فصلنامه مهندسی حمل و نقل، دوره ۱۲، ش. ۲، زمستان ۱۳۹۹، ص. ۳۷۷–۳۹۷

مقاله پژوهشی

ارایه یک مدل قیمت‌گذاری محدوده ترافیکی با در نظرگیری محدودیت ظرفیت کمان

زهرا جوادی، دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی برنامه‌ریزی حمل‌ونقل، موسسه عالی آموزش و پژوهش مدیریت و برنامه‌ریزی

عباس بابازاده (مسئول مکاتبات)، استادیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تهران

امیررضا ممدوحی، دانشیار، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست،دانشگاه تربیت مدرس

E-mail: ababazadeh@ut.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۷/۱۰/۲٤ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۲/۱۸

چکیده

کمان‌ها دارای ظرفیت محدودی هستند که تابعی از ویژگی‌های فیزیکی آن‌ها است. زمانی که حجم جریان در کمان به نزدیک ظرفیت آن کمان می‌رسد، در الگوی جریان شبکه، در کمان‌های بالادستی آن کمان، صف ایجاد می‌شود و به اصطلاح شبکه شلوغ می‌شود و هزینه‌هایی بر ساکنین شهرها تحمیل می‌کند. قیمت‌گذاری محدوده‌های ترافیکی یکی از موثرترین راهکارهای مدیریت تقاضا است، که می‌تواند بدون افزایش شلوغی کل شهر، شلوغی نواحی مرکزی را کاهش دهد. در اکثر مطالعات قیمت‌گذاری ترافیک، ظرفیت کمان‌ها به صورت صریح در قالب یک محدودیت در نظر گرفته نمی‌شود. هدف این مقاله قیمت‌گذاری محدوده ترافیکی با در نظر گرفتن محدودیت صریح ظرفیت کمان و بررسی تفاوت‌های آن با قیمت‌گذاری بدون در نظر گرفتن محدودیت صریح ظرفیت کمان است. به بیان دیگر این پژوهش درصدد است تا رابطه بین در نظر گرفتن ظرفیت برای جریان در کمان و افزایش یا کاهش عوارض را شناسایی کند. بدین منظور یک مدل عمومی دوسطحی برای حل مساله استفاده می‌شود، که در آن مساله‌ی سطح بالا عوارض بهینه را تعیین می‌کند و شرط تعادلی بودن جریان در شبکه توسط یک الگوریتم تخصیص ترافیک در سطح پایین تضمین می‌شود. الگوریتمی مبتنی بر بهینه‌سازی انبوه ذرات (PSO) به عنوان روش حل مساله‌ی سطح بالا ارایه می‌شود و از الگوریتم شهپر و همکاران برای حل مساله تخصیص ترافیک در سطح پایین استفاده می‌شود. الگوریتم پیشنهادی روی شبکه سوفالز در دو حالت با و بدون محدودیت ظرفیت اجرا می‌شود. نتایج نشان می‌دهند که قیمت‌گذاری بهینه متاثر از اطلاعات ظرفیت کمان است. در شبکه سوفالز در قیمت‌گذاری با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت از ۱۰ کمان ورودی به محدوده، ٦ کمان عوارض می‌پذیرند، در حالی که که در حل بدون در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت، ۸ کمان عوارض می‌پذیرند. هزینه کل شبکه در قیمت‌گذاری با دیدن محدودیت ظرفیت کمان، ٪۱/۱۳ درصد نسبت به عدم قیمت‌گذاری بهبود می‌یابد. این بهبود برای حالتی که ظرفیت دیده نشود، ۰/۳۸درصد است. مجموع عوارضی که محدوده وارد می‌شود نیز، از ۱/۸٦ واحد به ۰/۸٦ واحد کاهش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: قیمت‌گذاری محدوده، محدودیت ظرفیت کمان، مدل دوسطحی، بهینه‌سازی انبوه ذرات (PSO)

۱. مقدمه

شـلوغی شـبکه‌های ترافیکی سبب بروز مشکلاتی برای جوامع بشـری از جمله افزایش زمان سـفر و شـکل‌گیری صـف‌های طولانی، افزایش مصـرف سـوخت، بروز انواع آلودگی‌ها، ایجاد اخلال در شـــرایط بحرانی، و اثرات منفی جســـمی و روحی می‌شـود. بررسـی‌ها نشـان می‌دهد که شلوغی ترافیکی می‌تواند بـالغ بر ۳۰۰ میلیارد پوند هزینه بر اقتصـــاد بریتانیا در طول ١٤ ســـال آتی وارد کند، که نشـــان‌دهنده افزایش ٦٣ درصـــدی در هزینه‌های سالانه تا سال ۲۰۳۰ است [Alonze, 2015]. هزینه شـلوغی در کشـورهای بریتانیا، فرانسه، آلمان و آمریکا در سال ۲۰۱۳ حدود ۲۰۰ میلیارد دلار برآورد شـده اسـت، که معادل ۸ درصـد از تولید ناخالص ملی[1](GDP) آنها اسـت، و پیش‌بینی می شود که این عدد در سال ۲۰۳۰ به ۳۰۰ میلیارد دلار در سال برسـد. این در حالی اسـت که هزینه سـوخت و زمان مفید از دست رفته، حدود دو سوم از کل هزینه شلوغی است. همچنین، سـالانه بیش از ۱۵ هزار تن دی‌اکسـیدکربن اضـافی حاصـل از شـلوغی منتشـر می‌شـود که معادل هزینه‌ای بالغ بر ۳۵۰ میلیون دلار اسـت [Arnott, 1994]. طبق نتایج بررسـی‌های میدانی، بیش از ٤٥ درصـد مردم تهران روزانه حدود ۲ تا ۳ سـاعت از وقت خود را در ترافیک می‌گذرانند، و این اتلاف وقت موجب افزایش دستمزدها و در نتیجه افزایش هزینه‌های تولید در کشور می‌شـود. از طرفی، شـلوغی ترافیکی در تهران منجر به کاهش ١/١٤ درصـــدی درآمـد شـــهروندان، کاهش بهره‌وری نیروی انسـانی، اسـتهلاک وسـایل نقلیه، هزینه‌های ناشی از تصادفات، هزینه‌های ناشـی از آلودگی‌های زیسـت–محیطی، بیماری‌های روحی و جسـمی، مرگ شـهروندان، هدررفت سوخت، و غیره می‌شود [BRTRE, 2015].

به منظور غلبه بر مشـکل شـلوغی دو راهکار افزایش سطح عرضه یا کاهش سطح تقاضا موجود است. در سال های اخیر، با توجـه بـه دســـتـاوردهـای انـدک راهکـار اول، برنامه‌ریزان و سـیاسـت‌گذاران حمل‌ونقل تغییر الگوی تقاضـا را مورد توجه دارند. از روش‌های کارآمد در کنترل ترافیک، اعمال هزینه برای استفاده از امکانات حمل‌ونقلی، مثل پارکینگ است[,Kazemi 1395]. در ســطح کلان و مـدیریت شـــهری معمولا چندین سـیاسـت به موازات هم برای کاهش شـلوغی و کنترل ترافیک اسـتفاده می شـود. در پژوهشـی که در این راسـتا در استان یزد صـورت گرفته است، مشخص شد، در بین سیاست‌های محدود سـازی اسـتفاده از خودرو شـخصـی، موثرترین سـیاست، اخذ عوارض اســت. پس از آن سـیاســت قیمت‌گذاری پارکینگ در جـایگـاه دوم اثر گـذاری قرار دارد [Fallah, 1396]. اگرچه پیاده‌سـازی هر سـیاسـت در سـطح واقعیت نیازمند مهیا کردن شـرایط فنی و اجتماعی اسـت. از نقطه نظر عملیاتی، یک طرح قیمت‌گذاری با طراحی مناســب، به طور گســترده‌ای می تواند باعث تســهیل در مرحله اجرایی شــود. برای کسـب بازخورد مناسب‌تر از کاربران، لازم است مجریان طرح‌ها دو اصل؛ منتشر کردن اطلاعات در رابطه با قیمت‌گذاری و صـــرف درآمدهای حاصـــل از قیمت‌گذاری برای توســـعه حمل‌ونقل عمومی را رعایت کنند [Gu, Liu, Cheng and Saberi, 2018]. در رابطـه بـا دســـت‌آوردهـای زیســـت محیطی قیمـت گـذاری ترافیـک،میزان کربن دی‌اکســید موجود در هوا در لندن ۱۹/۹ درصـد ، در میلان ۱۵ درصـد و در اسـتکلهم ۱۳ درصد کاهش داشـــته اســـت [Cavallaro, Giaretta and Nocera, 2017]. قیمـت گـذاری شـــلوغی، به این دلیل که ســـازوکار قیمت‌گذاری را با تمام مزایای آن شامل شفافیت، جهان‌شمولی، و بهره‌وری به کار می‌گیرد، به طور گسترده‌ای توسط اقتصاددانان به عنوان کارآمدترین روش‌ها شـــناخته می‌شـــود [,Alonze 2015].

به منظور تعیین عملکرد شبکه، برای هریک از کمان‌های آن یـک تـابع عملکرد تعریف می شـــود. این تابع عملکرد معمولا

تابعی چندجمله‌ای از جریان در همان کمان است. نقطه ضعف این توابع این است که، تا زمانی که جریان متناهی است، زمان سفر متناهی نتیجه می دهند، بنابراین ممکن است در جواب تعادلی چندین کمان اشباع شده یا کمان هایی با جریان های تعادلی ۲ تا ۳ برابر ظرفیت‌شان مشاهده شود[Branston, 1976]، در حالی که کمان ها دارای ظرفیت محدودی هستند که تابعی از ویژگی های فیزیکی آن ها مانند عرض کمان، تعداد تقاطعات کمان ها و قدرت مانور رانندگان در کمان است وعامل مهمی در تعیین سطح سرویس محسوب می‌شود. زمانی که تقاضا بر روی کمان بین زوج مبدا–مقصد به نزدیک ظرفیت آن کمان می رسد، در الگوی جریان حاصل از تخصیص تقاضا بر شبکه، در کمان‌های بالادستی آن کمان، صف ایجاد می‌شود و به اصطلاح شبکه شلوغ می‌شود.

بررسی مطالعات پیشین نشان می‌دهد، در قیمت‌گذاری شبکه ترافیکی، فرض غیر واقعی جریان نامتناهی برای کمان‌ها در نظر گرفته شده است. بنابراین از آن‌جایی که الگوی جریان در کمان‌ها با آنچه در واقعیت روی می دهد مغایر است، کاربر عوارضی را پرداخت می کند که غیر واقعی است. یک روش طبیعی جلوگیری از این رویداد ، قرار دادن محدودیت صریح ظرفیت بر جریان های کمان است. اما از آنجایی که در هر مرحله از تعیین عوارض، باید جریان در کمان با حل مساله تخصیص ترافیک مشخص شود و به دلیل این که اضافه کردن محدودیت صریح ظرفیت کمان، ساختار ضرب دکارتی مجموعه جواب های امکان پذیر مساله تخصیص ترافیک استاندارد را از بین می‌برد و مدل پیچیده‌تری را نتیجه می‌دهد، در مطالعات مربوطه کمتر مورد توجه قرار گرفته است.

در این مقاله از یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی دوسطحی[۲] استفاده می‌شود. در سطح بالای مدل، مساله بهینه‌سازی عوارض حل می‌شود و این عوارض به سطح پایین داده می‌شود تا جریان و زمان سفر تعادلی شبکه مشخص شود

الگوریتم مبتنی بر بهینه‌سازی گروه ذرات[۳] (PSO) به عنوان روش حل مساله سطح بالا ارایه می‌شود. همچنین روش پیشنهادی شهپر و همکاران [Shahpar, Ashtiani, Babazadeh, 2008] که یک روش تکراری برای حل مساله تخصیص ترافیک با محدودیت های جانبی به نام تابع جریمه پویا[۴] است برای حل مساله سطح پایین به کار گرفته می‌شود. برنامه نوشته شده برای دو سطح به هم متصل می شوند؛ بدین ترتیب که جواب‌های اولیه (عوارض اولیه برای کمان‌های ورودی به محدوده موردنظر) تولید و به همراه سایر اطلاعات شبکه (تقاضای بین زوج‌های مبدأ–مقصد و توابع زمان سفر کمان‌ها) به برنامه تخصیص، داده می‌شوند و خروجی آن برنامه شامل جریان و زمان سفر کمان‌ها جهت ارزیابی جواب‌های اولیه و تولید جواب‌های بعدی به برنامه سطح بالا داده می‌شود. جواب‌های جدید که به‌صورت تصادفی و بر مبنای بهترین جواب‌های قبلی تولید شده‌اند، مجددا به برنامه تخصیص داده می‌شوند و این روند تا رسیدن به جواب نهایی ادامه می‌یابد.الگوریتم پیشنهادی بر شبکه ترافیکی سوفالز ظرفیت دار اجرا می‌شود.

در بخش ۲ مرور ادبیات مرتبط با قیمت‌گذاری و تخصیص ترافیک مطرح می‌شود. در بخش ۳ مساله قیمت‌گذاری شرح داده می‌شود و مدل قیمت‌گذاری محدوده ترافیکی شرح داده می‌شود. بخش ٤ شامل روش حل مساله است و در بخش ٤ نتایج حاصل از اعمال مدل بر شبکه سوفالز بیان می‌شود.

۲. مرور ادبیات

به دلیل اینکه مساله قیمت‌گذاری در این پژوهش به صورت یک مدل بهینه‌سازی دو سطحی حل می‌شود، مرور ادبیات مربوط به هر دو سطح قیمت‌گذاری و تخصیص ترافیک در پژوهش مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۲–۱ قیمت‌گذاری

پیگو [Pigou, 1920] در سال ۱۹۲۰ نخستین مطالعه در زمینه قیمت گذاری را با ارایه نمونه ای برای برآورد عوارض بهینه جاده انجام داد. نایت [Knight, 1924] در سال ۱۹۹٤ اولین تفسیرها از رابطه میان هزینه اجتماعی و اخذ عوارض را بیان کرد. دافرموس [Dafermos, 1973] مطالعه‌ای در خصوص قیمت گذاری اولین- بهترین در شبکه چندوسیله‌ای انجام داد، و یانگ و همکاران [Yang and Huang, 2007] این رویکرد را با در نظر گرفتن صف بهبود دادند. ورهوف و همکاران [Verhoef, Rouwendal and Rietveld, 2003] نشان دادند که با فرض دو گروه از رانندگان با سرعت‌های حرکت متفاوت، عوارض بهینه برای رانندگان دارای سرعت کم تر مقداری بیشتر است و نیز هر چه تعداد رانندگان افزایش یابد، مقدار عوارض بهینه کاهش می یابد. اسمال و یان [Small and Yan, 2001] در قیمت گذاری با دو گروه کاربر با مقادیر مختلف ارزش زمان سفر، نشان دادند که در یک معبر مشخص، کارایی یک باند قیمت گذاری شده بیشتر از حالتی است که تمام باندهای معبر قیمت گذاری شوند. دپالما و لیندسی [De Palma and Lindsey, 2004] نشان دادند که منافع قیمت گذاری با این فرض که ارزش زمان سفر کاربران و خصوصیات ناوگان ناهمگن است، افزایش می‌یابد. ین و لافونگپانیچ [Yin and Lawphongpanich, 2009] با توجه به شرایط کراش-کان-تاکر در برنامه ریزی غیرخطی (مساله بیشینه کردن منفعت اجتماعی)، جواب های متعددی که شرایط مرتبه اول معادلات به دست آمده را ارضا می کنند، یافتند که در برخی از جواب ها الزاما همه کمان ها عوارض ندارند. . اسدی و فلورین (B, Saeed Asadi, M Florian, and M Sarvi, 2016) برای تعیین میزان عوارض یا یارانه ای که باید بر هر مسیر در یک ناحیه مشخص اعمال شود، مساله قیمت گذاری را به مساله تخصیص ترافیک با محدودیت ظرفیت تبدیل کردند.

۲-۲ تخصیص ترافیک ایستا با در نظرگیری محدودیت ظرفیت کمان‌ها

فرایند تخصیص ترافیک، پیدا کردن جریانی است که تا جای ممکن مشابه جریان مشاهده شده در کمان های شبکه باشد. مساله تخصیص بر پایه اصل تعادل استفاده‌کننده استوار است. در شرایط تعادل که واردراپ [Wardrop, 1952] ارایه داد، زمان سفر در تمام مسیرهای استفاده شده برابر با هم و کمتر از یا مساوی با زمان سفر مسیرهای استفاده نشده است. در اکثر مطالعات، تعادل استفاده‌کننده در شبکه‌های بدون ظرفیت بر پایه اصل اول واردراپ به طور ضمنی معادل مفهوم تعادل نش[5] تعریف شده است [Sheffi, 1985].

تابع عملکرد، زمان سفر متوسط را به نرخ جریان ترافیک کمان مرتبط می سازد. این تابع ها در بیش تر مواقع غیرخطی، مثبت و اکیدا صعودی نسبت به جریان در کمان هستند [Patriksson and Larsson, 1994]. برنستون [Branston, 1976] و لارسون و پتریکسون [Larsson and Patriksson, 1995] استدلال کردندکه تابع های از این نوع غیرواقعی هستند، چراکه زمان سفر حاصل از آن‌ها متناهی است در حالی‌که جریان در کمان‌ها نیز متناهی است. بنابراین این‌طور فرض شده

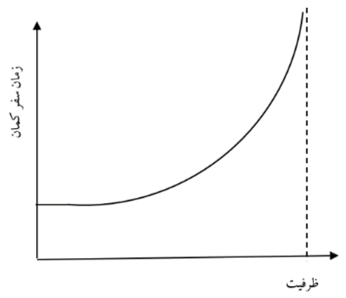
که کمان ها می توانند حجم زیادی از جریان ترافیک را از خود عبور دهند، در نتیجه جواب تعادلی ممکن است شامل چندین کمان اشباع شده باشد که در بعضی مواقع کمان ها ۲ تا ۳ برابر ظرفیت مشاهده شده جریان می گیرند. چنین جواب تعادلی کاملا نامطلوب است. بنابراین در عمل، کمان ها دارای محدویت های متناهی (ظرفیت) در رابطه با جریان ترافیک هستند.

ظرفیت هر کمان بیشینه جریانی است که آن کمان می تواند از خود عبور دهد که به ویژگی های فیزیکی آن بســـتگی دارد. هرچقـدر جریـانی کـه از یک کمان عبور می کند به ظرفیت آن کمان نزدیک‌تر باشـد، زمان سـفر در آن کمان افزایش می یابد. همان طور که در شـکل (۱) نشـان داده شـده است، اگر جریان کمان به ظرفیت کمان برسد، زمان سفر آن کمان به بینهایت میل می‌کند. بنابراین جریان مشـاهده شـده کمان هیچ‌گاه از ظرفیت کمان تجاوز نمی‌کند. هرن در رابطه با محدودیت ظرفیت کمان، اشاره می‌کند [Hearn and Ribera, 1980]:

"در مدل تخصـــیص ترافیک بدون محدودیت ظرفیت، با همـه فرض های پیشـــین، جریان پیش بینی شـــده در برخی از کمـان هـا بـه مراتب بیش تر یا کم از پیش بینی مهندس ترافیک است. "

یکی از رویکرد های مدل سازی فرایند تخصیص ترافیک با محدودیت ظرفیت کمان، استفاده از رویکرد پویا است. رویکرد دیگر در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت جریان کمان‌ها صـــریح در مدل‌سازی است [Nie, Zhang and Lee, 2004].

مسـاله تخصـیص ترافیک اسـتاندارد با دسـته الگوریتم‌های فرانک–وولف با زیرمســـاله خطی پیدا کردن کوتاه‌ترین مســـیر[6] برای هر جفت مبدا–مقصد حل می‌شود. اضافه کردن محدودیت ظرفیت کمان، ســـاختار ضـــرب دکارتی مجموعه جواب های امکان‌پذیر مسـاله تخصیص ترافیک استاندارد را از بین می‌برد و مدل پیچیده‌تری را نتیجه می‌دهد. مشـــکل اصـــلی حل مســـاله تخصـیص ترافیک با محدودیت ظرفیت این اسـت که مساله به مســـاله‌ی جریان چندکالایی[7] با هزینه کمینه، تبدیل می‌شـود که محاســـبات آن به نحو قابل توجهی از مســـاله کوتاه‌ترین مســـیر زمان‌برتر اســـت. بنابراین بســـیاری از راه‌حل‌های مســـاله با در نظرگیری محـدودیـت ظرفیت، به منظور جلوگیری از گیرکردن در مســـاله کمینه‌ســـازی هزینه جریان ارایه شـــده اســـت[Nie, Zhang, 2004].



شکل ۱. رابطه بین جریان و زمان سفر در یک کمان

روش های ارایه شـده برای حل مسـاله تخصیص ترافیک با محـدودیـت ظرفیـت کمـان بـه تفکیـک چگونگی اجتنـاب از مســـاله‌ی جریان چندکالایی با هزینه کمینه، به دو گروه تقســـیم شـده اسـت. دسته اول از تابع زمان سفر کمان مجانبی[8] استفاده می‌کنند و دســـته دوم مســـاله اصـــلی را به یک دنباله از مســـایل تخصـــیص ترافیک بدون ظرفیت با اســـتفاده از روش جریمه/ دوگـان تـبـدیـل مـی‌کننـد [Shahpar, Ashtiani and Babazadeh, 2008].در روش هـای نوع دوم، محـدودیـت ظرفیت کمان با استفاده از تابع های جریمه یا ضرایب لاگرانژین به تابع هدف تبدیل می‌شوند.

اولین بار داگنزو [Daganzo, 1997] محدودیت ظرفیت کمان را به‌طور صـریح با اسـتفاده از تابع زمان سـفر مجانبی در نظر گرفت. اگرچه این روش جواب امکان‌پذیر را ارایه می‌دهد، اما مشـکلاتی نیز به همراه دارد. بویس نشان داد، استفاده از تابع زمان سـفر مجانبی ممکن اسـت منجر به زمان سـفر بالا و غیر واقعی شـــود و ســـبب پیچیدگی محاســـبات در نزدیکی جریان ظرفیتی شود [Boyce, Janson, Eash, 1981].

هرن [Hearn, Ribera, 1980] اولین بار ازتابع جریمه با روش جریمه بیرونی[9] برای حل مســـاله تخصـــیص با در نظر گرفتن ظرفیت کمان اسـتفاده کرد. در این روش مساله اصلی با حل دنباله ای از مسـائل تخصیص ترافیک کلاسیک، بدون دیدن ظرفیـت کمـان، بـا اســـتفـاده از الگوریتم فرانـک– وولف حل می‌شـــود. اینوی [Inouye, 1987] روش مشـــابه تابع جریمه

داخلی[10] (IPF) را با استـــفاده از تابع جریمه مجانبی ارایه داد. زیر مسـاله های تخصیص ترافیک بدون ظرفیت در این مساله با اسـتفاده از الگوریتم فرانک–وولف حل می‌شـود و تعداد گام‌ها دارای حد بالا اســـت که امکان پذیر بودن راه حل را تضـــمین می‌کند.

روش دیگر از دســـته روش های نوع دوم روش ضـــرایب لاگرانژین افزایشـی[11](ALM) است. این روش جداگانه توسط هســـتنس [Hestenes, 1969] و پـاول [Powell, 1969] برای حل مسـاله برنامه‌ریزی غیرخطی معرفی شـد. الگوریتم از ویژگی هـای دو روش جریمه خارجی و روش اولیه–دوگان در حالی‌که معایب هر دو را کاهش می‌دهد، استفاده می‌کند

شـــهـپـر و هـمـکـاران [Shahpar, Ashtiani and Babazadeh, 2008] در سال ۲۰۰۸ یک روش تکراری برای حل مساله تخصیص ترافیک با محدودیت‌های جانبی به نام تابع جریمـه پویـا ارایـه کردند. آشـــتیانی و همکاران [Shahpar, Ashtiani and Babazadeh, 2008]

مدل برنامه‌ریزی دو سطحی برای قیمت‌گذاری محدوده ترافیکی با در نظر گرفتن محدودیت صـــریح ظرفیت کمان ارایه شـــده اسـت. در سـطح بالای مساله، بهترین عوارض از میان مجموعه عوارض امکان‌پذیر پیدا می‌شـود و سـطح پایینِ مسـاله، با حل مســـاله تخصـــیص ترافیک با محدودیت ظرفیت[12] (CTAP) جریان تعادل کاربر را برای هر وضـعیت مفروض از عوارض به دست می‌آورد.

۲–۳ الگوریتم شهپر و همکاران

فرمول بندی مساله تخصیص ترافیک با محدودیت ظرفیت کمان ها به شکل زیر است که در این روابط x_a جریان در کمان a اسـت، A مجموعه کمان‌های شـبکه و $\bar{A}$ زیرمجموعه‌ای از کمان های شبکه است که دارای محدودیت ظرفیت c_a هستند. d_{rs} تقاضای بین مبدا–مقصد rs، f_k^{rs} حجم جریان در مسیر k بین مبدا–مقصـد rs، k_{rs} مجموعه مسیرها از مبدا r به مقصد s و w مجموعه زوج‌های مبدا–مقصد است.

$$(۱–۱)\quad Minimize\ z(x) = \sum_{a\in A}\int_0^{x_a} t_a(\omega)d\omega$$

$$(۲–۱)\quad \sum_{k\in K_{rs}} f_k^{rs} = d_{rs} \qquad \forall r,\ s\in W$$

(۳–۱)

$$f_k^{rs} \geq 0 \qquad \forall k\in K_{rs}, rs\in W \qquad (۴–۱)$$

$$x_a = \sum_{r\in R}\sum_{s\in S}\sum_{k\in K_{rs}} \delta_{ak}^{rs}.f_k^{rs} \qquad \forall a\in A \quad (۵–۱)$$

$$x_a \leq c_a \qquad \forall a\in \bar{A}$$

z(.) تابع هدف مساـله اسـت. در این مدل محدودیت اول بیان می کند که مجموع جریان عبوری از مســیرهای مربوط به یک زوج مبدا–مقصـد باید با تقاضـای مربوط به آن زوج برابر باشـد. محدودیت دوم برای منطقی بودن جواب نهایی مســاله درج شـده اسـت. محدودیت سوم رابطه بین جریان در مسیر k بـیـن زوج مـبـدا–مـقـصــد rs و بـا فرض این‌کـه تـابع $t_a:[0,\infty)\rightarrow(0,\infty)$ محدب، پیوســته مشـــتق‌پذیر و یکنوا اسـت را نشـان می‌دهد. مساله [SCTAP]، بهینه‌سازی محدب است.

در روش شهپر محدودیت‌های جانبی از طریق اضافه نمودن تابع‌های جریمه به زمان سـفر کمان‌ها به صورت ضمنی در نظر گرفته می شـــوند. در هر تکرار این روش، مســـاله تخصـــیص ترافیک با محدودیت جانبی به یک مســـاله تخصـــیص تکمیلی بدون محدودیت‌های جانبی با تابع زمان سفر تعمیم یافته تبدیل و با اسـتفاده از روش خطی سازی حل می شود. هر چند در این روش تابع های جریمه دارای سـاختاری مشخص با ویژگی های خاص هسـتند، ولی این تابع ها بعد از هر تکرار به صورت پویا براساس نتایج تکرار قبل تغییر می کنند. همچنین به دلیل استفاده از مدل تکمیلی غیرخطی[13] (NCP) می توان از تابع های زمان سفر و محدودیت‌های جانبی غیرمتقارن استفاده نمود

$u_{r,s}$ و λ_a را به عنوان ضـرایب لاگرانژین محدودیت‌های (۱-۲) و (۵-۱) در نظر می گیریم و محـدودیـت ظرفیـت را به صـورت $x_a/c_a \le 1$ در نظر می گیریم. بنابراین شرایط کراش-کان-تاکر به صورت روابط زیر است.

$$\text{(۱-۲)} \quad (\sum_{a\in A}(t_a(x_a)+\sum_{a\in \bar{A}}\lambda_a \frac{\partial(x_a/c_a)}{\partial x_a})\ \delta_{a,k}^{r,s}-u_{r,s})\,f_k^{r,s}=0 \quad ....$$

$$\text{(۲-۲)} \quad \sum_{a\in A}(t_a(x_a)+\sum_{a\in \bar{A}}\lambda_a \frac{\partial(x_a/c_a)}{\partial x_a})\delta_{a,k}^{r,s}-u_{r,s}\ge 0$$

$$\text{(۳-۲)} \quad x_a=\sum_{r\in R}\sum_{s\in S}\sum_{k\in K_{r,s}} f_k^{r,s}\delta_{a,k}^{r,s} \qquad \forall a\in A$$

$$\text{(۴-۲)} \quad f_k^{r,s}\ge 0 \qquad \forall k\in k_{r,s},\ r,s\in W$$

$$\text{(۵-۲)} \quad (x_a/c_a-1)\lambda_a=0 \qquad \forall a\in \bar{A}$$

$$\text{(۶-۲)} \quad x_a/c_a-1\le 0 \qquad \forall a\in \bar{A}$$

$$\lambda_a\ge 0 \qquad \forall a\in \bar{A} \qquad \text{(۷-۲)}$$

زمان سـفر عمومی هر کمان به صـورت رابطه (۳) تعریف می‌شود.

$$c_k^{r,s}(x,\lambda)=\sum_{a\in A}(t_a(x_a)+\sum_{\forall a\in \bar{A}}\lambda_j\frac{1}{c_a})\delta_{a,k}^{r,s} \qquad \text{(۳)}$$

برای هر (f,u,x,λ) کـه در روابط ۲ صـــدق کنـد، $c_k(x,\lambda)$ برای هر متغیر $k\in K_{r,s}$ با $f_k>0$ برابر اســت با $u_{rs}=\min_{k\in k_{rs}}\{c_k^{rs}(x,\lambda)\}$. لارسون و پاتریکسون، $\lambda_a(\frac{1}{c_a})$ را تاخیر حاصل از صف تشکیل شده به دلیل محدودیت جانبی روی کمان a نامیدند. بنابراین زمان ســفر عمومی هر مســیر، مجموع زمان سـفر و تاخیر در کمان‌های تشـکیل دهنده مسـیر اســت. در هر تکرار الگوریتم، ضــریــب λ_a برای هر کمـان $a\in\bar{A}$ بـا تـابع جریمـه $p_a(.,\alpha_a):[0,\infty)\to[0,\infty)$ بـا $\alpha_a\in(0,\infty)$ تخمین زده می‌شــود. در این پژوهش با افزودن جریمه $\sum_{a\in\bar{A}}p_a(x,\alpha_a)(\frac{1}{c_a})$ به تابع زمان سـفر $t_a(x_a)$ مساله حـل می‌شـــود. فرض این اســـت کـه برای هر $\alpha_a>0$، $p_a(x,\alpha_a)$ دارای ویژگی‌های زیر است:

۱) پیوسته مشتق‌پذیر، یکنوا و غیر منفی است.

۲) برای $x_a/c_a=1$ تابع برابر α_a

۳) برای $x_a/c_a>1$ به اندازه کافی بزرگ است

۴) برای $x_a/c_a<1$ به اندازه کافی کوچک است

با جایگذاری $p_a(x,\alpha_a)$ با λ_a، مسـاله بازنویسی شده به صورت رابطه ٤ است.

RSCTAP

$$(\sum_{a\in A}(t_a(x_a)+\sum_{a\in\bar{A}}p_a(x,\alpha_a)\frac{1}{c_a})\delta_{a,k}^{r,s}-u_{r,s})\,f_k^{r,s}=0$$
$$\sum_{a\in A}(t_a(x_a)+\sum_{a\in\bar{A}}p_a(x,\alpha_a)\frac{1}{c_a})\delta_{a,k}^{r,s}-u_{r,s}\ge 0$$
$$f_k^{r,s}\ge 0 \qquad \forall k\in k_{rs},\ r,s\in W \quad \text{(٤)}$$
$$\sum_{k\in k_{r,s}} f_k^{r,s}=q_{r,s} \qquad r,s\in W$$
$$x_a=\sum_{r\in R}\sum_{s\in S}\sum_{k\in K_{r,s}} f_k^{r,s}\delta_{a,k}^{r,s} \qquad \forall a\in A$$

اگر (x,α) جواب مســالـه RSCTAP باشـــد، آن‌گاه $p_a(.,\alpha_a)\to 0$ برای $x_a/c_a<1$ و $p_a(.,\alpha_a)\to\infty$ برای $x_a/c_a>1$ آن‌گاه $(x,\lambda=p(x,\alpha))$ در شـرط (۳-۱) صدق می‌کند.

تابع پنالتی به شکل زیر انتخاب می‌شود:

$$p_a(x,\alpha_a)=\alpha_a\psi(g_a(x)) \qquad \text{(۵)}$$

کـه $\psi(.)$ برای هر $\rho\in(0,1)$ بـه صـــورت زیر تعریف می‌شود:

$$\psi(y):=\begin{cases}\dfrac{\rho}{2(1-y)} & y<1-\rho\\[2mm] \dfrac{y-1}{2\rho}+1 & y\ge 1-\rho\end{cases} \qquad \text{(٦)}$$

y مقدار تابع x_a/c_a و ρ عددی مثبت و کوچک است. $\psi(.):[-\infty,\infty)\to(0,\infty)$ مثبت، صعودی و پیوسته مشتق‌پذیر است. همچنین $\psi(1)=1$ و اگر $\rho\to 0$ ویژگی های ۳ و ٤ به مقادیر حدی خود میل می‌کنند.

روش حل ارایه شــــده در این پژوهش یک روش تکراری است که از ویژگی‌های تابع جریمه $p_a(x,\alpha_a)$ استفاده می کند و به دلیل این‌که تابع $p_a(x,\alpha_a)$ وابسته به مقادیر نامعلوم α_a

است، مدل بروزرسانی بردار α_a در هر تکرار n به صورت زیر حل می‌شود.

$$\alpha_a^n = p_a(x^n, \alpha_a^{n-1}) = \alpha_a^{n-1}\psi(x_a^n/c_a^n) \quad (۷)$$

x^n جواب موجود برای α^{n-1} اســت. $p_a(.)$ تابع جریمه پویا است که اگر $x_a/c_a > 1$ باشد، مقدار آن افزایش می یابد و اگر $x_a/c_a < 1$، مقـدارش کـاهش می یـابـد. بـا تکرار روش، ویژگی های ۳ و ٤ از تابع جریمه به مقادیر حدی خود می رسد و p_a به ضـریب لاگرانژین λ_a میل می‌کند. اگر شرایط (٦-٢) و (٧-٢) برآورده شــونـد، حل خاتمه می یابد. معیار توقف به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$x_a/c_a \le 1 \qquad \forall a \in \bar{A} \quad (۸)$$

$$(1-x_a/c_a)\alpha_a^n \le \alpha_a^0\rho \quad \forall a \in \bar{A}:\ x_a/c_a < 1-\rho \quad (۹)$$

α_a^0 مقادیر اولیه α_a اســت. رابطه (۸) تضـمین می‌کند که x^n جریان امکان‌پذیر است و رابطه (۹) که همان شرط تکمیلی است و تضمین می کند، اگر $\rho \to 0$، آن‌گاه x^n جواب مساله SCTAP است.

مســاله RSCTAP برای $\alpha > 0$ یک مســاله تخصــیص ترافیک TAP بدون محدودیت ظرفیت اسـت که زمان سفر آن به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\bar{t}_a(x) = t_a(x_a) + \sum_{a\in\bar{A}} p_a(x, \alpha_a)\frac{1}{c_a} \quad (۱۰)$$

مساله با جریان در کمان $x_a(f) := \sum_{r\in R}\sum_{s\in S}\sum_{k\in K_{rs}} f_k^{rs}\delta_{ak}^{rs}$ و زمان سفر عمومی برای مسیر k به صورت زیر:

$$c_k^{r,s}(f,\alpha) = \sum_{a\in A}\Big(t_a(x_a(f)) + \sum_{a\in\bar{A}} p_a(x(f),\alpha_a)\frac{1}{c_a}\Big)\ \delta_{a,k}^{r,s} \quad (۱۱)$$

تعریف می شــود. بنـابراین مســالـه تکمیلی غیر خطی به صورت زیر خواهد بود:

$\mathrm{NCP}(\alpha)$

$$(c_k^{rs}(f,\alpha)) - u_{rs})f_k^{rs} = 0 \qquad \forall k \in k_{rs},\ r,s \in W \quad (۱-۱۲)$$

$$c_k^{rs}(f,\alpha) - u_{rs} \ge 0 \qquad \forall k \in k_{rs},\ r,s \in W \quad (۲-۱۲)$$

$$\sum_{k\in k_{rs}} f_k^{rs} - q_{rs} \ge 0 \qquad \forall\ r,s \in W \quad (۳-۱۲)$$

$$(\sum_{k\in k_{rs}} f_k^{rs} - q_{rs})u_{rs} = 0 \quad \forall\ r,s \in W \quad (٤-۱۲)$$

$$u_{rs} \ge 0 \qquad \forall\ r,s \in W \quad (۵-۱۲)$$

$$f_k^{r,s} \ge 0 \qquad \forall k \in k_{r,s},\ r,s \in W \quad (٦-۱۲)$$

$c_k^{rs}(.,\alpha)$ برای هر $\alpha > 0$ پیوسته مشتق پذیر، اکیدا یکنوا و مثبت اســـت و مدل تکمیلی $\mathrm{NCP}(\alpha)$ جواب یکتای (x,u) دارد.

آشــتیـانی [Aashtiani,1979]، آشــتیـانی و مگننتی [Aashtiani and Magnanti, 1983] الگوریتم تکرار شونده که الگوریتم خطی‌ســازی می‌نامند را برای حل این مســاله ارایه دادند. در هر تکرار روش خطی سـازی آشـتیانی، مساله تکمیلی غیر خطی با جفت‌های مبدا-مقصــد به زیرمســاله‌های تکمیلی غیر خطی بخش می‌شــود که به جز $f^{rs} = (f_k)_{k\in k_{rs}}$ ، ســایر اجزای f ثـابـت می مـانـد. بـه دلیـل این‌که تعداد مســیرها در زیرمساله‌های تکمیلی غیر خطی زیاد است، الگوریتم تکمیلی را نمی توان برای حـل آن بـه کار برد. بنابراین از روش های تولید مسـیر اسـتفاده می شـود که در هر تکرار به جای بررسی مساله برای همه مسیرها، مسیرهای با جریان مثبت که آشتیانی آن ها را مســیرهای کاری[۱٤] K_{rs}^w می‌نامد، بررســی می‌شــوند. مجموعه مســیرهای کاری درآغاز برابر تهی قرار داده می شــود و با هر تکرار به روز رسـانی می‌شود. به این منظور، کوتاه‌ترین مسیر از r به s با توجه به $\bar{t}_a(x(f))$ تولید می‌شــود و اگر در شــرط زیر صدق نکند به مجموعه مسیرهای k_{rs}^w اضافه می‌شود.

$$\frac{\min_{k\in k_{rs}^w} c_k^{rs}(f,\alpha) - u_{rs}}{u_{rs}} \le \varepsilon \quad (۱۳)$$

u_{rs} زمان سـفر عمومی مسـیر تولید شـده است و $\varepsilon \ge 0$ پارامتری کوچک اسـت. به دلیل این‌که حتی در حالتی که تعداد مســیرهای کاری کم اسـت، حل مســاله $NCP_{rs}(\alpha)$ با روش تکمیلی، کارآمد نیســت، آشـتیانی فرایند تکراری خطی‌سازی را

برای غلبه بر این مشـــکل معرفی می کند. در هر تکرار با اعمال این فرایند خطی‌ســـازی، برای جریان $\bar{f}$ مدل خطی می‌شـــود. بنابرین خواهیم داشت:

(۱٤)

$$(c_k^{rs}(\bar{f},\alpha)+\sum_{k'\in k_{rs}^w}[(f_{k'}-\bar{f}_{k'})\frac{\partial c_k^{rs}(\bar{f},\alpha)}{\partial f_{k'}}]-u_{rs})f_k^{rs}=0 \quad \forall k\in k_{rs}^w$$

$$c_k^{rs}(\bar{f},\alpha)+\sum_{k'\in k_{rs}^w}[(f_{k'}-\bar{f}_{k'})\frac{\partial c_k^{rs}(\bar{f},\alpha)}{\partial f_{k'}}]-u_{rs}\geq 0 \quad \forall k\in k_{rs}^w \qquad (۱۵)$$

برای مســـیرهـای کـاری در k_{rs}^w، (۱۲–۱) و (۲–۱۲) را به شـکل خطی نوشته شده است. برای هر جفت مبدا–مقصد rs و α، مدل خطی حاصـل، مساله تکمیلی خطی با متغیرهای u_{rs} و f^{rs} اســـت. $\frac{\partial c_k^{rs}}{\partial f_{k'}}$ را برای هر $k,\ k'\in k_{rs}^w$ به شـــکل زیر تعریف می‌شود:

$$\frac{\partial c_k^{rs}(f,\alpha)}{\partial f_{k'}}=\sum_{a\in A}\frac{(x_a(f))}{\partial f_{k'}}\delta_{ak}^{rs}+\sum_{a\in\bar{A}}\frac{\partial p_a(x(f),\alpha_a)\frac{1}{c_a}}{\partial f_{k'}}\delta_{ak}^{rs}$$
$$=\sum_{a\in A}\sum_{a'\in A}\frac{\partial t_a(x_a)}{\partial x_{a'}}.\delta_{a'k'}^{rs}.\delta_{ak}^{rs}+\sum_{a\in\bar{A}}\sum_{a'\in A}\frac{\partial p_a(x,\alpha_a)\frac{1}{c_a}}{\partial x_{a'}}.\delta_{ak'}^{rs}.\delta_{ak}^{rs} \qquad (۱٦)$$

خطی سـازی و حل مسـاله خطی شده برای زوج (r,s) تا رسیدن به شرط زیر تکرار می‌شود:

$$\frac{\max_{k\in k_{rs}^w:\bar{f}_k>0}c_k^{rs}(f,\alpha)-u_{rs}}{\max_{k\in k_{rs}^w:\bar{f}_k>0}c_k^{rs}(f,\alpha)}<\varepsilon \qquad (۱۷)$$

الگوریتم زمانی تمام می‌شود که علاوه بر شرایط (۸) و (۹)، متوسط خطای کنونی کمتر از ε باشد. یعنی:

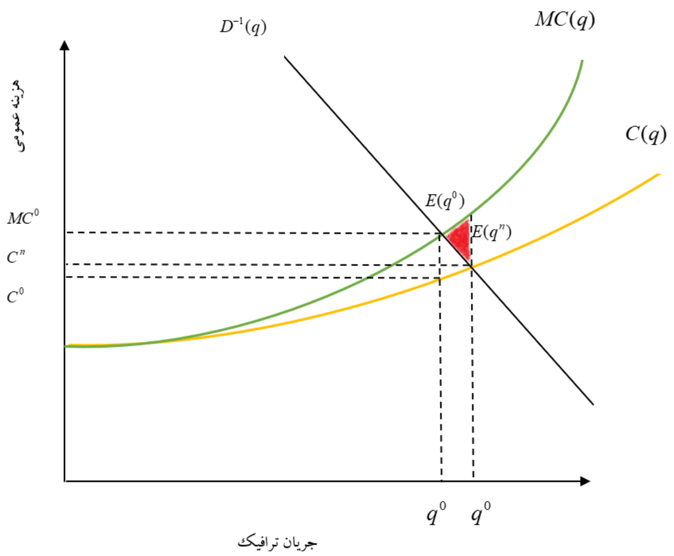
$$\frac{\sum_{r,s\in W}q^{rs}\varepsilon^{rs}}{\sum_{r,s\in W}q^{rs}}\leq\varepsilon \qquad (۱۸)$$

که در آن ε برای هر زوج مبدا–مقصـــد به صـــورت زیر تعریف می‌شود:

$$\varepsilon^{rs}=\frac{\left|\max_{k\in k_{rs}^w:\bar{f}_k>0}c_k^{rs}(f,\alpha)-u_{rs}\right|}{u_{rs}} \qquad (۱۹)$$

۳. مساله قیمت‌گذاری

منطق مســاله قیمت‌گذاری از رفتار افراد در انتخاب کارای کالا، بـا در نظر گرفتن هزینـه و منفعـت اجتمـاعی گزینـه هـای پیش‌رویشــان برمی‌خیزد. برای بیان مســاله قیمت‌گذاری، نمونه ســاده از یک مبدا– مقصــد و مســیر میان آن‌ها در شــکل (۲) [Walters, 1961] در نظر گرفته می‌شــود. در این ســیســتم فرض می شـود که جریان ترافیک، سـرعت و چگالی مستقل از زمـان اســت. محور افقی، جریـان یـا حجم ترافیک را نمایش می دهد (جریان ترافیک، نرخی اسـت که در آن سفرها شروع و پایان می یابد). محور عمودی قیمت یا هزینه عمومی[۱۵] ســفر را نشــان می‌دهد. هزینه عمومی ســفر شــامل هزینه‌های عملیاتی خودرو، هزینه معادل زمان ســفر و هر گونه عوارض اســت. منحنی هزینه سفر $C(q)$، در جریان های پایین شیب ثابت دارد و کاربر می تواند در ســـرعت جریان آزاد C^{ff} حرکت کند. با افزایش جریان، ســرعت کاهش می یابد و $C(q)$ شــیب مثبت پیدا می‌کند. تقاضای سفر (تعداد سفر تقاضا شده در واحد زمان (هزینه)) را با منحنی $D^{-1}(q)$ نمایش داده می‌شــود. از آنجایی که کاربران سـیسـتم عاقلانه تصـمیم می‌گیرند، تقاضـای سفر با افزایش قیمت آن (زمان ســفر) کاهش می یابد، بنابراین منحنی تقاضـا $D^{-1}(q)$ دارای شیب منفی است. نقطه تلاقی دو منحنی عرضه $C(q)$ و تقاضا $D^{-1}(q)$ را نقطه تعادلی $E(q^n)$ نامیده



شکل ۲. قیمت‌گذاری بهینه بر اساس هزینه حاشیه‌ای

می شود. تعداد سفرهای تقاضا شده در این نقطه q^n و قیمت تعادلی C^n است. از آنجایی که به احتمال زیاد مزایای خارجی[16] استفاده از مسیرها قابل توجه نیست (مزایا یا به طور خالص درونی هستند و یا مالی هستند)، بنابراین $D^{-1}(q)$ هر دو منفعت حاشیه‌ای و شخصی را نشان می‌دهد. بنابراین منفعت اجتماعی کل، سطح زیر منحنی $D^{-1}(q)$ است. $C(q)$ هزینه سفر را اندازه گیری می کند و اگر هزینه های دیگر سفر، مثل آلودگی هوا و تصادفات در نظر گرفته نشود، $C(q)$ هزینه متوسط اجتماعی را اندازه گیری می کند. هزینه کل $C(q)$ میانگین هزینه اجتماعی سفر را اندازه گیری می کند. بنابراین هزینه کل برای q تعداد سفر برابر است با:

$$TC(q)=C(q).q \qquad (۲۰)$$

و هزینه نهایی (حاشیه‌ای) هر سفر برابر است با:

$$MC(q)=\frac{\partial TC(q)}{\partial q}= c(q)+q.\partial C(q)/\partial q \qquad (۲۱)$$

نقطه بهینه سیستم $E(q^0)$ (بهینه اجتماعی) تلاقی $MC(q)$ و $D^{-1}(q)$ است که میل نهایی پرداخت هزینه MC^0 است و تعداد سفرهای تولید شده برابر با q^0 است.

این تعداد سفر کمتر از میزان سفرهای تولید شده در حالت بدون اعمال عوارض $E(q^n)$ است. تعادل جدید نقطه‌ای در نظر گرفته می شود که، هر کاربر مجبور به پرداخت هزینه کل MC^0 است. بنابراین عوارض برابر است با تفاوت هزینه کل در دوحالت تعادل $E(q^0)$ و $E(q^n)$:

$$\tau^0 = MC(q^0)-C(q^0)= q^0.\partial C(q)/\partial q \qquad (۲۲)$$

$q^0.\partial C(q)/\partial q$ هزینه نهایی شلوغی است که هر کاربر بر دیگر کاربران وارد می کند. این عوارض را، مالیات پیگویی[17] می‌نامند. مسافران هزینه شلوغی را که فاعل آن بوده‌اند، تنها با زمان سفری که شخصا از دست می دهند نمی پردازند، چرا که لازم است عوارض در بهینه اجتماعی صدق کنند و هرکاربر هزینه مازادی که بر سایر کاربران وارد می کند را نیز بپردازد. قیمت‌گذاری به معنی حذف کامل شلوغی نیست. همان‌طور که در شکل مشخص است. خالص هزینه عمومی از عوارض، است. کارایی قیمت‌گذاری در افزایش رفاه c^{ff} بیش از c^0 اجتماعی است. مازاد رفاه اجتماعی برابر با تفاضل کاهش در است (ناحیه q^0 هزینه کل و کاهش در سود اجتماعی در را از اعمال $q^0\tau^0$ هاشور خورده در شکل (۱)). دولت درآمد

عوارض به کاربران بدست می‌آورد و وضعیت کاربران در این شرایط بدتر می‌شود. کاربرانی که همچنان از مسیر استفاده بیش‌تری متحمل $MC(q^0)-C(q^0)$ می‌کنند، هزینه سفر کاربر دیگری که از مسیر استفاده q^n-q^0 می‌شوند و تعداد q^n تا) نمی‌کنند با اندازه ۰ (در حالت بدون عوارض در MC^0-C^n (در q^0) مازاد اجتماعی از دست می‌دهند.

۳-۱ مدل قیمت‌گذاری محدوده

مساله قیمت‌گذاری کمربند ترافیکی را به‌صورت یک مساله بهینه‌سازی دو-سطحی فرمول‌بندی می کنند. درسطح بالا، مساله یافتن بهترین عوارض از میان مجموعه عوارض امکان‌پذیر جهت مینیمم سازی هزینه کل شبکه است و سطح پایین مساله تخصیص ترافیک با محدودیت ظرفیت است که جریان تعادل کاربر را برای هر وضعیت فرض شده از عوارض، نتیجه میدهد. مساله قیمت‌گذاری ایستا را می‌توان در حالت کلی به صورت مدل بهینه‌سازی (۲٤) در نظر گرفت.[Knight, 1924]

هر جواب مساله قیمت‌گذاری p باید در محدودیت تعادلی $NC\ (\alpha,\beta)$ صدق کند (محدودیت دوم مساله p) از این رو $\hat{T}_k^{rs}(f_k)$ تابع زمان سفر است که معادل زمانی مقدار عوارض ($\sum_{a\in \bar{A}}\beta_a\delta_{ak}^{rs}$) برای کمان‌های داخل محدوده قیمت گذاری، به‌صورت یک ترم ثابت با تابع زمان سفر کمان‌های مشمول عوارض جمع می‌گردد و تابع جریمه دینامیکی برای تبدیل مساله تخصیص ترافیک با محدودیت ظرفیت به زیر مسایل بدون ظرفیت استفاده می‌شود. بنابراین زمان سفر عمومی هر مسیر، مجموع زمان سفر و تاخیر در کمان‌های تشکیل دهنده مسیر است. در این پژوهش با افزودن جریمه $\sum_{a\in \bar{A}} p_a(x,\alpha_a)(\frac{1}{c_a})$، به تابع زمان سفر $t_a(x_a)$، مساله حل می‌شود.

P:

$$\begin{cases} \underset{\beta}{Min}\sum_{a\in A} t_a(x_a).x_a \\ s.t. \\ 0\le \beta\le \beta_{\max} \\ x=NC(\alpha,\beta) \end{cases} \tag{۲۳}$$

$[NC\ (\alpha,\beta)]$:

$$\begin{array}{ll} (\hat{T}_k^{rs}(f_k)-u_{rs})\,f_k^{rs}=0 & \forall k\in k_{rs}\ ,\ r,s\in W \\ \hat{T}_k^{rs}(f_k)-u_{rs} & \forall k\in k_{rs}\ ,\ r,s\in W \\ f_k^{rs}\ge 0 & \forall k\in k_{rs},\ r,s\in W \\ (\sum_{k\in k_{rs}} f_k^{rs}-q_{rs})\,u_{rs}=0 & \forall\ r,s\in W \\ \sum_{k\in k_{rs}} f_k^{rs}-q_{rs}\ge 0 & \forall\ r,s\in W \\ u_{rs}\ge 0 & \forall\ r,s\in W \\ \hat{T}_k^{rs}(f_k)=\sum_{a\in A} t_a(x_a)\ \delta_{ak}^{rs}+\sum_{a\in \bar{A}}\beta_a\delta_{ak}^{rs} & \\ +\sum_{a\in \bar{A}} p_a(x,\alpha_a).\ {}^{1}\!/_{c_a}\ .\delta_{ak}^{rs} & \forall k\in K_{rs}, rs\in W \\ x_a=\sum_{k\in k_{rs}} f_k^{rs}\delta_{ak}^{rs} & \forall k\in K_{rs}, rs\in W \end{array} \tag{۲٤}$$

با حل مساله قیمت‌گذاری P با تابع هدف کمینه‌سازی هزینه کل شبکه، مقدار بهینه عوارض به دست می‌آید.

٤. روش انجام پژوهش

٤-۱ الگوریتم PSO استاندارد

الگوریتم PSO ازجمله الگوریتم‌های فرا-ابتکاری است که برای حل مسائل بهینه‌سازی غیر محدب استفاده می‌شود.

فرض می‌کنیم که D یک عدد صحیح مثبت باشد که معرف بُعد فضای مساله باشد. مکان ذره i (که معادل جواب i است) با بردار $p_i=(p_{ij})_{j=1,..,D}$ نشان داده می‌شود که در آن p_{ij} معرف مکان ذره i در راستای j است. همچنین سرعت تغییر مکان ذره با $v_i=(v_{ij})_{j=1,..,D}$ نمایش داده می‌شود که v_{ij} برابر سرعت ذره i در راستای j است. بهترین مکان هر ذره بر مبنای تابع ارزیابی[۱۸] $f(p)$ (که معادل تابع هدف مساله است) با $p_i^*=(p_{ij}^*)_{j=1,..,D}$ و همچنین بهترین مکان کل جمعیت با $p_g^*=(p_{gj}^*)_{j=1,..,D}$ نشان داده می‌شود. سرعت در تکرار $t+1$

در راستای j هر ذره بر مبنای رابطه زیر محاسبه می‌شود [Yang, Simon, 2005]:

$$v_{ij}(t+1)=\omega v_{ij}(t)+ c_1r_1(p^*_{ij}(t)-p_{ij}(t))+c_2r_2(p^*_{gj}(t)-p_{ij}(t)) \tag{۲۵}$$

که در آن c_1 و c_2 ضرایب شتاب، r_1 و r_2 اعداد تصادفی در بازه [۱ و ۰] و ω وزن اینرسی است. پس‌ازآنکه سرعت هر ذره در تکرار بعدی مشخص شد، مکان آن ذره در تکرار بعدی به‌صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$p_{ij}(t+1)=p_{ij}(t)+v_{ij}(t+1) \tag{۲۶}$$

هر ذره، جواب p_i را در فضای حالت مساله جستجو می‌کند که به $[0,\ p_{\max}]$ محدود شده است. همچنین سرعت هر ذره در بازه $[-v_{\max},\ v_{\max}]$ که در آن $0\le v_{\max}\le p_{\max}$ محدود می‌شود.

۴-۱-۱ گام‌های الگوریتم پیشنهادی

گام ۱: کمان‌های محدوده ترافیکی ($\tilde{A}$)، تعداد ذرات (n)، مقدار دقت (ε) و ماکزیمم تعداد تکرار (N) را دریافت کنید.

گام ۲: جواب‌های اولیه p_i شامل عوارض تصادفی برای کمان‌های ورودی به محدوده را به تعداد ذرات در بازه $[0,\ \beta\max]$ و سرعت اولیه v_i برای آن کمان‌ها را در بازه $[-v_{\max},\ v_{\max}]$ تولید کنید. قرار بدهید $t=1$.

گام ۳: برای $i=1,\ldots,n$ مراحل زیر را انجام دهید:

گام ۳-۱: تخصیص ترافیک را برای جواب p_i انجام بدهید، و جریان x را برای آن جواب ذخیره کنید.

گام ۳-۲: بر اساس جریان‌های به‌دست‌آمده تابع ارزیابی $f\ (p)$ را برابر $\sum_{a\in A}x_a.t_a(x_a)$ قرار بدهید.

گام ۳-۳: بهترین جواب به دست‌آمده تاکنون برای ذره i را در p^*_i قرار بدهید

گام ۴: بهترین جواب کل جمعیت را در p^*_g ذخیره کنید. مقادیر سرعت v_i و مکان p_i هر ذره i در تکرار $t+1$ را با استفاده از رابطه‌های (۲۵) و (۲۶) به‌روزرسانی کنید.

گام ۵: اگر $t\le 5$ باشد، یا اگر $p^*_g(t)-p^*_g(t\text{-}5)\ >\varepsilon$ و $t\le N$ باشد، قرار دهید $t=t+1$ و به گام ۳ برگردد. در غیر این صورت مقدار p^*_g را به‌عنوان جواب نهایی گزارش بدهید.

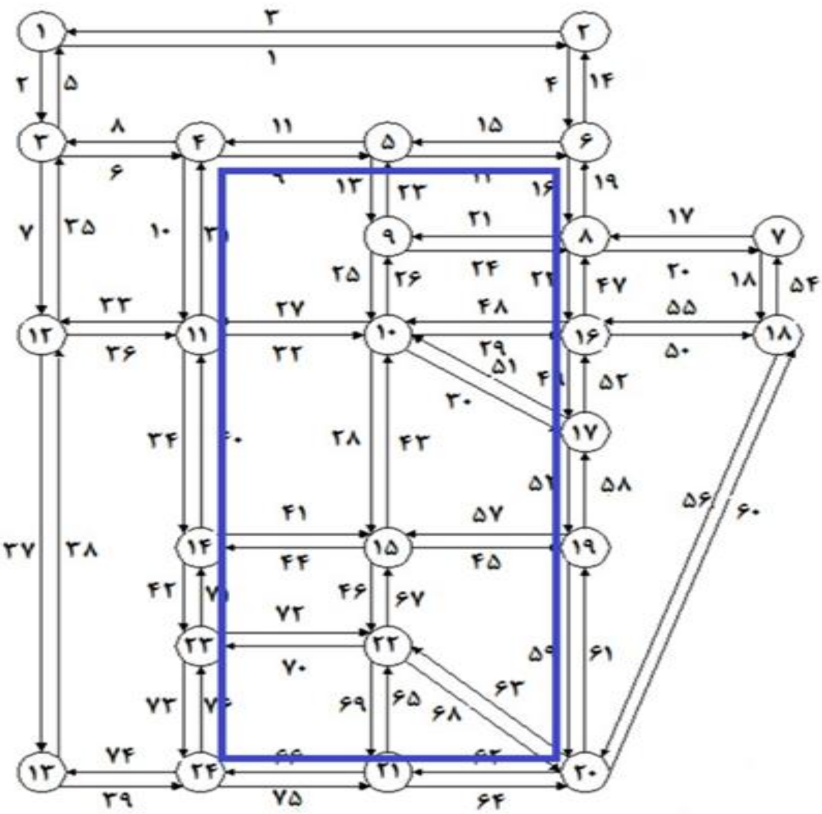
■

۵. نتایج برای شبکه سوفالز

شبکه سوفالز از یک شهر واقعی به همین نام واقع در ایالت داکوتای جنوبی در ایالات متحده است که اولین بار در مطالعات حمل‌ونقل توسط لبلانک [Leblance, Marlok, Pierskalla, 1975] ارائه شد و متشکل از ۲۴ گره، ۷۶ کمان، ۵۲۸ زوج مبدا-مقصد است. مرز محدوده ترافیکی این شبکه (شکل ۳) با خط چین نشان داده شده است. کمان های ۱۳، ۲۱، ۳۲،۴۱، ۴۸، ۵۱، ۵۷، ۶۳، ۷۲، ۶۵ که مرز محدوده را قطع و وارد محدوده می‌شوند و کمانهای عوارض‌پذیر هستند. الگوریتم تخصیص ترافیک با محدودیت ظرفیت کمان توسط جوانی [Javani, 1395] در C++ کدنویسی و در محیط Microsoft visual studio 2013 با دقت ۶ رقم اعشار اجرا می‌شود. همچنین الگوریتم PSO پیشنهادی در محیط نرم افزار MATLAB کدنویسی می‌شود. عوارض اولیه کمان‌ها به عنوان جواب های اولیه به برنامه تخصیص داده می شوند، و نتیجه تخصیص که همان جریان در کمان‌ها است وارد برنامه MATLAB می شود و به این ترتیب گام های الگوریتم پیشنهادی تا رسیدن به جواب نهایی تکرار می‌شوند. جدول ۱ مقدار عوارض به دست آمده از اجرای الگوریتم پیشنهادی برای شبکه سوفالز را برای دو حالت بدون و با در نظرگیری محدودیت ظرفیت کمان را در کنار زمان سفر آزاد کمان‌ها نشان می‌دهد. همان‌طور که مشهود است، در حالت بدون محدودیت ظرفیت ۸ کمان از ۱۰کمان ورودی به محدوده دارای عوارض

مثبت هستند، در حالی که در حالت با محدودیت ظرفیت تنها ٦ کمان عوارض می‌پذیرند.

حد بالای عوارض، ۱/۵ واحد است.کمان ۱۳ و ۵۱ در حل بدون در نظر گیری ظرفیت، عوارض صفر دارند، در حالی‌که در حال با در نظرگیری ظرفیت، این مقدار به ۱/۵ واحد می رسد. اما در رابطه با کمان ۳۲، ٤۱ و ٤۸ که در حالت اول عوارضی نزدیک به حد بالای عوارض دارند، با اعمال محدودیت ظرفیت مقدار عوارض به صفر می رسد. کمان‌های ۵۷، ٦۳ و ٦۵ نیز عوارض از ۱/۵۰۰ واحد به ۱ واحد در حل با در نظر گرفتن عوارض می‌رسد. میزان عوارض برای کمان شماره ۷۲ نیز از حد بالای عوارض به ۰/۸۱۷۸ کاهش می یابد. در حالت کلی، جمع عوارض وارد بر ۱۰ کمان محدوده ترافیکی مشخص شد در محدوده، از ۱۰/۵ واحد به ٦/۸۱۸ واحد کاهش می یابد. این نتایج نشان می‌دهد که در نظرگیری محدودیت ظرفیت کمان به شدت بر نتایج حل مساله قیمت‌گذاری موثر است. علاوه بر این به کاربران کمان های که به ظرفیت رسیده اند، علاوه بر عوارض بهنیه، جریمه نیز تعلق می گیرد. هزینه کلی که در حالت قیمت گذاری با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت ارایه می شود، شامل جریمه نیز است. در جدول ۲ معیارهای حاصل از حل مساله در دو حالت با و بدون قیمت‌گذاری ارایه شده‌اند. این معیارها شامل هزینه کل شبکه (در شرایط با و بدون محدودیت ظرفیت)، میزان بهبود هزینه کل نسبت به حالت بدون قیمت‌گذاری (در شرایط با و بدون محدودیت ظرفیت)، مجموع عوارض دریافت شده (در شرایط با و بدون محدودیت ظرفیت)، و میزان تغییرات عوارض دریافتی در حالت با محدودیت ظرفیت نسبت به حالت بدون آن هستند. این نتایج در ۳۰ تکرار الگوریتم و با جمعیتی برابر ۳۰ ذره به دست آمده‌اند. به طور کلی هزینه کل شبکه با در نظر گیری محدودیت ظرفیت کمان، افزایش می‌یابد. اما با اعمال عوارض بر شبکه،



شکل ۳. شبکه سوفالز و محدوده قیمت‌گذاری مورد نظر پژوهش جاری

هزینه کل شبکه کاهش می‌یابد. طبق این جدول، هزینه کل شبکه در حالت بدون محدودیت ظرفیت تنها ۰/۳۸ درصد و در حالت با محدودیت ظرفیت ۱/۱۳ درصد بهبود (کاهش) یافته است. مجموع عوارضی که بر کمان‌های شبکه اعمال می‌شود (حاصل ضرب جریان در کمان‌های محدوده و عوارض آن‌ها است)، در بهینه‌سازی با در نظر گیری ظرفیت بیش از ۵۳ درصد کاهش می‌یابد.

. شکل‌های ٤ و ٦ میزان هزینه کل شبکه در ۳۰ تکرار را نشان می‌دهند. در شکل ۵ روند تغییر درآمد کل شبکه در قیمت گذاری با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت مشاهده می‌شود. مجموع عوارض در ۱۰ تکرار اول با شیب کم افزایش دارد، با نزدیک شدن به تکرارهای آخر میزان تغییرات افزایش می‌یابد. در رابطه با حل مساله بدون در نظر گرفتن ظرفیت، در شکل ۷، روند تغییرات در تکرارها بیش‌تر است. این تغییرات صرفا در رقم چهارم اعشار روی می‌دهد و الگوی کلی یا جهت کلی تغییرات داده ها در شکل‌های ٤،٥،٦ و ۷ با خط چین نشان داده شده است.

جدول ۱. مقدار عوارض بدست آمده برای شبکه سوفالز با و بدون ظرفیت

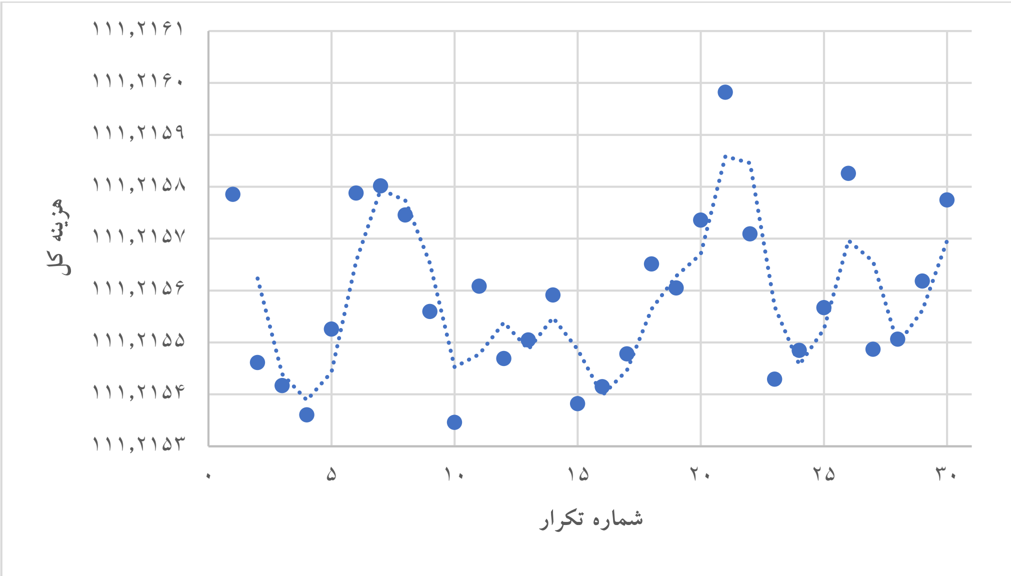
شماره کمان	گره ابتدا	گره انتها	زمان سفر آزاد	عوارض بدون محدودیت ظرفیت	عوارض با محدودیت ظرفیت	تغییرات عوارض٪
۱۳	۵	۹	۵	۰/۰۰	۱/۵۰۰	*
۲۱	۸	۹	۱۰	۰/۰۰	۰/۰۰۰	۰

۳۲	۱۱	۱۰	۵	۱/۵۰۰	۰/۰۰۰	-۱۰۰/۰
٤۱	۱٤	۱۵	۵	۱/۵۰	۰/۰۰۰	-۱۰۰/۰
٤۸	۱٦	۱۰	٤	۱/۵۰	۰/۰۰۰	-۱۰۰/۰
۵۱	۱۷	۱۰	۸	۰/۰۰	۱/۵۰۰	*
۵۷	۱۹	۱۵	۳	۱/۵۰۰	۱	-۳۳/۳۳
٦۳	۲۰	۲۲	۵	۱/۵۰۰	۱	-۳۳/۳۳
٦۵	۲۱	۲۲	۲	۱/۵۰۰	۱	-۳۳/۳۳
۷۲	۲۳	۲۲	٤	۱/۵۰۰	۰/۸۱۸	-٤۵/٤۷
مجموع				۱۰/۵	٦/۸۱۸	-۳۵/۰٦

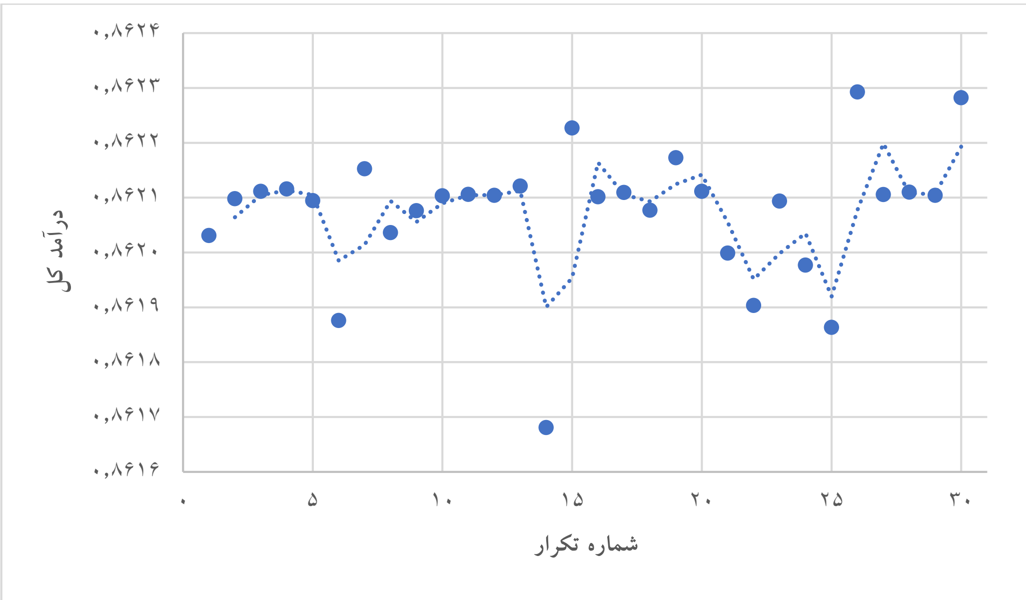
* درصد تغییر بی‌نهایت است. منظور از بی‌نهایت، تغییر از میزان صفر عوارض به میزان ۰/۹۹۹۹ واحد آن است.

جدول ۲.مقایسه هزینه کل شبکه در قیمت‌گذاری با و بدون محدودیت ظرفیت

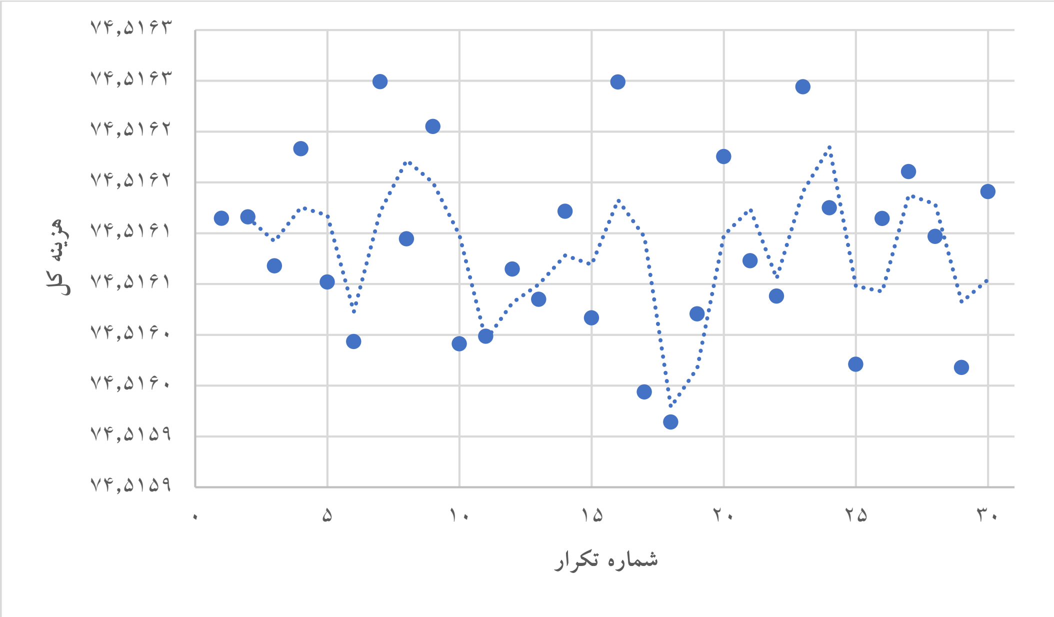
معیار	شرایط	بدون قیمت گذاری	با قیمت گذاری
هزینه کل شبکه	با درنظرگیری ظرفیت	۱۱۲/٤۹٤۰	۱۱۱/۲۱۵۳
	بدون درنظرگیری ظرفیت	۷٤/۸۰۱۰	۷٤/۵۱۵۹
میزان بهبود هزینه کل شبکه	با درنظرگیری ظرفیت	۰/۰۰۰۰	۱/۱۳٪
	بدون درنظرگیری ظرفیت	۰/۰۰۰۰	۰/۳۸٪
مجموع عوارض دریافت شده	با درنظرگیری ظرفیت	-	۰/۸٦
	بدون درنظرگیری ظرفیت	-	۱/۸٦
میزان مجموع عوارض دریافت شده		-	-۵۳/۷٦٪



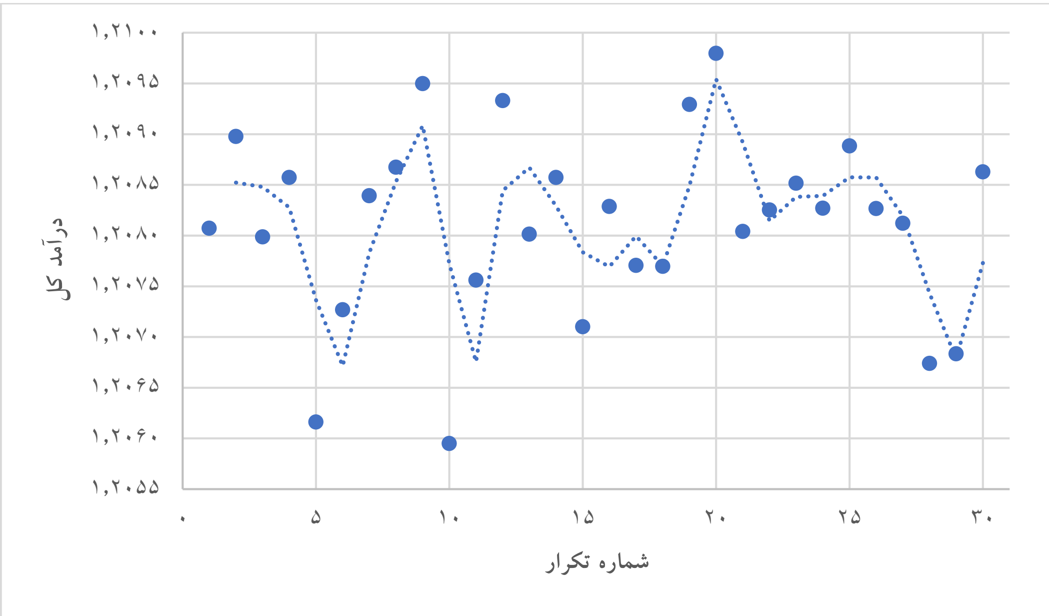
شکل ٤. روند تغییرات هزینه‌ی کل شبکه در تکرارهای الگوریتم پیشنهادی برای شبکه سوفالز (با ظرفیت)



شکل ۵. روند تغییرات درآمد کل شبکه در تکرارهای الگوریتم پیشنهادی برای شبکه سوفالز (با ظرفیت)



شکل ٦. روند تغییرات هزینه کل شبکه در تکرارهای الگوریتم پیشنهادی برای شبکه سوفالز (بدون ظرفیت)



شکل ۷. روند تغییرات درآمد کل شبکه در تکرارهای الگوریتم پیشنهادی برای شبکه سوفالز (بدون ظرفیت)

است. برای حل مساله تخصیص ترافیک از یک الگوریتم تکمیلی پیاده شده در محیط C++ استفاده شد و برای حل مساله‌ی سطح بالا از الگوریتمی مبتنی بر روش بهینه‌سازی PSO در محیط MATLAB کد نویسی، و دو برنامه بهم متصل شدند. نتایج حاصل از اجرای الگوریتم بر شبکه سوفالز نشان داد که در حالت حل مساله با محدودیت ظرفیت کمان، تعداد کمان‌های با عوارض، از ۸ کمان در حالت ندیدن محدودیت ظرفیت به ٦ کمان با دیدن ظرفیت کاهش می یابد. همچنین مجموع عوارض دریافتی نیز از ۱۰/۵ واحد به ٦/۸۱۸ واحد کاهش می یابد. هزینه کل شبکه نیز در این حالت در مقایسه با عدم قیمت‌گذاری، ۱/۱۳٪ کاهش می‌یابد در حالی‌که با حل مساله بدون در نظر گیری محدودیت ظرفیت، ۰/۳۸ درصد کاهش می یابد. بنابراین این گونه به نظر می رسد که کاربران، با در نظر گرفتن ظرفیت معابر، عوارض واقعی استفاده را می‌پردازند.

پیشنهاد می‌شود در پژوهش‌های آینده مساله را با تقاضای متغیر حل شود و همچنین سطوح ظرفیت را در مساله تغییر داد و نتایج را مقایسه کرد.

٦. نتیجه‌گیری

بدلیل افزایش تعداد سفرهای داخل شهری و همچنین افزایش مالکیت وسیله نقلیه شخصی، کلان شهرهای جهان با معضل شلوغی ترافیکی روبرو هستند. که علاوه بر هزینه زمان از دست رفته، باعث هدر رفتن سوخت، اثرات سو بر محیط زیست و نارضایتی از سیستم می‌شود. قیمت‌گذری شلوغی به عنوان یکی از ابزارهای کارآمد مدیریت سیستم برای کاهش شلوغی ترافیکی شناخته شده است. که از جمله روشهای اعمال آن قیمت گذاری اولین بهترین، دومین بهترین، محدوده ترافیکی و امکانات ترافیکی شهری است. قیمت‌گذاری محدوده ترافیکی با در نظر گرفتن یک یا چند محدوده مشخص ترافیکی، عوارضی را برای ورود یا زمان حضور در محدوده از کاربران اخذ می‌کند که فارغ از ظرفیت آن‌ها است.

کمان‌های شبکه دارای ظرفیتی هستند که تابعی از ویژگی‌های فیزیکی آن‌هاست و عامل بسیار مهمی در تعیین سطح سرویس است. زمانی که تقاضا در یک کمان از ظرفیت آن بیش‌تر می‌شود، در کمان‌های بالادستی آن صف ایجاد می‌شود. یک روش طبیعی جلوگیری از این رویداد ، قرار دادن محدودیت ظرفیت بر جریان‌های کمان‌ها است. به دلیل این‌که اضافه کردن محدودیت ظرفیت کمان، ساختار ضرب دکارتی مجموعه جواب‌های امکان‌پذیر مساله تخصیص ترافیک استاندارد را از بین می‌برد و مدل پیچیده‌تری را نتیجه می‌دهد، در مطالعات مربوطه کمتر مورد توجه قرار گرفته است.

بنابراین حل مساله قیمت‌گذاری بدون در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت، عوارضی را نتیجه می‌دهد که غیر واقعی است.

در این مطالعه یک مدل قیمت گذاری محدوده ترافیکی با درنظرگیری محدودیت ظرفیت کمان ارایه شد که سطح بالای آن شامل مساله‌ی تعیین عوارض بهینه و سطح پایین آن شامل یک مساله تخصیص ترافیک تعادلی با محدودیت ظرفیت کمان

۷. پی نوشت‌ها

۱. Gross Domestic Product
۲. Bi-level Programing
۳. particle Swarm Optimization
٤. Dynamic Penalty Function
٥. Nash Equilibrium
٦. Shortest Path
۷. Multicommodity
۸. Asymptotical
۹. Exterior point
۱۰. Inner Penalty Function
۱۱. Augmented Lagrangian Multiplier
۱۲. Capacitated Traffic Assignment
۱۳. Non-Linear Complementary Problem
۱٤. Working Path
۱٥. Generalized Cost
۱٦. External Benefits

۱۷. Pigouvian
۱۸. Fitness Function

۸. مراجع

- Aashtiani, H. A and Magnanti, T. (1983) "A linearization and decomposition algorithm for computing urban traffic equilibria", Massachusetts Institute of Technology, Operations Research Center

- Aashtiani, H. Z. (1979) "The multi-modal traffic assignment problem", PhD dissertation, Massachusetts Institute of Technology.

- Alonze, S. (2015) "Traffic congestion to cost the UK economy more than £300 billion over the next 16 years", [online] Available at: http://inrix.com/press-releases/traffic-congestion-to-cost-the-uk-economy-more-than-300-billion-over-the-next-16-years/ [accessed 14 October. 2014].

- Asadi, S., Florian,M. and Sarvi, M. (2016) "A new policy in congestion pricing: Why only toll? Why not subsidy? Centre Interuniversitaire de Recherche sur les Réseaux d'Entreprise, la Logistique et le Transport (CIRRELT), Montreal, Canada.

- Branston, D. (1976) "Link capacity functin: A review", Transportation Research, Vol. 10, pp. 223-236.

- Bureau of Infrastructure, Transport and Regional Economics (BITRE)(2015) "Traffic and congestion cost trends for Australian capital cities", Information Sheet 74, BITRE, Canberra

  By Penalty Methods", Proc. IEEE Internat.Conf. Circuits Comput, Vol. 1, pp.162–166

- Cavallaro, F., Giaretta, F and Nocera,S. (2017). "The potential of road pricing schemes to reduce carbon emissions." Transport Policy, Vol. 67, pp. 85-92

- Dafermos, S. (1973) "Toll patterns for multiclass-user transportation networks". Transportation Science", Vol.7, No.3, pp. 211-223

- Daganzo, C. (1977) "On the traffic assignment problem with flow dependent costs—I", Transportation Research, Vol.11, No.6, pp.433-437.

- De Palma, A., Lindsey, R. (2004) "Congestion pricing with heterogeneous travelers: A general-equilibrium welfare analysis", Networks and Spatial Economics, Vol.4, No.2, 135-160.

- Gu, Z., Liu, Z., Cheng, Q and Saberi, M. (2018)." Congestion pricing practices and public acceptance: A review of evidence." Case Studies on Transport Policy . Vol.6, No.1, 94-101.

- Hearn, D., Ribera, J. (1980) "Bounded Flow Equilibrium Problems by penalty methods. New York, IEEE, Vol.1, pp. 162–166.

- Hestenes, M. (1969) "Multipliers and gradient methods", Journal of Optimization Theories and Applications", Vol.4, No.5, pp.303–320.

- Inouye, H. (1987) "Traffic equilibria and its solution in congested road networks", Proceedings of IFAC Conference on Control in Transportation Systems, Vienna, July 1986. Pp.267-272

- Knight, F. (1924) "Some fallacies in the interpretation of social cost", The Quarterly Journal of Economics, Vol.38, No.4, pp. 582-606.

- Kolstad, C. D. (1985) "A review of the literature on bi-level mathematical programming", No. LA-10284-MS). Los Alamos, NM: Los Alamos National Laboratory.

– Larsson, T. and Patriksson, M. (1994) "Equilibrium characterizations of solutions to side constrained asymmetric traffic assignment models", Le Matematiche, Vol.49, No.2, pp. 249-280

– Larsson, T. and Patriksson, M. (1995) "An augmented Lagrangean dual algorithm for link capacity side constrained traffic assignment problems", Transportation Research Part B: Methodological, Vol.29, No.6, pp.433–455.

– Leblanc, L., Morlok, E. and Pierskalla, W. (1975) "An efficient approach to solving the road network equilibrium traffic assignment problem", Transportation Research., Vol.9, No.5, pp.309-318.

– Nie, Y.,.Zhang, H. M and Lee, D. H. (2004) "Models and algorithms for the traffic assignment problem with link capacity constraints", Transportation Research Part B: Methodological, Vol.38, No.4, pp.285-312.

– Pigou, A. (1920) "The economics of welfare", London: Palgrave Macmillan,".

– Powell, M. J. D. (1969) "A method for nonlinear constraints in minimization problems", Optimization", pp. 283-293.

– Shahpar, A., Aashtiani. H. A. and Babazadeh, A. (2008) "Dynamic penalty function method for the side constrained traffic assignment problem." Applied Mathematics and Computation, Vol.206, No.1, pp.332-345.

– Sheffi, Y. (1985) "Urban transportation networks: equilibrium analysis with mathematical programming methods", New Jersey, Prentice-Hall.

– Small, K., Yan, J. (2001) "The value of "value pricing" of roads: Second-best pricing and product differentiation", Journal of Urban Economics, Vol.49, No.2, pp. 310-336.

– Verhoef, E., Rouwendal, J and Rietveld, P, (2003) "Congestion Caused by speed differences", Journal of Urban Economics, Vol. 45, No. 3, pp.383-406.

– Walters, A. (1961) "The theory and measurement of private and social cost of highway congestion",Econometrica: Journal of the Econometric Society,Vol.29,No.4, pp 676-699

– Wardrop, J. G. (1952) "Some theorithical aspect of road traffic research", London: Proceedings of the Institute of Civil Engineers, Part II, Engineering Divisions, Airport Maritime Railway Road.

– Yin, Y. and Lawphongpanich, S. (2009) "Alternative marginal-cost pricing for road networks", NETNOMICS: Economic Research and Electronic Networking, Vol.10, No.1, pp.77-83.

– آرین کاظمی، بابک میربها و علی عبدی کردانی.(۱۳۹۷) بررسی تاثیر هزینه پارکینگ حاشیه‌ای بر انتخاب یا عدم انتخاب شیوه سواری شخصی، فصلنامه مهندسی حمل‌ونقل،سال نهم، شماره سوم۳۵۵-۳۴۳

– جوانی، ب. (۱۳۹۷). تخصیص ترافیک پویای چند کلاسی: فرمولبندی و الگوریتم مبتنی بر مسیر، پایان‌نامه دکتری، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تهران

– فلاح تفتی، م.، شهابی،س و تفی زاده، ی. (۱۳۹۷). مدل‌سازی رفتار انتخاب وسیله کاربران وسایل نقلیه شخصی در قبال اعمال سیاست‌های مدیریت تقاضای سفر، ، فصلنامه مهندسی حمل‌ونقل،سال نهم، شماره چهارم، ۵۹۵-۵۷۱

زهرا جوادی، درجه کارشناسی در رشته ریاضی کاربردی را در سال ۱۳۹۳ از دانشگاه الزهرا و درجه کارشناسی ارشد در رشته مهندسی صنایع را در سال ۱۳۹۷ از موسسه عالی آموزش و پژوهش مدیریت و برنامه ریزی اخذ نمود. زمینه های پژوهشی مورد علاقه ایشان مهندسی و برنامه‌ریزی حمل‌ونقل است و در حال حاضر به عنوان کارشناس در مطالعات طرح جامع بنادر بازرگانی ایران مشغول است.

عباس بابازاده، درجه کارشناسی ارشد در رشته مهندسی عمران را در سال ۱۳۷٤ از دانشگاه شریف اخذ نمود. در سال ۱۳۸۳موفق به کسب درجه دکتری در رشته مهندسی عمران از دانشگاه صنعتی شریف گردید. زمینه های پژوهشی مورد علاقه ایشان مهندسی و برنامه ریزی حمل و نقل بوده و در حال حاضر عضو هیات علمی با مرتبه استادیار در دانشگاه تهران است.

امیررضا ممدوحی، درجه کارشناسی در رشته مهندسی مکانیک را در سال ۱۳٦۸ از دانشگاه صنعتی شریف و درجه کارشناسی ارشد در رشته مهندسی صنایع را در سال ۱۳۷۵ از موسسه عالی آموزش و پژوهش مدیریت و برنامه ریزی اخذ نمود. در سال ۱۳۸٤موفق به کسب درجه دکتری در رشته مهندسی عمران از دانشگاه صنعتی شریف گردید. زمینه های پژوهشی مورد علاقه ایشان برنامه ریزی حمل و نقل بوده و در حال حاضر عضو هیات علمی با مرتبه دانشیار در دانشگاه تربیت مدرس است.