمع‌آوری کالا، هزینه انتقال بین هاب‌ها، هزینه توزیع کالا و همچنین هزینه‌های احداث هاب‌ها است. تابع هدف دوم زمان‌های کلیه جابجایی شبکه را نمایش می‌دهد. محدودیت(۳) بیانگر آن است که گره غیر هاب باید فقط به یک گره هاب تخصیص یابد. محدودیت (٤) بیان می‌دارد که هر گره هاب باید حداقل یک گره غیر هاب را پوشش دهد. محدودیت (٥) محدودیت ظرفیت هر هاب را بیان می‌دارد. محدودیت (٦) فاصله اقلیدسی بین یک هاب و یک گره در شبکه را تعیین می‌نماید. محدودیت (۷) فاصله اقلیدسی بین دو هاب در شبکه را تعیین می‌نماید. محدودیت (۸) هزینه متغییر استقرار هر هاب که خود تابعی از مختصات دکارتی آن هاب است را نمایش می‌دهد. محدودیت (۹) تضمین می‌نماید که مجموع هزینه‌های احداث هاب‌ها از بودجه تخصیص یافته کمپانی تخطی ننماید. محدودیت (۱۰) متغیرهای باینری و پیوسته مدل را نشان می‌دهد.

همانطور که در قبل بیان شد یک از نوآوری‌های این پژوهش در نظر گیری هزینه ثابت احداث هاب بر اساس تابعی از موقعیت جغرافیایی است. برای بهتر روشن شدن موضوع، بطور مثال مطابق شکل ۱ شهری با وسعت دامنه در قیمت زمین همچون تهران را در نظر می‌گیرم. بدیهی است که هزینه ایجاد هاب در مرکز تجاری شهر بسیار بالا و در قسمت‌های دیگر با توجه به موقعیت جغرافیایی و اجتماعی شهر متفاوت است. حال وارد نمودن هزینه ایجاد هاب به صورت تابعی از موقعیت جغرافیایی شهر (طبق محدودیت شماره ۸) کمک بسیاری به واقعی تر شدن مدل می‌نماید. در معادله (۸) بطور مثال در صورتی که مرکز تهران را مبدا مختصات در نظر گرفته و فرض را بر آن نهاده که قیمت زمین در مرکز شهر بالا و با دور شدن از مرکز بطور یکنواخت قیمت‌ها کاهش می‌یابد. در این معادله $F_{fix}$ یک هزینه ثابت عمومی برای احداث هاب است که با تاثیر یک ضریب متغییر بین صفر و یک که خود متاثر از موقعیت هاب است تبدیل به هزینه ثابت احداث هاب $k$ ام می‌گردد. ضریب مذکور همانطور که مشهود است از تقسیم دو عبارت بدست آمده که عبارت اول تفاضل بیشترین دامنه مختصاتی در محور افقی و عمودی و اندازه فاصله اقلیدسی هاب از مرکز مختصات است. این معادله یک عبارت غیر خطی است که می‌تواند در مدل اصلی استفاده شود. برحسب موقعیت جغرافیایی مسائل موجود می‌توان مدل‌های پیچیده‌تر و دقیق‌تر را درون‌یابی نمود.



**شکل ۱. ارتباط هزینه احداث هاب و محل احداث هاب**

## ٤. رویکرد حل مسئله

همانطور در قبل عنوان گردید در این مسئله تصمیمات مدیران بر اساس سیاست‌های کمپانی به سوی یک از حالات زیر سوق پیدا خواهد نمود:

- استقرار هاب‌ها در نقاط مرکزی‌تر شهر با هزینه استقرار بالاتر و در عوض زمان دسترسی کمتر به مشتری و همچنین در اکثر اوقات هزینه‌های حمل و نقل خارجی کمتر و بالعکس.
- استقرار هاب‌ها در نقاط حاشیه تر شهرها با هزینه استقرار پایین تر و در عوض زمان دسترسی بالاتر به مشتریان و همچنین در اکثر اوقات هزینه‌های حمل و نقل خارجی بالاتر.

بدیهی است که هزینه کم شبکه و دسترسی سریع به مشتریان بطور همزمان یک حالت ایده آل برای یک کمپانی است ولی در واقعیت این امر محقق نمی‌گردد و این‌دو همواره دو روی سکّه هستند. همانطور که مشهود برای کمتر نمودن هزینه‌های شبکه انتظار می‌رود جانمایی هاب‌ها به حاشیه و مکان‌های ارزان قیمت تر از شهر منتقل شود و این خود بدان معناست که زمان سفرهای درون شبکه و متعاقباً زمان دسترسی به مشتریان افزایش خواهد یافت(دور شدن از مطلوبیت) و بالعکس برای کمتر نمودن زمان دسترسی به مشتریان انتظار می‌رود که جانمایی هاب‌ها به موقعیت‌های مرکزی تر میل کند و این به معنای مواجه شدن با هزینه‌های بیشتر برای استقرار تسهیلات است(دور شدن از مطلوبیت). بدیهی است که این دو تابع هدف در تضاد با دیگر هستند و نزدیک شدن هر یک به مطلوبیت مدیریت باعث دور شدن دیگر هدف می‌گردد. لذا برای دستیابی به مجموعه جواب‌های پارتوی این مدل در ادامه از سه الگوریتم حل با عناوین الگوریتم چند هدفه ژنتیک، پرندگان و اپسیلن کانسترینت که داری عملکرد مناسب در مطالعات پیشین بوده است، بهره خواهیم جست. مطالعات پیشین

بیانگر آن اســـت که با توجه به ماهیت مســـائل مکانیابی هاب، الگوریتم چنـدهـدفـه ژنتیک و ازدحام ذرات علیرغم قدیمی تر بودن نسـبت به الگوریتم‌های جدید و نوظهور از کیفیت بسـیار مناسـبی برای این نوع مسـائل برخوردار هستند. [Ghezavati and Hosseinifar, 2018; Madani, Shahandeh Nookabadi and Hejazi, 2018; Khodemani-Yazdi *et al.* 2019]

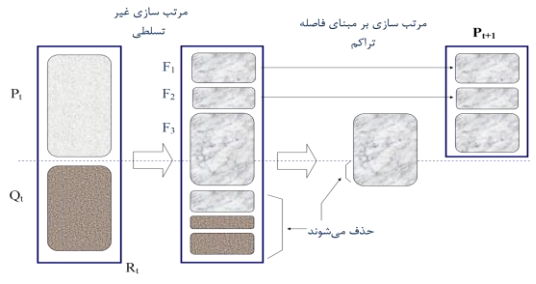
## ۱-٤. الگوریتم چندهدفه ژنتیک مرتب سازی نامغلوب

در روشـی که توسـط دب و همکاران(۲۰۰۲) برای بهینه‌سازی چنـد معیاره معرفی شـــده اســـت. علاقه‌مندان برای دانســـتن جزئیات بیشـــتر درباره این روش را به مقاله این نویســـندگان ارجاع می‌دهیم [Deb et al. 2002]. نکات برجسته در مورد این روش عبارت است از :

- جوابی که هیچ جواب دیگری به طور قطع بهتر از آن نباشد، دارای امتیاز بیشتری است. جواب‌ها بر اساس این که چند جواب بهتر از آن‌ها وجود داشته باشند، رتبه بندی می‌شوند.
- شایستگی(برازندگی) برای جواب‌ها، بر حسب رتبه آن‌ها و عدم غلبه توسط سایر جواب‌ها اختصاص می‌یابد.
- از شیوه اشتراک برازندگی برای جواب‌های نزدیک استفاده می‌شود تا به این ترتیب پراکندگی جواب‌ها به‌طور یکنواخت در فضای جستجو پخش شوند.

.نکته قابل توجه در این الگوریتم استفاده از روش رقابت دودوئی برای انتخاب والدین استفاده است. در شکل ۲ رویه کلی این الگوریتم نشان داده شده است.

بر خلاف بسیاری از روش‌های حل مساله که از همان فرم کلی مساله برای حل مساله استفاده می‌کنند، برای اینکه بتوان یک مساله را به وسیله الگوریتم‌های فرا ابتکاری حل نمود، بایستی آن‌را به فرم مخصوص مورد نیاز این الگوریتم تبدیل نمود. در این روند بایستی راه حل مورد نیاز مساله، به فرم یک کروموزم تبدیل شود. کروموزم(جواب اولیه) در این مسئله شامل دو قسمت بوده که قسمت اول مختصات هاب‌ها را نمایش داده و قسمت دوم تخصیص گره‌ها به هاب‌ها را نمایش می‌دهد. قسمت اول کروموزم با $p$ گره هاب به‌صورت آرایه‌ای داری ۲ سطر و $p$ ستون است. سطر اول و دوم بیانگر آن است که گره هاب $k=1..p$ در چه مختصاتی(افقی و عمودی) واقع می‌گردند. قسمت دوم کرومزوم به‌صورت آرایه داری یک سطر و $N$ ستون است. $N$ تعداد گره‌های شبکه است.




**شکل۲. مدل تصویری و مفهومی از الگوریتم ژنتیک چندهدفه** (دب و همکاران(۲۰۰۲))

در اکثر الگوریتم‌ها، کرومزوم اولیه به صورت تصادفی تشکیل می‌شود. به این معنی که به اندازه تعداد جمعیت $NP$ کروموزم تصادفی ایجاد گشته و به جمعیت اولیه اضافه می‌گردد. برای ایجاد جواب اولیه برای قسمت اول کروموزوم‌ها هر خانه در سطر اول و دوم (مختصات افقی و عمودی) از تابع تصادفی $uniform(\mathrm{Min}_D, Max_D)$ استفاده می‌نماییم که در آن $\mathrm{Min}_D, Max_D$ به ترتیب کران بالا و پایین قلمروی مختصاتی شبکه است. بطور مثال برای شبکه‌ای دارای ٦ هاب و همچنین قلمروی مختصاتی ۱۰- تا ۱۰، کرومزوم می‌تواند به‌صورت جدول ۲ باشد.

برای ایجاد جواب اولیه برای قسمت دوم کروموزوم‌ها برای مقداردهی هر خانه در آرایه از تابع تصادفی $uniform(0.51, p+0.49)$ استفاده می‌نماییم که در آن $p$ تعداد هاب‌ها است. بطور مثال برای شبکه‌ای دارای ٦ هاب و ۱۲ گره می‌تواند به‌صورت جدول۳ باشد.

**جدول۲. نمایش یک راه‌حل –مختصات هاب‌ها**

| | هاب ۱ | هاب ۲ | هاب ۳ | هاب ٤ | هاب ٥ | هاب ٦ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| مختصات افقی | ٥,١ | ٨,٩ | -٦,٣ | ٠,٢ | ٤,٣ | ٧,٣ |
| مختصات عمودی | -٢,٣ | ٩,١ | -٨,٩ | -٠,٦ | -٥ | ٦,٢ |

**جدول۳. نمایش یک راه‌حل -تخصیص گره به هاب‌ها**

| گره ۱ | گره ۲ | گره ۳ | گره ٤ | گره ٥ | گره ٦ |
|---|---|---|---|---|---|
| ٥,١ | ٣,٥٥ | ٢,٩٨ | ٤,٣ | ٦,٣٣ | ٧,٣ |
| | | | | | |
| ٢,٣٢ | ٤,٣٣ | ٠,٥٨ | ٦,٣٥ | ٠٩٩ | ٠,٧٨ |

برای این‌که بتوان جواب‌های بهتر (کروموزوم‌های مناسب-تر) را درون جمعیت تشخیص داد بایستی معیاری را تعریف کرد که بر اساس آن تشخیص صورت پذیرد. به این کار، یعنی تعیین میزان خوبی یک جواب، ارزیابی آن جواب گفته می‌شود. ارزیابی، این‌گونه است که بر حسب اینکه کروموزم یا همان جواب معادل آن چقدر خوب است یک عدد به آن نسبت داده می‌شود. این عدد که برای کروموزوم‌های بهتر، بزرگتر (یا کوچکتر) است را شایستگی آن موجود می‌نامیم.

برای محاسبه شایستگی هر کروموزم (تابع هدف) الگوریتم زیر را مطابق جدول ٤ اجرا می نماییم.

## ٤-٢ الگوریتم چندهدفه ازدحام ذرات

الگوریتم بهینه‌سازی چندهدفه ازدحام ذرات [ii] توسط کوئلو(۲۰۱۲) معرفی گردید [Coello, Pulido and Lechuga, 2004]. در واقع این الگوریتم تعمیمی است از الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذرات تک هدفه که برای حل مسائل چندهدفه بکار می‌رود. در الگوریتم یک مفهومی به نام آرشیو یا مخزن نسبت به الگوریتم ذرات کلاسیک اضافه شده است. که به تالار مشاهیر نیز معروف است. انتخاب بهترین جواب کلی و بهترین خاطره شخصی برای هر ذره گام مهمی و اساسی در الگوریتم بهینه‌سازی چندهدفه ازدحام ذرات است.

هنگامی که ذرات می‌خواهند حرکتی انجام دهند یک عضو از مخزن را به عنوان رهبر انتخاب می‌کنند. این رهبر حتما باید عضو مخزن و همچنین نامغلوب باشد. اعضای مخزن بیانگر جبهه پارتو و شامل ذرات نامغلوب هستند. پس بجای بهترین خاطره یکی از اعضای مخزن انتخاب می‌شود. به این دلیل در الگوریتم ازدحام ذرات تک هدفه مخزن وجود ندارد زیرا در آن تنها یک هدف وجود دارد و یک ذره است که بهترین است. اما در نسخه چند هدفه چند ذره وجود دارد که نامغلوب هستند و در مجموعه جواب جای دارند. علاقمندان به دانستن جزئیات بیشتر به مقاله پایه ارجاع داده می‌شوند.

**جدول٤. الگوریتم محاسبه شایستگی یک جواب**

**شروع**

۱- $TotalTime, TotalCost = 0$

۲- ماتریس $Dnh = \left[ d_{ij} \right], Dhh = \left[ d_{ij} \right]$ مرتبط *برای هر کروموزوم بروز رسانی گردد.*

۳- $FixCost = \sum_{k=1}^{p} F_k$ *بر اساس معادله(۸) محاسبه گردد.*

۴-*حلقه: برای تمامی* $i , j = 1 \ldots n$ *که* $W_{ij}$ *مخالف صفر است*

*گره های* $a_i , a_j$ *را در نظر بگیر و تکرار کن:*

$$s = asignment_i$$
$$o = asignment_j$$
$$TotalTime = TotalTime + d_{is} \times t_c + d_{so} \times t_t + d_{oj} \times t_d$$
$$TotalCost = TotalCost + d_{is} \times \alpha_c + d_{so} \times \alpha_t + d_{oj} \times \alpha_d$$

۵-*پایان حلقه*

$$Z_1 = TotalCost + FixCost$$
$$Z_2 = TotalTime$$

**پایان**

## ٤-٣ روش اپسیلون کانسترینت آگمندت

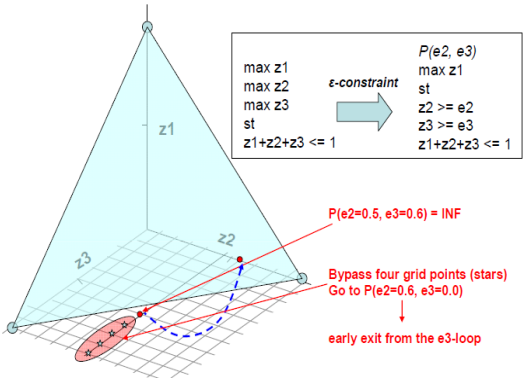
علیرغم مزیت‌های روش اپسیلون کانسترینت نسبت به دیگر روش‌های مرسوم از قبیل روش وزنی که می‌توان به کاهش

مجموع زمان اجرا، تشخیص جواب‌های پارتو نه لزوماً گوشه‌ای اشاره نمود. این روش دارای دو نکته قابل بحث و توجه است.

- دامنه‌ی توابع هدف فراتر از مجموعه جواب‌های کارا و پارتو بوده که این بدان معناست که بسیاری از محاسبات الگوریتم صرف بررسی جواب‌های ناکارآمد می‌شود.
- عدم تضمین در ارائه جواب‌های کارآمد قوی.

روش اپسیلون کانسترینت آگمنتد حالت اصلاح‌شده روش سنتی اپسلن کانسترینت در راستای اجتناب از نقاط ضعف فوق‌الذکر آن است [Mavrotas, 2009].

- لحاظ نمودن متغیرهای کمبود و مازاد در توابع هدف موجود در محدودیت‌ها و قرار دادن این دو، به‌عنوان جزء دوم تابع هدف منجر به‌اجبار مدل در تولید جواب‌های کاملاً کارا در اولین پیاده‌سازی می‌گردد.
- به منظور دستیابی به بهبود زمان حل، مسئله به محض آنکه از فضای شدنی خارج گشت، الگوریتم از حلقه‌های تودرتو خارج خواهد شد. این رویکرد نقش بسزایی را در سرعت الگوریتم ایفا می‌نماید.
- شالوده این الگوریتم بر ساختن جدول پی‌آف استوار است. این جدول شامل بهترین و بدترین جواب برای هر تابع هدف است.
- در این الگوریتم به‌منظور اجتناب از تولید جواب‌های کارای ضعیف، رویکرد بهینه‌سازی لتزوگرافی با حضور جواب‌های بهینه جایگزین پیشنهاد شده است (شکل ۳).




**شکل ۳. نحوه حرکت روش اپسیلون کانسترینت آگمندت (ماورتاس(۲۰۰۹))**

بر اساس نکات ذکر شده حل مدل ریاضی با $k$ محدودیت توسط روش مذکور را می‌توان به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$Max \ \ f_i(\mathrm{p}) + \mathrm{eps} \times \sum_{j \neq i} \left(\frac{s_j}{r_j}\right)$$

$$\mathrm{st.} \qquad (۱۱)$$

$$p \in F$$

$$f_i(\mathrm{p}) - s_j = \varepsilon_j \quad \forall j \neq i$$

$$s_j \in R^+$$

که $F$ فضای شدنی در مسئله اصلی؛ $f(p)$ برداری از توابع هدف؛ $s_j$ متغیر کمبود $j$ امین تابع هدف محدود شده؛ $r_j$ دامنه $j$ امین تابع هدف محدود شده حاصله از جدول پی‌آف؛ و $eps$ یک عدد بسیار کوچک بین $\left[10^{-6},10^{-3}\right]$است.

روش اپسیلون کانسترینت آگمنتد مطابق با گام‌های زیر و با ملاحظات فوق‌الذکر پیاده‌سازی می‌گردد:

**گام ۱**– دامنه $(k-1)$ تابع هدف که تنها در محدودیت‌ها استفاده خواهند شد، با از استفاده از جدول پی‌آف به دست می‌آیند.

**گام ۲**– دامنه $j$ امین تابع هدف که باید به $m_j$ فاصله مساوی تقسیم شود. ازاین‌رو شبکه‌ای از $m_j+1$ نقطه در مسئله نمودار می‌گردد. این نقاط استفاده برای تغییر دادن مقادیر سمت راست $j$ امین تابع هدف محدود شده به‌صورت

پارامتریک؛ که مقادیر در طول اجرا به $\varepsilon_i$ تخصیص داده می‌شود.

**گام ۳**- روش اپسیلون کانسترینت آگمنتد برای هر بردار $\vec{\varepsilon}$ که از گام ۲ به دست آمده است حل می‌گردد و ادامه حصول تمامی جواب‌های پارتو.

## ۵.حل مدل و تحلیل نتایج

در این بخش به‌منظور بررسی عملیاتی بودن مدل‌های ارائه شده و ارزیابی روش‌های حل پیشنهادی، آزمایش‌های عددی بر روی نمونه مسائل تصادفی ارائه می‌شود. الگوریتمهای فرا ابتکاری در محیط متلب و الگوریتم اپسیلون کانسترینت آگمنتد محیط در نرم‌افزار بهینه‌سازی گمز پیاده‌سازی و حل‌کننده بارن پیاده‌سازی شده است. تمامی آزمایش‌ها بر روی یک رایانه با مشخصات پردازشگر۲/۸ گیگاهرتزی و حافظه ٦ گیگابایتی، تحت سیستم‌عامل ویندوز هفت انجام‌شده است.

### ۵-۱ تولید پارامتر و مسائل نمونه

به منظور ایجاد محیطی واقعی و کاربردی‌تر برای پیاده‌سازی روش‌های حل پیشنهادی و تجزیه تحلیل مدل و با توجه به عدم وجود نوآوری‌های این مقاله در مطالعات مشابه پیشین پارمترهای مدل بر اساس روابطی که در ادامه شرح داده خواهند شد، به صورت تصادفی و یا استفاده از نظرات افراد خبره تولید می‌گردند. پارمترهایی از قبیل مختصات هاب‌ها در فضایی در دامنه ابعاد شهر تهران بصورت تصادفی تولید شده. پارامترهایی از قبیل هزینه شاخص استقرار برای معادله (۸)، هزینه‌های حمل نقل داخلی و خارجی، ظرفیت هاب‌ها و محدودیت بودجه از نظرات افراد خبره این حوزه استخراج شده است.

ابتدا در یک مربع به اضلاع ٤٠ واحد (برای این مسئله فرض می‌کنیم مشتریان و توزیع‌کنندگان در مربعی به ضلع ٤٠ کیلومتر واقع شده‌اند. این بازه ابعاد تقریبی شهر تهران است)، مختصات مکانی هر گره(مصرف کننده) را به صورت زوج مرتب تصادفی $(x_i, y_j)$ در دامنه مذکور تولید می‌نماییم. میزان جریان مبادله شده بین هر دو گره به صورت تصادفی بین ۱۰۰ تا۵۰۰ تعیین شده، قیمت احداث پایه یک هاب۸۰۰ میلیون تومان تعیین می‌گردد، قیمت پایه بدان معناست که اگر یک هاب دقیقا در مرکز مختصات واقع شود هزینه آن ۸۰۰ میلیون تومان و هرچه به صورت شعاعی از مرکز دور شود هزینه احداث آن کاهش می‌یابد. هزینه حمل و نقل جمع آوری و توزیع محصول برای هر کیلومتر توسط دو گره مشخص(هاب و غیرهاب) برابر عدد ثابت ۱۰۰۰ تومان تعریف می‌گردد و زمان آن برای هر کیلومتر عدد ثابت ۰,۱۵ساعت لحاظ گردیده است. هزینه حمل و نقل بین دو هاب برابر ثابت۳۰۰ تومان تعریف می‌گردد و زمان آن برای هر کیلومتر ۰,۳ ساعت لحاظ گردیده است.

برای ارزیابی نمودن مدل و الگوریتم‌های پیشنهادی ۹ مسئله را در سه کلاس با عناوین کوچک، متوسط و بزرگ با پارمترهای تصادفی تولید می‌نماییم(جدول ۵).

**جدول۵. مشخصات کلاس‌های تولید شده**

| شماره مسئله | نام کلاس | ابعاد مساله |
|---|---|---|
| ۱ | کوچک | $N = 20, Nh = 4$ |
| ۲ | | $N = 30, Nh = 5$ |
| ۳ | | $N = 40, Nh = 6$ |
| ۴ | متوسط | $N = 50, Nh = 7$ |
| ۵ | | $N = 60, Nh = 8$ |
| ۶ | | $N = 70, Nh = 4$ |
| ۷ | بزرگ | $N = 80, Nh = 4$ |
| ۸ | | $N = 90, Nh = 4$ |
| ۹ | | $N = 90, Nh = 4$ |

### ۵-۲ تنظیم نمودن پارامترهای الگوریتمهای فرا ابتکاری

علیرغم قابلیت‌های چشمگیر الگوریتم فراابتکاری چند هدفه ژنتیک و ازدحام ذرات در مواجهه با مسائل دارای پیچیدگی بالا، از آنجا که این الگوریتم خود تابعی از پارمترهای اولیه است، لذا انتخاب نادقیق آنها باعث ایجاد شکاف مقداری در جواب نهایی

می‌گردد. فیشـــر طراحی آزمـایش‌هـا را که طراحی فاکتوریلی نامیده می‌شود را بمنظور بررسی اثر چندین عامل بروی میانگین پـاســـخ ارائـه نمود. در این رویکرد مقدار ارزش جواب همان پـاســـخ و پارمترهای الگوریتم، همان عامل‌ها هســـتند. روش تاگوچی بوســیله آزمایشـات فاکتوریلی کســری، از تعداد زیاد آزمایشـــات فاکتوریلی کامل می‌کاهد. در روش تاگوچی اثرات عامل‌ها در دو قسمت طبقه بندی می‌شود: عاملهای اغتشاش $N$ و عامل‌های قابل کنترل $S$؛ که تنها اثرات عوامل $S$ بصـــورت مستقیم در آزمایش قابل کنترل است. تاگوچی فرآیندی را برای کنترل $N$ بمنظور کـاهش تغییرات محیطی هدف ارائه می‌نماید. یک طراحی اســـتوار طراحی اســـت که کمتر تحت عامل‌های اغتشـاش واقع گردد. دو روش برای پیاده سازی آنالیز نتایج در تاگوچی وجود دارد: اولین روش اسـتفاده از آنالیز واریانس تک تکرار و دومی اسـتفاده از نسبت سیگنال به اغتشاش ($S/N$) برای آزمایش با چند تکرار اســت. از آنجا با توجه به ادبیات رویکرد نسـبت سیگنال به اغتشاش عمکرد بهتری داشته، در این تحقیق از آن استفاده می‌گردد.

به منظور دسـت‌یابی به جواب‌هایی با کیفیت بالاتر در این بخش بوســیله روش تاگوچی و در محیط نرم افزار مینی‌تب به تنظیم پارامترهای الگوریتم‌های پیشنهادی می‌پردازیم.

پـارامترهای الگوریتم‌های چند هدفه ژنتیک و ازدحام ذرات به همراه سطوحشان در جدول٦ نشان داده شده است. آرایه متعامد $L^9$ تـاگوچی برای اجرای آزمایش‌ها و تنظیمات پارامترها بکار گرفته شـده اسـت. چهار پاسـخ متفاوت، که هریک نمایشـی از یک کیفیت مشخص بدست آمده از اجرای الگوریتم بوده برای آزمایش در نظر گرفته شـده اسـت. چهار شاخص برای ارزیابی کیفیت جواب‌ها در نظرگرفته شده است که عبارتند از:۱- تعداد جواب‌های پارتو ($NPS$) ۲- فواصـــل عمومی جواب‌ها ($GD$) ۳- فواصـــل گذاری ($SP$) ٤- بهترین جواب بدســـت آمده (۳٤). توجه نماییم برای بدسـت آوردن بهترین جواب به دست آمده، در ابتدا مقادیر توابع هدف با اســـتفاده از رویکرد خطی‌ســـازی اسـتاندار و بدون بعد گشـته سـپس با وزن ۰,۵با همدیگر جمع می‌شـوند. این جواب که از مجوع وزنی توابع هدف خطی شده حاصل شده را به‌عنوان بهترین جواب معرفی می‌نماییم. از آنجا که مدل پیشنهادی دارای ماهیت حداقل‌سازی بوده، مقادیر کمتر ($GD, Sp$) و مقـادیر بـالاتر ($NPS$, BestSol)بیـانگر کارآیی بالاتر الگوریتم است.

با توجه به داده های پایه در مثال عددی جدول شـماره ٦، که در نشـان داده شـده اسـت و سـطح پارمتر $L^9$ از ماتریس متعامد، هر مسئله پنج مرتبه اجرا می‌گردد. نتایج بدست آمده بر اســـاس یک اجرای دلخواه را نشـــان می‌دهد. مجموع مقادیر شاخص‌های حاصله از پنج بار اجرای الگوریتم نرمال می‌گردد. مقادیر اسـتاندار شـده به‌عنوان سطوح پاسخ ترکیبات متفاوت از ســـطح‌هـای پارامترهای الگوریتم در روش تاگوچی اســـتفاده می‌گردد.

از آنجایی که یک جواب با بالاترین $sum$ مطلوب اســـت، هدف پیداکردن بیشـینه ($S/N$) محاسـبه شده به‌وسیله رابطه زیر است:

$$S/N = -10 \log(\frac{1}{n_i}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{sum_i^2}) \qquad (۱۲)$$

که $sum_i, i=1...5$ برابر مقدار پاســـخ در $i$ امین تکرار روش تاگوچی و $n=5$ تعداد تکرار آزمایش‌ها است.

شکل٤و٥ نتایج آزمایشهای طراحی شده الگوریتم‌های چند هـدفه ژنتیک و ازدحام ذرات را تحت ســـناریوهای ترکیبی از ســـطوح پارامترها که به ترتیب "۱" ، "۲" و "۳" ارجاع دهنده به سطح اول، دوم و سوم از سطح پارامترها است(جدول ٦).

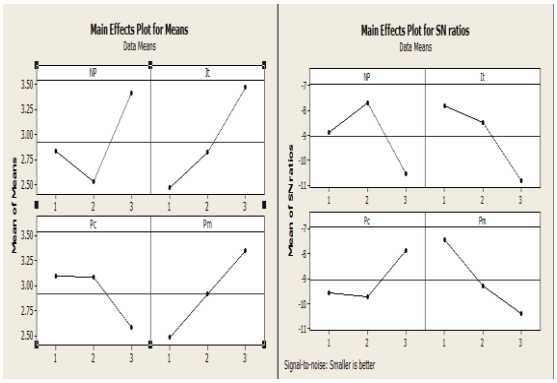
مضـــافاً با توجه به معادله ۳۰ مقادیر ($S/N$) هم در این جداول نمایش داده شـده اسـت. علاوه بر این در شـکل ٤و٥ مشـهود اســت که بالاترین میانگین از ($S/N$) مطلوب اســت. در نهایت مقادیر بهینه پارامترهای الگوریتم ها در جدول شـــماره ۷ قابل مشاهده است.

**جدول ٦. سطوح پارمترهای الگوریتم‌های فرا ابتکاری**

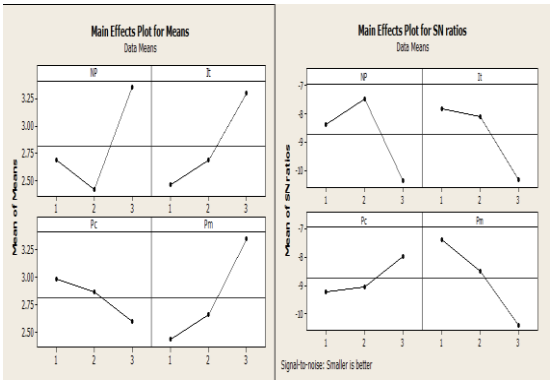
| پارامترها | سطح۱ | سطح ۲ | سطح ۳ |
|---|---|---|---|
| $N_p$ | ۶۰ | ۶۵ | ۷۰ |
| $It$ | ۴۰۰ | ۵۰۰ | ۶۰۰ |
| $p_c$ | ۰,۷ | ۰۷۵ | ۰۸ |
| $p_m$ | ۰,۱ | ۰,۱۵ | ۰,۲ |
| $w$ | ۰,۳ | ۰,۴ | ۰,۵ |
| $archiveN$ | ۲۰ | ۳۰ | ۴۰ |
| $c_1, c_2$ | (۱و۳) | (۲و۲) | (۳و۱) |

**جدول ۷. مقادیر بهینه پارمترهای الگوریتمهای فرا ابتکاری**

| پارامترها | ژنتیک | ازدحام ذرات |
|---|---|---|
| $N_p$ | ۶۵ | ۶۵ |
| $It$ | ۴۰۰ | ۴۰۰ |
| $p_c$ | ۰,۸ | - |
| $p_m$ | ۰,۱ | - |
| $w$ | - | ۰,۵ |
| $archiveN$ | - | ۴۰ |
| $c_1, c_2$ | - | (۱و۳) |




**شکل ٤. نتایج تنظیم پارمترهای الگوریتم چندهدفه ژنتیک**




**شکل ۵. نتایج تنظیم پارمترهای الگوریتم چند هدفه ازدحام ذرات**

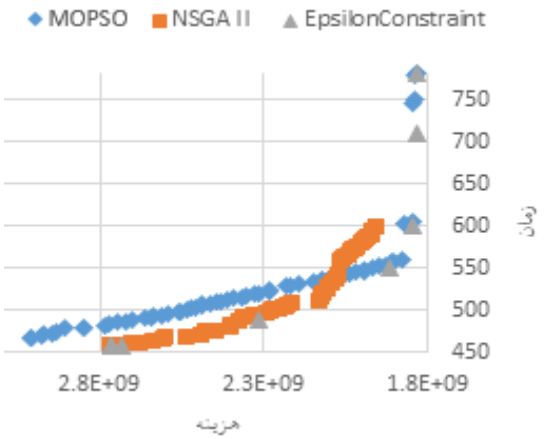
همانطور که در جدول ۸ مشهود است روش دقیق اپسیلن کانسترینت تنها برای مسئله شماره ۱ قادر به دستیابی به جواب است و زمان این اجرا تقریباً هفت ساعت است که در مقایسه با بیشترین زمان جدول که تقریباً ۲۰ دقیقه است، زمان بسیار زیادی است. الگوریتم دقیق در مواجهه با ۹ مسئله دیگر با خطای خارج از حافظه روبرو میگردد. در معیارهای $NPS$ و $GD$ و $SP$ در اکثر موارد الگوریتم ژنتیک بر ازدحام ذرات غلبه می‌نماید.

در مورد معیار زمان همانطور که مشاهده می‌گردد در کلاس کوچک و متوسط عمکرد الگوریتم ازدحام ذرات بهتر از ژنتیک بوده ولی در کلاس بزرگ بصورت معناداری بالعکس می‌گردد.

برای درک بهتر، جواب‌های پارتو سه الگوریتم پیشنهادی برای مسئله اول در جدول ۸ نمایش داده شده است. مطابق با نتایج حاصله از شکل ٦، الگوریتم ژنتیک در جواب‌هایی با هزینه بالاتر بر ازدحام ذرات غلبه نموده ولی در جواب‌هایی با هزینه کمتر و زمان بالاتر مغلوب الگوریتم ازدحام ذرات می‌گردد.. الگوریتم اپسیلن کانسترینت همانطور که مشاهده می‌گردد در بیشتر جواب‌ها دارای اختلاف کمی با جواب‌های ژنتیک و ازدحام ذرات است.

در ادامه با در نظر گرفتن مسئله اول در جدول ۸، توپولوژی ۱۲ جواب نامغلوب حاصل شده برای الگوریتم

ژنتیک برای سه سناریوی مختلف که در ادامه معرفی می‌گردد، نشان داده شده است. سپس تحلیل این سه سناریو ارائه می‌گردد.




**شکل ٦. مقایسه نمودار پارتو روش دقیق و غیردقیق**

**جدول ۸. مقایسه نتایج روشهای حل پیشنهادی**

| | چندهدفه ژنتیک | | | | | ازدحام ذرات | | | | | اپسیلن کتنسترینت | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ابعاد مساله | NPS | GD | Sp | Best_Sol | Time(s) | NPS | GD | Sp | Best_Sol | Time(s) | NPS | GD | Sp | Best_Sol | Time(s) |
| $N$ = 20, Nh = 4 | ٦٥ | ٩/٢ | ٣٦٤٥٦ | ٠/٦٧ | ١٤٩ | ٦٥ | ٩/٥ | ٣٧٥٩٢ | ٠/٦٦ | ١٤٨ | ٨ | ٦/٨ | ٣٧٥٩٢ | ٠/٦٦ | ٢٥٢٠٠ |
| $N$ = 30, Nh = 5 | ٦٥ | ٩/٣ | ١٨٥٦٤ | ٠/٧٤ | ٢٨٣ | ٦٥ | ٩/٨ | ٢٦٢٨٩ | ٠/٧٢ | ٢٧٣ | – | – | – | – | خارج از حافظه |
| $N$ = 40, Nh = 6 | ٦٥ | ٨/٣ | ٢٨٤٥٢ | ٠/٨٤ | ٤٢١ | ٦٥ | ٨/٤ | ٣٥٠٦٥ | ٠/٨٣ | ٣٢٦ | – | – | – | – | خارج از حافظه |
| $N$ = 50, Nh = 7 | ٦٥ | ٨/٦ | ٣٧٤٣١ | ٠/٦٦ | ٤٠٩ | ٦٥ | ٧/٦ | ٣٨٤٣٦ | ٠/٦٦ | ٤٠١ | – | – | – | – | خارج از حافظه |
| $N$ = 60, Nh = 8 | ٦٥ | ٩/٢ | ٤٥٦٣٧ | ٠/٧٢ | ٦٠١ | ٦٥ | ٩/٦ | ٤٥٩٥٦ | ٠/٧١ | ٦٠٠ | – | – | – | – | خارج از حافظه |
| $N$ = 70, Nh = 9 | ٦٥ | ٧/٨ | ٣١٤٩٢ | ٠/٧ | ٧٠١ | ٦٣ | ٨/٦ | ٣٦٠٥٨ | ٠/٧١ | ٧٠٣ | – | – | – | – | خارج از حافظه |
| $N$ = 80, Nh = 10 | ٦٥ | ٦/٩ | ٤٦٧٥٣ | ٠/٧٧ | ٨١٢ | ٦٣ | ٧/٩ | ٤١٤٢٣ | ٠/٧٧ | ٨٥٦ | – | – | – | – | خارج از حافظه |
| $N$ = 90, Nh = 11 | ٦٥ | ٨/٤ | ٤٢٣٧٩ | ٠/٨ | ٨٩٩ | ٦٥ | ٨/٨ | ٤٣٦٥٩ | ٠/٧٨ | ٩٤٤ | – | – | – | – | خارج از حافظه |
| $N$ = 100, Nh = 12 | ٦٥ | ٨/٣ | ٣٨٠٥٦ | ٠/٨ | ١٠٢ | ٦٣ | ٧/٨ | ٣٩٧٥٦ | .٠/٧٩ | ١٠٥٦ | – | – | – | – | خارج از حافظه |
| **میانگین** | ٦٥ | ٨/٢ | ٣٦١٣٥ | ٠/٧٤ | ٤٨٦/٢ | ٦٤,٣ | ٨/٦ | ٣٨٢٤٨ | ٠/٧٣ | ٥٩٣/٣ | ٨ | ٧/٦ | ٣٧٥٩٢ | ٠/٦٦ | |

- سناریوی اول: درنظرگرفتن هاب‌ها با هزینه احداث وابسته به مختصات با تعداد مشخص(مسئله این تحقیق).
- سناریوی دوم: درنظرگرفتن هاب‌ها بدون هزینه احداث با تعداد مشخص.
- سناریوی سوم: درنظرگرفتن هاب‌ها با هزینه احداث وابسته به مختصات بدون محدودیت تعداد مشخص .

هاب

شکل ۷ توپولوژی سناریوی اول را نشان داده که بیانگر ساختار شبکه در شرایطی است که احداث هاب‌ها مستلزم صرف هزینه ای ثابت وابسته به موقعیت آنها بوده و تعداد هاب‌ها بصورت بیرون‌زا و از پیش تعیین شده است. مطابق شکل موقعیت هاب‌ها با توجه به فرض مسئله در کاهش هزینه احداث با دور شدن شعاعی از مرکز، به حاشیه شرقی نقشه میل نموده است. نمودارها بر اساس مرتب سازی صعودی قیمت‌ها از چپ به راست مرتب شده‌اند یعنی با حرکت از چپ به راست شاهد چیدمان‌هایی با هزینه استقرار بالاتر و در عوض هزینه های جابجایی کمتر هستیم. همانطور که مشهود است هاب‌ها نسبت به یکدیگر در فواصل دورتر قرار داشته و حجم قابل قبولی از جریانات را بین خود انتقال می‌دهند. در این حالت مطابق انتظار با توجه به هزینه‌های جابجایی پایین هاب‌ها و زمان طولانی سفر توسط آن، شبکه در صدد سفرهای بیشتر توسط هاب‌ها بمنظور کاهش هزینه شبکه می‌باشند. ولی هرچه به انتها نزدیکتر می‌شویم، متوجه شده که هاب‌ها به یکدیگر نزدیکتر شده و در آخرین شکل گویی همه با هم ادغام شده‌اند که از آن جهت است که شبکه متحمل افزایش هزینه‌های شبکه بمنظور کاهش زمان سفرها بوده بنابراین تلاش در بیشترین سفر بین هاب و گره(مشتری) نموده و از سفر بین هاب خودداری می‌نماید.

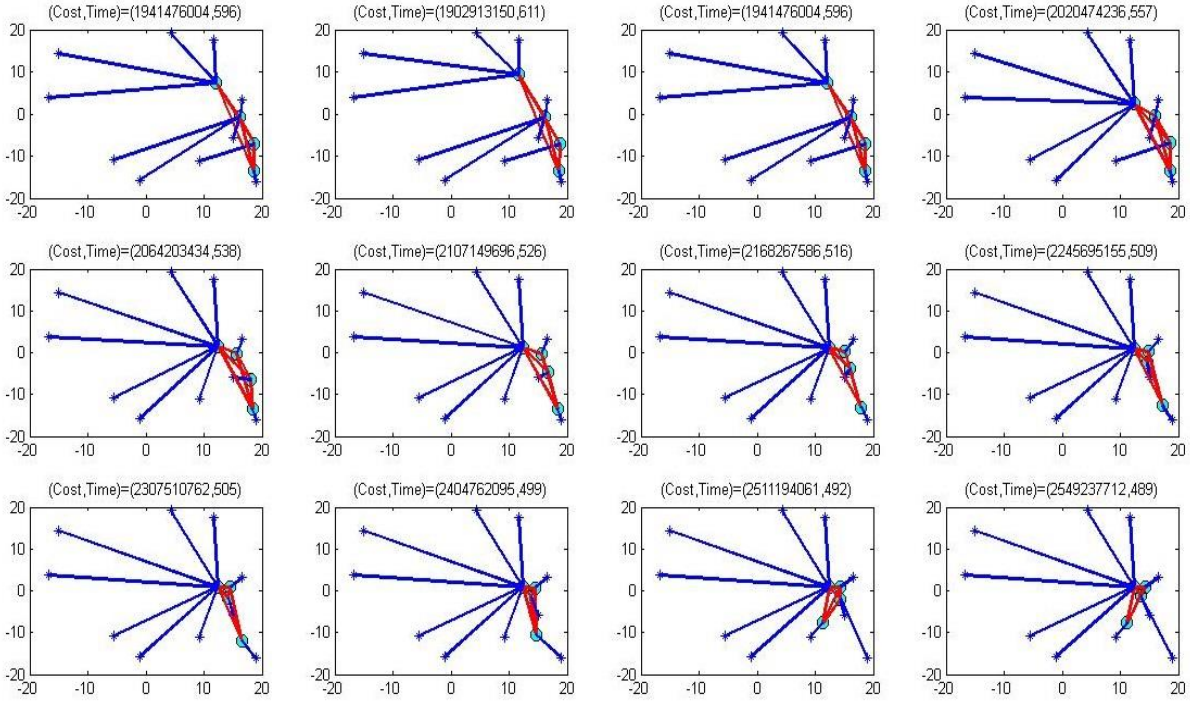
از آنجا که یکی از نوآوری‌های این تحقیق، در نظر گرفتن هزینه ثابت احداث هاب وابسته به مختصات هاب‌ها بوده، لذا بمنظور تحلیل وجود این موضوع سناریوی دوم را تعریف می‌نماییم. شکل ۸ توپولوژی سناریوی دوم را نشان داده که بیانگر ساختار شبکه در شرایطی است که احداث هاب‌ها مستلزم صرف هیچ هزینه‌ی ثابت ناست و تعداد هاب‌ها بصورت بیرون‌زا و از پیش تعیین شده است. با توجه به عدم هزینه ثابت احداث هاب، همانطور که مشاهده می‌شود موقعیت هاب‌ها بمنظور نزدیک شدن به اکثریت گره‌ها به مرکز مختصات نزدیکتر می‌گردند. نکته شایان توجه آن است که با حرکت به سمت راست و افزایش هزینه‌های شبکه، توپولوژی سناریو اول و دوم دارای رفتار مشابه و میل نمودن مختصات هاب‌ها به یک نقطه معین است. با کمی دقت بر نموداری های مرتبط با سناریوی اول و دوم شاهد دو نکته قابل توجه خواهیم شد که در هر دو سناریو مشهود است که عبارتند از:

- در هردو سناریو موقعیت هاب‌ها تمایل به نزدیک شدن به همدیگر داشته و میل به یک نقطه خاص با سرعت بالا را داشته
- در سناریو ی اول شاهد قرار گرفتن هاب‌ها در یک خط هستیم

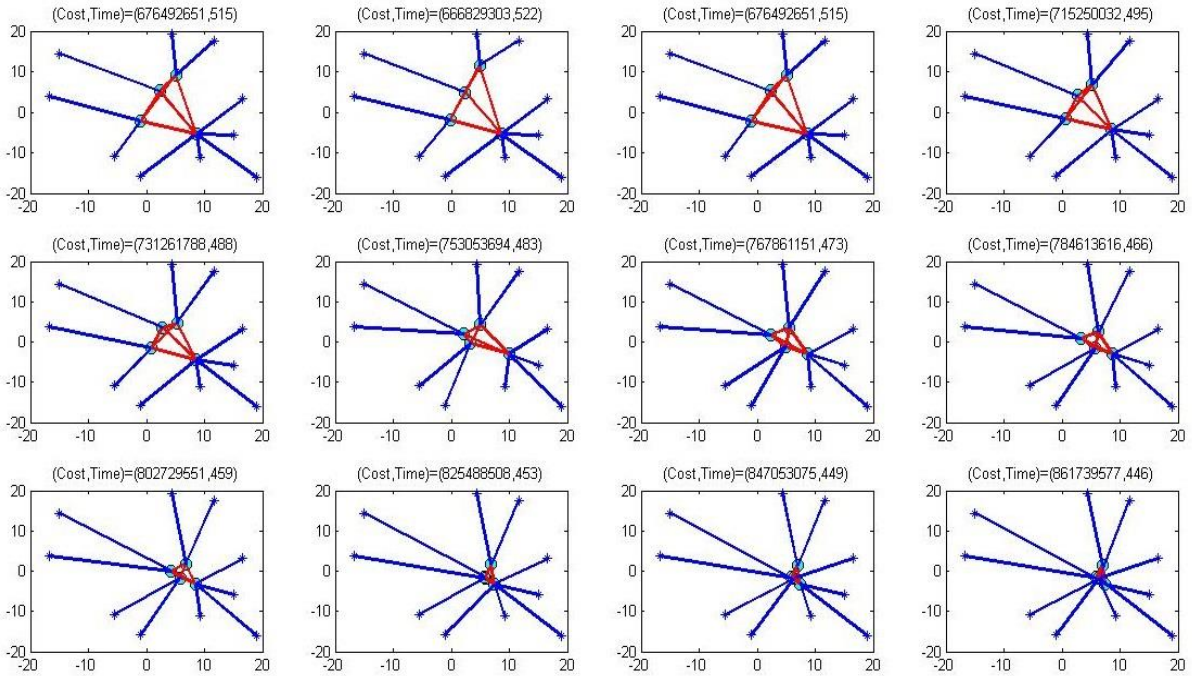
این مشاهدات محققین را بر این داشت تا با تعریف سناریوی سوم- که همان سناریوی اول بدون تحمیل تعداد هاب‌ها بوده- سعی در پاسخ دادن به این سوالات باشند.

در این سناریو به شبکه این اجازه را می‌دهیم که تعداد هاب‌ها بصورت درون‌زا تعیین گردد. در این سناریو در هزینه‌های پایین، همانطور که در شکل ۹ مشاهده می‌گردد، موقعیت هابها از همدیگر دورتر شده و با توجه هزینه ثابت وابسته به مختصات به چهار راس نمودار گرایش دارند. در اکثر چیدمان‌ها بویژه با افزایش تعداد هاب‌های بدون کاربرد افزایش میابد. در این سناریو شاهد قرار گیری هاب‌های فعال در یک خط نیستیم. نکته‌ای ظریف و قابل توجه آن است که همانطور در قبل عنوان شد در دو سناریوی گذشته با افزایش هزینه و کاهش زمان سفر شاهد بودیم که چیدمان هاب‌ها به یک نقطه حدی برای ادغام هاب‌ها میل می‌نمود. حال می‌توان به تعبیری

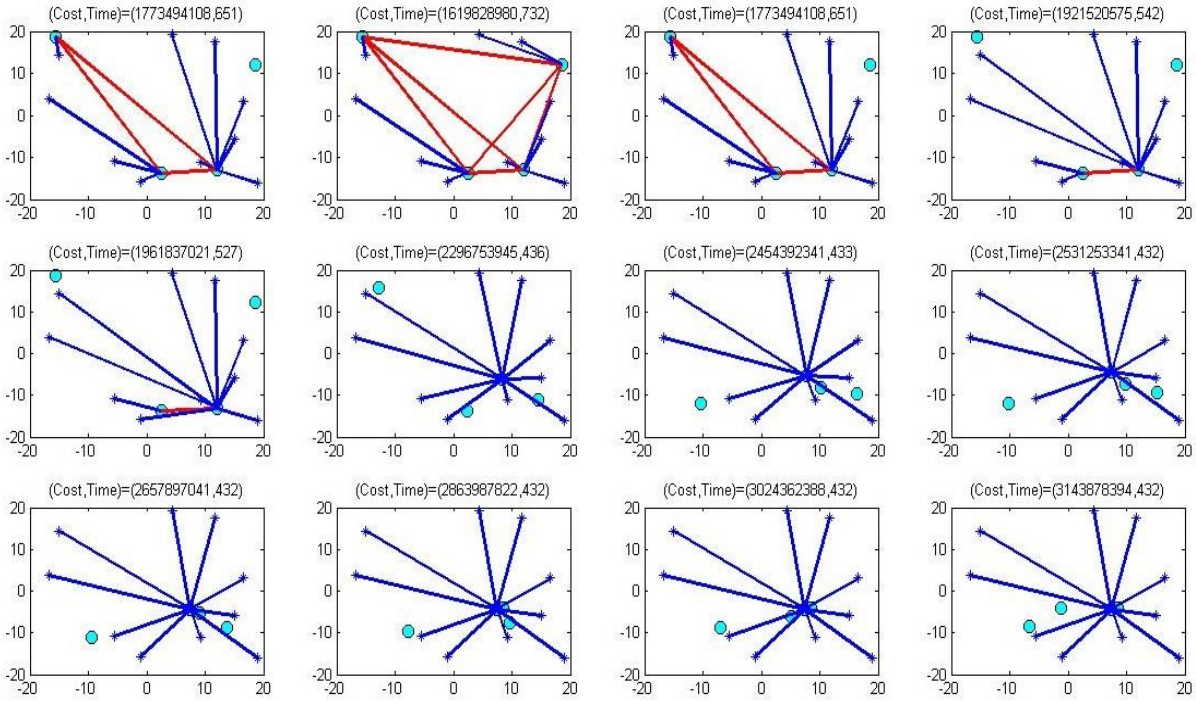
ادعـا نمود کـه چیـدمـان بـا بالاترین هزینه با یک هاب در این سناریو، همان نقطه حدی دو سناریوی قبلی است.




**شکل ۷. ارتباط بین مختصات هاب‌ها و جوابهای پارتو با هزینه وابسته مختصات برای احداث هاب**




**شکل۸. ارتباط بین مختصاب هاب‌ها و جوابهای پارتو بدون هزینه احداث هاب**




**شکل ۹. ارتباط بین مختصاب هاب‌ها و جوابهای پارتو با هزینه وابسته مختصات برای احداث ها و بدون محدودیت تعداد هاب**

## ٦. نتیجه گیری

در این مطالعه یک مدل ریاضی دوهدفه، تک تخصیصیه با ظرفیت محدود و محدودیت هزینه استقرار برای مکان‌یابی پیوسته هاب با تابع هزینه استقرار وابسته به موقعیت جغرافیایی هاب ها در یک کلان شهر ارائه شده و این مدل توسط روش دقیق اپسلن کانسرینت و روش فرابتکاری‌های چند هدفه ژنتیک و ازدحام ذرات حل می‌گردد. در مدل ارائه شده تمامی غیر هاب ملزم به ارتباط با هاب‌ها بوده و ارتباط مستقیم دو غیرهاب مجاز نیست. ظرفیت هاب‌ها نامحدود بوده، ارتباط بین تمامی گرهها ممکن بوده و هر غیرهاب تنها میتواند به یک هاب تخصیص یابد.

در ابتدا کلاس‌هایی از این مسئله در اندازهایی کوچک، متوسط، بزرگ با تولید تصادفی پارامترها تولید شده و پس از تنظیم پارمترهای الگوریتم‌های فرابتکاری توسط روش تاگوچی، بمنظور بررسی کیفیت جواب‌های پارتو بدست آمده از سه الگوریتم پیشنهادی اقدامات زیر صورت پذیرفت:

- مقایسه جواب‌های پارتو سه الگوریتم پیشنهادی در اندازه کوچک؛
- نشان دادن جوابهای پارتو با مشخصات اجرایی برای ۹ سه کلاس شامل ۹ مسئله تعریف شده؛
- نمایش توپولوژی چیدمان جوابهای پارتو برای یک مسئله؛

نتایج بیانگر آن است که روش دقیق اپسیلن کانسرینت تنها در کوچکترین مسئله تعریف شده در زمان اجرایی بزرگ قادر به تولید جوابهای پارتو بوده در حالیکه الگوریتم‌های فراابتکاری در تمامی اندازه موفق به تولید جوابهای پارتو هستند که با توجه به معیارهای سنجش کیفیت جوابهای پارتو، الگوریتم چند هدفه ژنتیک از دیگر الگوریتم فرا ابتکاری بهتر است.

## ۷. پی‌نوشت‌ها:

I. NSGA
II. MOPSO

## ۸. مراجع


-بهنامیان، ج. و صفرقلی،الف.(۱۳۹۷) " ارائه الگوریتم ترکیبی برای مسئله مکان‌یابی هاب در شبکه حمل‌ونقل چندوجهی"، فصلنامه مهندسی حمل ونقل، دوره ۱۰، شماره ۲، ص. ۳۵۵-۳۳۵.

-چراغی، الف.، حیدری، ج.، رحیمی، ی. و رزمی، ج. " مکان یابی هاب چند محصوله در شبکه حمل و نقل کالای ایران با در نظر گرفتن روش های تامین مالی و رویکرد زیست محیطی"، فصلنامه مهندسی حمل ونقل، دوره ۸، شماره ۲ ،ص. ۲۱۳-۱۹۵.

-عیدی، ع. و میرآخوری، ع. (۱۳۹۱) "ارائه یک روش ابتکاری ترکیبی مبتنی بر الگوریتم ژنتیک برای حل مسأله هاب پوششی در حالت فازی"، فصلنامه مهندسی صنایع و مدیریت تولید، شماره ۲۳، ص. ۱۷۳-۱۶۲.

-Bollapragada, R., Li, Y. and Rao, U. S. (2006) "Budget-constrained, capacitated hub location to maximize expected demand coverage in fixed-wireless telecommunication networks", Informs Journal on Computing, Vol. 18, No. 4, pp. 1352-1367.

-Carlsson, J. G. and Jia, F. (2013) "Euclidean hub-and-spoke networks", Operations research, Vol. 61, No. 4, pp. 1360–1382.

-Coello, C. A. C., Pulido, G. T. and Lechuga, M. S. (2004) "Handling multiple objectives with particle swarm optimization", IEEE Transactions on Evolutionary Computation, Vol. 8, No. 3, pp. 256–279.

-Damgacioglu, H. Dilner, D., Ozdemirel, N. E. and Lyigun, E. (2015) "A genetic algorithm for the uncapacitated single allocation planar hub location problem", Computers & Operations Research, Vol. 62, No. 1, pp. 224–236.

-Deb, K., Agarwal, S. and Meyarian, T. (2002) "A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II", IEEE Transactions on Evolutionary Computation, Vol. 6, No. 2, pp. 182–197.

-Drezner, T., Drezner, Z. and Kalczynski, P. (2019) "The planar multifacility collection depots location problem", Computers & Operations Research, Vol. 102, No. 2, pp. 110–132.

-Ghaffarinasab, N., Van Woensel, T. and Minner, S. (2018) "A continuous approximation approach to the planar hub location-routing problem: Modeling and solution algorithms", Computers & Operations Research, Vol. 100, No. 1, pp. 140–154.

-Ghezavati, V. and Hosseinifar, P. (2018) "Application of efficient metaheuristics to solve a new bi-objective optimization model for hub facility location problem considering value at risk criterion", Soft Computing, Vol. 22, No. 1, pp. 195–212.

-Hameed, I. A. (2020) "Multi-objective solution of traveling salesman problem with time", Advances in Intelligent Systems and Computing, Vol. 921, No.1, pp. 121–132.

-Hosseinijou, S. A. and Bashiri, M. (2012) "Stochastic models for transfer point location problem", The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Vol. 58, No.1, pp. 211–225.

-Iyigun, C. (2013) "The planar hub location problem: a probabilistic clustering approach",

-Rajkovic, M. ,Zrnic, N., Kosaanic, N. and Borovinsch, M. (2017) "A multi-objective optimization model for minimizing cost, travel time and Co2 emission in an AS/RS", FME Transaction, Vol. 45, No.4, pp. 620–629.

-Xie, W. and Ouyang, Y. (2015) "Optimal layout of transshipment facility locations on an infinite homogeneous plane", Transportation Research Part B: Methodological, Vol. 75, No.1, pp. 74–88.

-Zhalechian, M., Tavakkoli-Moghaddam, R. and Rahimi, Y. (2017) "A self-adaptive evolutionary algorithm for a fuzzy multi-objective hub location problem: An integration of responsiveness and social responsibility", Engineering Applications of Artificial Intelligence, Vol. 62, No.1, pp. 1–16.

Annals of Operations Research, Vol. 211, No.1, pp. 193–207.

-Khodemani-Yazdi, M. Tavakkolo Moghaddam, R., Bashiri, M. and Rahimi, Y.(2019) "Solving a new bi-objective hierarchical hub location problem with an M/M/c queuing framework", Engineering Applications of Artificial Intelligence, Vol. 78, No.1, pp. 53–70.

-Madani, S. R., Shahandeh Nookabadi, A. and Hejazi, S. R. (2018) "A bi-objective, reliable single allocation p-hub maximal covering location problem: Mathematical formulation and solution approach", Journal of Air Transport Management, Vol. 68, No.1, pp. 118–136.

-Mavrotas, G. (2009) "Effective implementation of the ε-constraint method in multi-objective mathematical programming problems", Applied mathematics and computation, Vol. 213, No.2, pp. 455–465.

امیرحسین زاهدی انارکی، درجه کارشناسی در رشته ریاضی کاربردی را در سال۱۳۸۷ از دانشگاه صنعتی شاهرود و درجه کارشناسی ارشد در رشته مهندسی صنایع را در سال ۱۳۹۱ از دانشگاه تهران اخذ نمود و هم اکنون دانشجوی دکتری در رشته مهندسی صنایع در دانشگاه پیام نور است. زمینه های پژوهشی مورد علاقه ایشان بهینه سازی، زنجیره تامین، حمل ونقل بوده و در حال حاضر عضو هیات علمی با مرتبه مربی در دانشگاه جامع علمی کاربردی است.

امیرسامان خیرخواه، درجه کارشناسی در رشته صنایع را در سال۱۳۷۳ از دانشگاه علم و صنعت و درجه کارشناسی ارشد در رشته مهندسی صنایع را در سال ۱۳۷۵ از دانشگاه علم و صنعت اخذ نمود. در سال ۱۳۷۹ موفق به کسب درجه دکتری در رشته مهندسی صنایع از دانشگاه علم وصنعت گردید. زمینه های پژوهشی مورد علاقه ایشان تصمیم گیری با معیارهای چندگانه، تحقیق در عملیات، مدل سازی سیستم های اقتصادی و اجتماعی بوده و در حال حاضر عضو هیات علمی با مرتبه دانشیار در دانشگاه بوعلی همدان است.

میثم جعفری اسکندری، درجه کارشناسی در رشته ریاضی کاربردی را در سال۱۳۸۵ از دانشگاه اصفهان و درجه کارشناسی ارشد در رشته مهندسی صنایع در سال ۱۳۸۷ را از علم و صنعت اخذ نمود. در سال ۱۳۹۱ موفق به کسب درجه دکتری در رشته مهندسی صنایع از دانشگاه علم وصنعت گردید. زمینه های پژوهشی مورد علاقه ایشان نظریه بازی‌ها، سیستم‌های پویا ومدل سازی سیستم های اقتصادی و اجتماعی بوده و در حال حاضر عضو هیات علمی با مرتبه استادیار در دانشگاه پیام نور است.