بهینه سازی سیستم حمل و نقل ادارات با خوشه بندی به روش k میانگین و ترکیب الگوریتم saving و جستجوی ممنوع

احید نعیمی، دانش آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی نقشه برداری، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر طوسی، تهران، ایران
حسین شورورزی، (مسئول مکاتبات) دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی نقشه برداری دانشگاه صنعتی خواجه نصیر طوسی
محمد طالعی، استادیار، دانشکده مهندسی نقشه برداری، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر طوسی، تهران، ایران
E-mail: shurvarzy@mail.kntu.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۳/۰۶/۲۲ پذیرش: ۱۳۹٤/۱۰/۱۹

چکیده

یکی از راه‌های کاهش حجم ترافیک و میزان مصرف سوخت، استفاده از سرویس‌های حمل و نقل برای کارکنان ادارات و شرکت‌های بزرگ و کارخانه‌هاست. برنامه ریزی و تخصیص خودروها به کارکنان سازمانها و تعیین مسیرهای جمع آوری آنها از مسائل اصلی این پژوهش است. این‌گونه مسائل را "مسئله مسیریابی وسایل نقلیه" می‌نامند که در دسته مسائل پیچیده بهینه‌سازی چند هدفه قرار می‌گیرند. هدف اصلی این مقاله ارائه روشی برای تجزیه این مسئله به چند مسئله تک هدفه و نیز ارائه روشی جدید برای مسیریابی است. بنابراین در این مقاله ابتدا با استفاده از الگوریتم k میانگین بهبود یافته، مسئله مورد تحقیق تبدیل به چند مسئله تک هدفه گردیده و سپس با تلفیق الگوریتم saving و الگوریتم جستجوی ممنوع، کوتاه‌ترین مسیر محاسبه می‌گردد. نتایج نشان می‌دهد که استفاده از تلفیق الگوریتم saving و جستجوی ممنوع، نتایج بهتری نسبت به استفاده از الگوریتم جستجوی ممنوع به تنهایی دارد. والگوریتم تلفیقی سرعت بیشتری در رسیدن به پاسخ نهایی دارد.

واژه های کلیدی: مسیریابی وسایل نقلیه، الگوریتم جستجوی ممنوع، الگوریتم k میانگین، الگوریتم saving، سیستم اطلاعات مکانی

۱. مقدمه

یکی از مسائلی که امروزه بشر با آن مواجه است، مسئله ترافیک در کلان شهرهاست. ترافیک به عنوان امری جدا ناپذیر از زندگی روزمره ما تلقی می‌شود و هر روز بر مسائل ناشی از آن به دلیل افزایش تعداد وسایل نقلیه و مسافران و در نتیجه تقاضا برای جابجایی مسافر افزوده میشود. برای نمونه سالانه بیش از ۲ میلیارد ساعت وقت شهروندان و روزانه ۱۲ میلیون لیتر بنزین در ترافیک شهر تهران هدر می‌رود و همینطور پیامدهای مخرب آلودگی هوا بر سلامت جسم و روان شهروندان تاثیر می‌گذارد [Khabar kodro, 2007] . موثرترین و راحت ترین طریق جابجایی مسافر و کالا با کمترین میزان مصرف انرژی(در زمینه سوخت) با مقبول ترین هزینه، کمترین ترافیک و اثرات منفی زیست محیطی نظیر آلودگی هوا و صدا و اجرای شدید مقررات ترافیکی. همچنین در گزارش بانک جهانی در سال ۱۹۹٦ ، حمل و نقل پایدار و ارکان آن این چنین تعریف کرده؛ الف)رکن اقتصادی و مالی که شامل مناسب بودن ساختار سازمانی، اقدامات و سرمایه گذاری برای زیر ساخت های حمل و نقل است. ب) رکن زیست محیطی و اکولوژیکی که شامل بررسی چگونگی سرمایه گذاری برای حمل و نقل و انتخاب اشکال مختلف حمل و نقل که روی کاهش مصرف انرژی و انتشار آلاینده ها اثر می گذارد، است. ج) رکن اجتماعی که بر کافی بودن دسترسی به خدمات حمل و نقل برای همه اقشار جامعه تاکید دارد [Tandise et al. 2014] .مسئله ترافیک نمی‌تواند با ساخت مسیرهای بیشتر و پهنه‌سازی‌ها به دلیل فضای محدود، زمان طولانی ساخت و هزینه‌های بالای آن، حل شود[Chen , 2011]. یکی از راه‌های کاهش حجم ترافیک استفاده از وسایل نقلیه عمومی است.

فرض کنیم کارکنان یک اداره یا سازمان بجای استفاده از وسایل شخصی خود از وسایل نقلیه عمومی استفاده کنند. در این صورت هم مصرف سوخت پایین می‌آید و هم از حجم ترافیک کاسته می‌شود. اما مسئله اینجاست که وسایل نقلیه عمومی نمی‌توانند مانند وسیله شخصی باشند چرا که همیشه در دسترس نیستند و ممکن است برای رسیدن به مقصد نیاز به تغییر چندین وسیله نقلیه عمومی باشد که موجب افزایش زمان سفر شده و چه بسا افراد، ماندن در ترافیک را ترجیح دهند. بنابراین باید شرایطی فراهم شود که کارمندان از محدوده منزل سوار وسیله نقلیه شوند و در محل کار خود پیاده شوند. این‌گونه مسائل با استفاده از مسئله مسیریابی وسایل نقلیه[1] که پیدا کردن مسیرهایی برای چندین مشتری است، به صورتی که کل هزینه مسیرها کمینه شود [Ren, et al. 2010]، قابل حل است.

مسئله مسیریابی وسایل نقلیه اولین بار توسط Dantzig and Ramser در سال ۱۹۵۹ مطرح شد و سپس به طور گسترده‌ای مورد مطالعه قرار گرفت. در این بین می‌توان به تحقیقات Qarke and Wright در سال ۱۹٦٤، Bertsimas در سال ۱۹۹۲، Liu and Lai در سال ۲۰۰۹ اشاره کرد [Xu, et al. 2011]. Riera et al به بررسی مسیریابی اتوبوس مدرسه پرداختند. آنها با تعیین مسیر و تخصیص مسافران به ایستگاه ها به طوری که تعداد کل مسافران جمع آوری شده تا رسیدن به مقصد از گنجایش خودرو بیشتر نشود، مسئله را حل کردند. آنها الگوریتم خود را با ۱۲۵ ایستگاه مورد آزمون قرار دادند و با تغییر شروط توانستند در سه حالت کاستیهای موجود در نتایج را بهبود دهند [Riera–Ledes-ma and Salazar-Gonzalez, 2012]. اما اگر فرض کنیم با شبکه بزرگی سروکار داریم و تعداد مسافران زیاد باشد، مسئله به سادگی قابل حل نیست. پیچیدگی مسئله مسیریابی وسایل نقلیه باعث می‌شود برای حل آن هم زمان و هم هزینه محاسبات افزایش یابد؛ بنابراین استفاده از الگوریتمی که زمان پاسخگویی را کاهش دهد تا منابع سیستم‌های محاسبه‌گر کمتر درگیر باشند، ضروری است.

علی حسین میرزایی و همکاران با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی گروه ذرات بهبود یافته، مسئله مسیریابی وسایل نقلیه را برای حل مسئله توزیع محصولات به خرده فروشان حل کردند. الگوریتم پیشنهادی آنها از دو بخش مجزا تشکیل شده بود. نخست، مقادیر متغیرهای صفر و یک با استفاده از الگوریتم پیشنهادی تعیین و سپس با حل یک مدل برنامه‌ریزی خطی، مقادیر متغیرهای پیوسته محاسبه شد. به طور کلی کیفیت جواب‌های آغازین بر عملکرد

الگوریتم‌های فراابتکاری تأثیر بسزایی دارد. از این رو، آنها برای تولید جواب اولیه، روشی شبه تصادفی طراحی کردند. در آخر نتیجه را با الگوریتم ژنتیک مقایسه کردند که الگوریتم پیشنهادی آنها نتیجه بهتری را نشان داد [Hossein Mirzaei et al. 2012] . با این وجود مسلما استفاده از روشی که جواب اولیه‌ای تولید کند که تصادفی نباشد، نتیجه بهتری را در پی خواهد داشت.

مجید یوسفی خوشبخت و همکاران با اصلاح الگوریتم مورچگان، مسئله مسیریابی وسایل نقلیه را با در نظر گرفتن ضریب تشویق بهترین مسیر حل کردند. آنها از استراتژی نخبه گرایی که در سال ۱۹۹۶ به وسیله دوریگو، منیزو و کلورنی معرفی شد استفاده کردند. اما از آنجایی‌که ضریب اعمال شده در این استراتژی ثابت بود، نمی‌توانست ضریب مناسبی برای تشویق بهترین مسیر باشد. بنابراین آنها برای بهبود روند مسئله به جای یک ضریب ثابت از تابع چند جمله‌ای استفاده کردند. این کار باعث شد که اگرچه مورچه‌ها جواب‌های ضعیفی را در ابتدای الگوریتم به دست می‌آوردند، این جواب‌ها را به فراموشی بسپارند، اما با گذشت زمان که الگوریتم به جلو می‌رود و جواب‌ها با دقت بیشتری به دست می‌آیند این مقدار چند جمله‌ای نیز به سرعت افزایش پیدا کرده و یال‌های متعلق به بهترین جواب، فرمون بیشتری را جذب کنند. اصلاح الگوریتم با این روش نتایج بهتری را نشان داد[Yousefi Khoshbakht, 2011] .

در میان روشهای پیشرفته ابتکاری برای حل مسایل بهینه‌سازی، جستجوی ممنوع دارای ویژگی‌هایی است که آنرا کاندیدای مناسبی برای حل مسایل پیچیده می‌کند. سادگی، انعطاف‌پذیری و ثبات و کیفیت جواب‌ها ویژگی‌هایی است که توسط پژوهشگران بسیاری به عنوان ویژگی‌های شاخص جستجوی ممنوع معرفی شده است [Modares, 2010] .

Cordeau and Maischberger از روش ابتکاری جستجوی ممنوع تکرار شونده موازی[۲] برای حل مسئله مسیریابی استفاده کردند. آنها با استفاده از جستجوی محلی تکرار شونده، راه حل بهینه را پیدا کردند. در این روش ابتدا یک راه حل اولیه جستجو شده و سپس به جستجوی محلی در اطراف ناحیه جستجوی اولیه پرداخته می‌شود. در صورت بهبود نتیجه، راه حل جدید جایگزین راه حل قبلی می‌شود. مقایسه نتایج نشان داد که استفاده از این روش به جای فقط استفاده از جستجوی ممنوع، به طور قابل ملاحظه‌ای نتیجه بهتری دارد[Cordeau and M. Maisch-berger 2012]. در اینجا توجه به این نکته لازم است که اگر چه استفاده از روش جستجوی ممنوع تکرار شونده موازی نتیجه را بهبود می‌دهد ولی به دلیل داشتن محاسبات موازی در جستجوها، حجم محاسبات افزایش چشم‌گیری می‌یابد. بنابراین هزینه انجام محاسبات و همچنین در صورت نداشتن سیستم سخت افزاری مناسب، زمان انجام آن افزایش خواهد یافت.

Du and He در مقاله خود با استفاده از تلفیق جستجو نزدیک ترین همسایه و الگوریتم جستجوی ممنوع به حل مسائل مسیریابی در شبکه های بزرگ مقیاس پرداختند. نتایج نشان داد که استفاده از تلفیق الگوریتم ها به جای استفاده از جستجوی نزدیک ترین همسایه، عملکرد بهتری دارد[Du and He 2012]. آنها در روش خود باعث شدند تا نسبت به حالت استفاده تنها از نزدیک ترین همسایه، مسافت به‌دست آمده کاهش یابد. اما مسئله زمان حل مسئله به دلیل اینکه جستجوی ممنوع از یک مسیر اولیه تصادفی برای رسیدن به جواب بهینه استفاده می‌کند، همچنان به قوت خود باقی ماند.

Kuo and Wang با استفاده از جستجوی همسایگی متغیر[۳] مسئله مسیریابی وسائل نقلیه با چند انبار[۴] را حل کردند. برای تعیین راه حل اولیه، ابتدا به هر انبار با محاسبه احتمال نزدیکی، یکسری مشتری نسبت دادند. سپس با استفاده از دسته‌بندی مشتری‌ها و قرار دادن آنها در گروه‌های مختلف به صورتی که گنجایش تقاضای مشتری‌ها از گنجایش هر خودرو بیشتر نشود، یک راه حل اولیه تولید کردند. در نهایت با تغییر حالات قرارگیری مشتری‌ها به روش‌های مختلف با استفاده از جستجوی همسایگی متغیر، نتیجه حاصل شد. نتایج نشان داد که روش آنها هزینه سفر را کاهش می‌دهد [Kuo and Wang, 2012].

عبد الحمید مدرس در مقاله خود از الگوریتم جستجوی ممنوع برای حل مسئله توزیع استفاده کرد. برای به‌دست آوردن جواب

اولیه در الگوریتم پیشنهادی با ایجاد یک مسیر با قرار دادن یک مشتری، حل مسئله شروع می‌شود. در هر مرحله مشتریان تخصیص نیافته تا آنجا که محدودیت ظرفیت یا سایر محدودیت‌های مسئله اجازه می‌دهد به مسیر وارد می‌شوند [Modares, 2010].

در مقاله حاضر، سعی شده است تا مسائلی از قبیل سرعت رسیدن به جواب نهایی، هزینه های استفاده از منابع سیستم، ثبات و کیفیت جواب‌ها بهبود یابد. در راستای تحقق بخشیدن به اهداف فوق، در ابتدا به دلیل محدود بودن ظرفیت وسایل حمل و نقل عمومی(در این پژوهش وسایل نقلیه عمومی تاکسی شامل خودرو سواری و ون با ظرفیت ٤ تا ١٠ نفر در نظر گرفته شده است)، بنابراین با استفاده از دسته‌بندی مسافران به کمک الگوریتم k میانگین به‌طوری که قید مربوط به ظرفیت خودرو در نظر گرفته شود، مسئله تبدیل به چند مسئله ساده فروشنده دوره گرد شد که با اختصاص مسافر از مرکز شروع شده و با جمع‌آوری مسافران وسیله نقلیه، به مرکز باز می‌گردد، به طوری‌که هزینه کل سفر کمینه شود. از آنجایی که کیفیت و دقت جواب اولیه در الگوریتم‌های فرا ابتکاری نقش اصلی در تسریع رسیدن به جواب نهایی بازی می‌کند، بنابراین در این مقاله با استفاده از الگوریتم saving جهت کاهش زمان اجرای مسئله، یک راه حل اولیه نزدیک به جواب نهایی به‌دست آمد. همانطور که گفته شد[Jayaswal, 2012] به دلیل سادگی، انعطاف پذیری، ثبات و کیفیت جواب‌ها، الگوریتم جستجوی ممنوع در ادامه استفاده شد و با قرار دادن راه حل اولیه در مسئله، نتیجه نهایی با سرعت بیشتر به‌دست آمد.

در ادامه، مسیریابی وسایل نقلیه در بخش دوم بیان می‌شود. سپس در بخش سوم الگوریتم k میانگین و نحوه کاربرد آن برای دسته‌بندی مسافران بیان خواهد شد. در بخش چهارم الگوریتم saving و تعیین جواب اولیه با آن مورد بررسی قرار می‌گیرد. در بخش پنجم نحوه کسب جواب مسئله با استفاده از الگوریتم جستجوی ممنوع ارائه می‌گردد. در بخش ششم پیاده سازی الگوریتم ترکیبی و در نهایت در بخش آخر نتایج مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد. در این پژوهش، در راستای کاهش پیچیدگی و حجم محاسبات و افزایش سرعت زمان اجرای مسئله و بهبود ثبات و کیفیت جواب‌ها از یک رویکرد تلفیقی نوین استفاده شده است. این رویکرد تلفیقی شامل الگوریتم saving جهت افزایش سرعت حل مسئله و یافتن جواب اولیه، روش k–میانگین جهت ارضای قیود ظرفیت مسافرین در وسایل نقلیه عمومی و از الگوریتم جستجوی ممنوع با توجه به ویژگی‌های شاخص روش مذکور که در متن ارائه شد، جهت یافتن جواب نهایی مسئله استفاده شده است.

۲. مسئله مسیریابی وسایل نقلیه

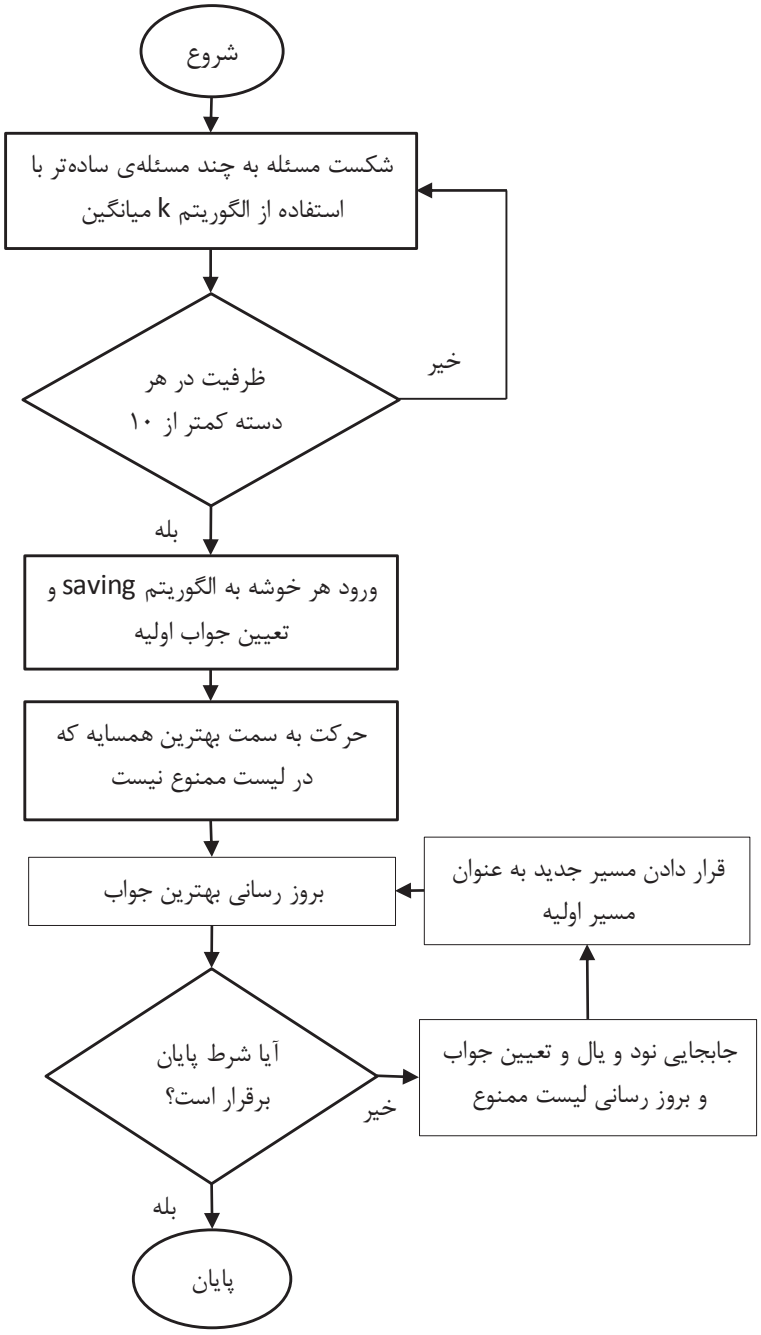
اهمیت مسئله مسیریابی وسایل نقلیه در کاهش هزینه‌هایی چون میزان مصرف سوخت، اتلاف وقت، حجم ترافیک، آلودگی هوا و همچنین ارائه خدمات عمومی و خصوصی بهتر نمایان می‌گردد. هدف اصلی مسئله مسیریابی وسایل نقلیه، پیدا کردن مسیر با کمترین هزینه ممکن از بین مجموعه مسیرهای موجود است. همچنین مسیرها باید به گونه‌ای طراحی شوند که هر مشتری تنها یکبار و توسط یک خودرو خدمات دریافت کند و این مسیرها از مرکز شروع و به مرکز نیز خاتمه یابند [Bochtis and Sorensen 2010].

از آنجایی که مسئله مسیریابی وسایل نقلیه جزء مسائل NP–Hard است، همه اشکال مختلف آن نیز در این دسته مسائل قرار می‌گیرند. برای حل این‌گونه مسائل راه حل‌های فراابتکاری سریع‌تر از راه حل‌های ابتکاری برای یک نوع خاص از مسئله جوابگو هستند [Chen, et al. 2010]. در دهه‌های اخیر تعداد زیادی از الگوریتم‌های فراابتکاری که از طبیعت الهام گرفته شده‌اند برای حل مسئله مسیریابی وسایل نقلیه پیشنهاد شده اند که عبارتند از: الگوریتم ژنتیک، الگوریتم جستجوی ممنوع، انجماد تدریجی، الگوریتم بهینه‌سازی مورچه و غیره [Brandão, 2011].

در این بین، الگوریتم جستجوی ممنوع به دلیل استفاده از تشدید، جستجوی فراگیرتری را در ناحیه‌ای که ممکن است منجر به بهینه محلی شود، انجام می‌دهد. از طرف دیگر، به وسیله تکنیک تنوع، الگوریتم به سوی نواحی حرکت می‌کند که قبلا مورد جستجو قرار نگرفته اند. همچنین این الگوریتم دارای ویژگی‌هایی همچون: به گزینی، سادگی، انعطاف پذیری، تمرکز فراوان بر ناحیه‌ها و راه‌حل‌های خوب [Glover and Laguna, 1997]

است که آن را به عنوان گزینه ی مناسب برای حل مسائل پیچیده مطرح می‌کند.

با این حال مسائلی از این دسته پیچیده هستند ولی می‌توان آنها را به مسائل ساده‌تری تقسیم کرد و بجای حل یک مسئله پیچیده، چند مسئله ساده‌تر را مورد بررسی قرار داد. به همین منظور و به منظور رعایت قید ظرفیت، با استفاده از الگوریتم خوشه بندی k میانگین مسئله تبدیل به چند مسئله تک هدفه شد. در این حالت مسئله فروشنده دوره گردی حاصل می گردد که از مبدا شروع به حرکت کرده و به همانجا باز می‌گردد. در نمودار (۱) مراحل کلی حل مسئله تا رسیدن به جواب نهایی نشان داده شده است.



نمودار۱. مراحل حل مسئله تا رسیدن به جواب نهایی با استفاده از الگوریتم پیشنهادی

۳. خوشه بندی با استفاده از الگوریتم k میانگین

این الگوریتم از دو قسمت کلی تشکیل شده است، قسمت اول به‌دست آوردن نقاطی به عنوان مراکز خوشه هاست، که این نقاط مقدار میانگین نقاط متعلق به هر خوشه هستند. قسمت دوم نسبت دادن هر نمونه داده به یک خوشه است به‌طوری که نقاط، کمترین فاصله را نسبت به مرکز خوشه دارا باشند. اگر فضای مسئله را با n بعد در نظر بگیریم، نقاط داده در این فضا به صورت $D=\{x_i \mid i=1.2.....n\}$ قابل تعریف است. در k میانگین هر یک از خوشه‌ها با یک نقطه که همان مرکز خوشه است(مقدار میانگین) نمایش داده می‌شوند. مجموعه $C=\{c_j \mid j=1.2.....k\}$بیانگر مرکز خوشه‌هاست. برداری برای ذخیره شماره خوشه مربوط به هر یک از نقاط داده در نظر گرفته می‌شود که با M نشان داده می‌شود و در آن هر m_i شماره خوشه برای داده x_i است. در الگوریتم k میانگین معیار پیش فرض برای اندازه‌گیری شباهت داده‌ها، فاصله‌ی اقلیدوسی است و الگوریتم، مجموع این فاصله را بین هر x_i و c_j منتسب به آن کمینه می‌کند [Xindong et al, 2007].

$$\arg\min \sum_{i=1}^{k} \sum_{x_j \in c_i} \|x_j - c_i\|^2 \qquad (۱)$$

که $\| \ \|$ معیار فاصله بین نقاط بوده و x_j^i، نقطه j ام است که انتساب داده شده به خوشه i ام بوده و ci مرکز خوشه i ام است. تعداد خوشه ها برابر با k و تعداد کل نقاط یا داده ها برابر n است[Motieyan, 2012] .

ورودی ها شامل c خوشه و D مجموعه‌ی داده‌ها شامل n داده است. مراحل اجرای الگوریتم به صورت زیر است:

مرحله ۱: انتخاب c داده دلخواه از D به عنوان مراکز خوشه اولیه

مرحله ۲: انتساب هر یک از x_iها به نزدیک ترین مرکز خوشه

مرحله ۳: به روز رسانی مجموعه C (محاسبه مقدار میانگین جدید برای خوشه‌ها)

مرحله ٤: مراحل ۲ و ۳ تکرار شود تا زمانی که پس از به روز رسانی، مقدار میانگین تغییر محسوسی نکند.

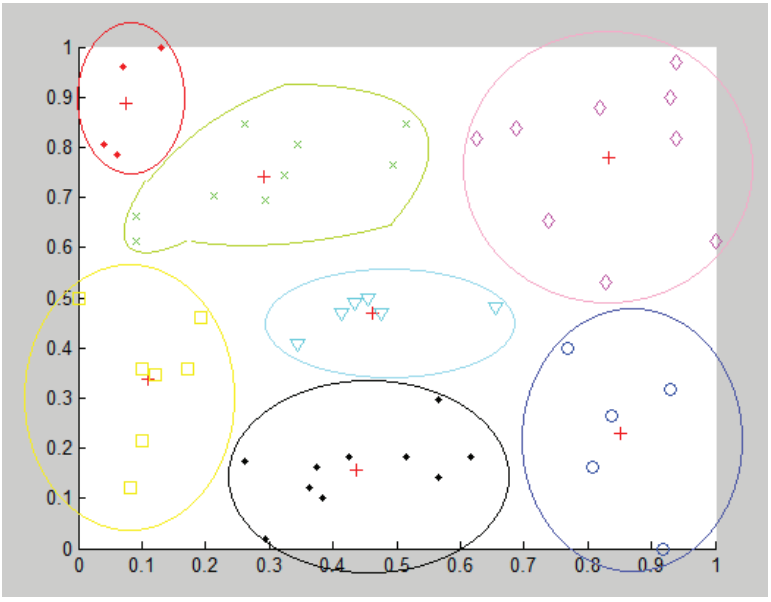
پیاده سازی الگوریتم در محیط برنامه نویسی Matlab انجام گرفت که در شکل ۱ خروجی حاصل را می‌توان دید. در الگوریتم k میانگین می‌بایست تعداد خوشه‌ها بعنوان پارامتر ورودی معرفی گردد. در مسائل مسیریابی وسائل نقلیه باید قیدی رعایت شود و آن گنجایش خودروهاست. در این مقاله فرض شد که خودروهای ون در اختیار است، به همین دلیل حداکثر تعداد داده‌های موجود در هر خوشه نباید از ۱۰ بیشتر باشد. به‌این منظور نیاز است تغییر در الگوریتم ایجاد شود تا در صورتی که ظرفیت خوشه‌ای بیش از ۱۰ شد بر تعداد خوشه‌های افزوده شود. با این تغییر هم قید ظرفیت خودرو رعایت می شود و هم پارامتر ورودی تعداد خوشه‌ها را نخواهیم داشت. بنابراین خوشه بندی با توجه به قید ظرفیت انجام می‌گیرد. همان گونه که در شکل ۱ نشان داده شده است، مکان ۵۰ مسافر با استفاده از این الگوریتم در ۷ دسته در هر دسته به ترتیب ٤، ۹، ۹، ۷، ٦، ۱۰و ۵ مسافر قرار گرفته است.

حال که خوشه‌ها مشخص شد، می‌توان برای هر یک از آنها به صورت جداگانه مسیر بهینه را تعیین کرد. در این مقاله به جای استفاده از راه حل تصادفی که وارد الگوریتم جستجوی ممنوع می‌شود، از الگوریتم Saving استفاده شده است که باعث افزایش سرعت اجرای الگوریتم می‌شود. در ادامه این الگوریتم مورد بررسی قرار می‌گیرد.

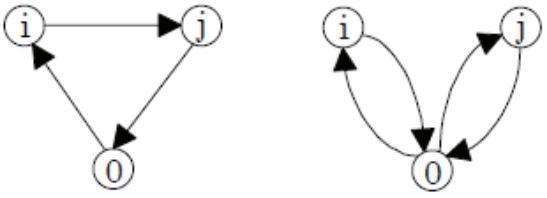
٤. یافتن راه‌حل اولیه

در این مرحله ترتیبی برای قرارگیری مسافران در هر دسته تعیین می‌کنیم. این ترتیب می‌تواند به عنوان یک مسئله فروشنده دوره‌گرد که نوع خاصی از مسئله مسیریابی وسائل نقلیه، در حالتی که تعداد خودروها برابر یک است، درنظر گرفته شود. برای تعیین راه حل اولیه از روشی به نام الگوریتم Saving استفاده شد. این روش توسط کلارک در سال ۱۹٦٤ پیشنهاد گردید. در روش Saving یک خودرو برای هر مشتری در نظر گرفته می‌شود که اگر n مشتری در نظر بگیریم، در نتیجه n خودرو باید برای انبار موجود باشد [Kuo and Wang 2012].

الگوریتم saving یک الگوریتم ابتکاری است و برای مسئله مسیریابی راه حل بهینه قطعی تعیین نمی‌کند. این روش در اغلب موارد راه حل نسبی قابل قبول نزدیک به راه حل بهینه دارد. اساس مفهوم saving، هزینه ذخیره شده با اتصال دو مسیر نسبت به یک مسیر را بیان می‌کند (شکل ۲).



شکل ۱. خروجی اجرای الگوریتم K میانگین برای تعداد ۵۰ نقطه



شکل ۲. بیان مفهوم الگوریتم saving

در ابتدا در شکل ۲(الف) مشتری‌های i و j روی مسیرهای جداگانه قرار دارند. راه دیگر به‌این صورت است که دو مشتری را روی مسیر یکسان در نظر بگیریم (برای مثال مسیر یکسان i-j در شکل ۲(ب)). چون هزینه حمل و نقل مشخص است، ذخیره نتایج می‌تواند از مسیر شکل ۲(ب) به جای دو مسیر شکل ۲(الف) محاسبه شود.

هزینه حمل و نقل بین دو نقطه i و j با cij نشان داده می‌شود، کل هزینه حمل و نقل برای شکل ۲(الف):

$$D_a = c_{0i} + c_{i0} + c_{0j} + c_{j0} \quad (۲)$$

به همین صورت هزینه حمل و نقل برای شکل ۲(ب):

$$D_b = c_{0i} + c_{ij} + c_{j0} \quad (۳)$$

با تلفیق دو مسیر، saving به‌دست می‌آید که با Sij نشان داده می‌شود:

$$S_{ij} = D_a - D_b = c_{i0} + c_{0j} - c_{ij} \quad (٤)$$

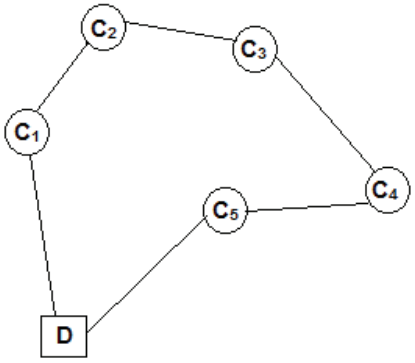
مقادیر بزرگ S_{ij} نسبتا جذاب‌تر هستند. به‌طوری که هرچه مقدار S_{ij} بزرگتر باشد نشان دهنده این است که نقطه j بلافاصله بعد از i قرار دارد [Lysgaard, 1997].

برای مثال، گروهی از ۵ مشتری را در نظر می‌گیریم، که مختصات آنها و انبار مشخص است (شکل ۳). با توجه به رابطه ٤ ارزش saving را برای هر جفت از مشتری‌ها مشخص می‌شود. چون $S_{ij}=S_{ji}$ پس ماتریس متقارنی به‌دست می‌آید. این ماتریس در جدول ۱ نشان داده شده است.

در جدول ۱ بزرگ‌ترین مقدار مربوط به S34 است، بنابراین مشتری ۳ و ٤ به طور متوالی قرار می‌گیرند. بزرگترین مقدار بعد از آن مقدار S23 است که در این صورت مسیر به صورت C2-C3-C4 به‌دست می‌آید. همین‌طور برای باقی مشتری‌ها این حالت ادامه می‌یابد تا اینکه کل مسیر حرکت به‌دست آید (شکل ۳).

جدول ۱. جدول مقادیر saving برای هر جفت از مشتری‌ها

	C1	C2	C3	C4	C5
C1	-	۹/٦۲	۷/٤٦	٥/٦	٤/۹٤
C2		-	۱۱/۲٥	۹/۱۸	٦/۳۸
C3			-	۱۲/٥٤	۷/۹٥
C4				-	۷/٤
C5					-



شکل ۳. اتصال مشتری‌ها و رسیدن به مسیر اولیه

حال که یک مسیر اولیه برای مسئله پیدا شد، می‌توان با استفاده از الگوریتم جستجوی ممنوع، جواب نهایی را پیدا کرد. در ادامه الگوریتم جستجوی ممنوع و یافتن مسیر بهینه بیان می‌شود.

۵. الگوریتم جستجوی ممنوع

الگوریتم جستجوی ممنوع را می‌توان به عنوان یک استراتژی جستجوی محلی در نظر گرفت. این جستجو شامل حرکت از یک راه حل (جواب یا نقطه) به راه حل دیگری در همسایگی آن مطابق با بعضی قواعد تعریف شده است. این الگوریتم در بین همسایه‌ها بهترین را انتخاب کرده و در اطراف آن نقطه، به جستجوی همسایگی می‌پردازد و سپس بهترین را انتخاب و به آن نقطه حرکت می‌نماید. این جستجو را تا زمانی ادامه می‌دهد که یک معیار توقف برآورده گردد. الگوریتم برای جلوگیری از افتادن در بهینه محلی از یک حافظه کوتاه مدت استفاده می‌نماید. وظیفه این حافظه نگهداری از آخرین حرکت‌ها است. این حرکت‌ها در لیست ممنوع نگهداری می‌شوند [Fatahi, 2009].

حافظه استفاده شده در جستجوی ممنوع شامل دو حافظه کوتاه مدت و بلند مدت است. یکی از مسائل روش‌های جستجوی محلی، تکرار جستجوهای قبلی است. به عبارت دیگر، ممکن است یک الگوریتم جستجوی محلی، یک نقطه جواب را بارها جستجو نماید. این مسئله می‌تواند حتی منجر به دام افتادن الگوریتم در بهینه محلی شود. یک راه برای جلوگیری از جستجوی تکراری، ثبت کلیه راه حل‌های جستجو شده و مقایسه راه حل جدید با جستجوهای قبلی است [Fatahi, 2009]. برای همین منظور از حافظه کوتاه مدت استفاده می‌شود.

در صورتی که فضای جواب را دو بعدی و مقدار تابع هدف را به صورت ارتفاع آن فرض کنیم، ممکن است مجموعه جواب شبیه به مجموعه‌ای از دره‌ها و کوه‌ها دیده شود. در عمل مسائل خیلی زیادی وجود دارند که شامل دره‌های متعدد و پهناوری هستند. گیر افتادن در دره، زمانی اتفاق می‌افتد که دامنه حرکت‌ها نسبت به خود مجموعه جواب یا تابع هدف بسیار کوچک باشد. در این حالت اگر هم بتوان از دره یا همان بهینه محلی خارج شد، الگوریتم در بهینه محلی دیگری گیر خواهد کرد. در نتیجه، ضروری است که فرایندهای دیگری برای جهت‌دهی به جستجو

در بلند مدت استفاده نماییم. به‌این منظور از حافظه بلند مدت استفاده می‌شود.

دو جزء مهم جستجوی ممنوع، استراتژی تشدید[۵] و تنوع[۶] است. استراتژی تشدید براساس اصلاح قوانین انتخاب تلفیق حرکت‌ها و راه حل‌های خوب پیدا شده است. همچنین در این حالت ممکن است برگشتی به سمت نواحی جذاب که بیشتر در جستجو بوده‌اند داشته باشیم. به‌طوری که در شکل ٤ مشخص است، تفاوت اصلی بین تشدید و تنوع این است که در طول یک مرحله تشدید، جستجو روی همسایه‌های بررسی شده راه‌حل‌های برگزیده متمرکز است [Glover and Laguna, 1997].

الگوریتم جستجوی ممنوع بر پایه جستجوی همسایگی استوار است. در این جستجو، به هر عضو $x\in X$ یک زیر مجموعه $V(x)\subset X$ اختصاص داده می‌شود که همسایه x نامیده می‌شود. برای مثال، مسیر جواب مسئله با یک ماتریس ترتیبی مشخص می‌گردد[Fatahi, 2009]. در بخش قبل یک مسیر اولیه برای مسئله پیدا شد. در این مقاله با استفاده از دو عملگر جابجایی نودها و جابجایی یال‌ها مسیر بهینه به‌دست می‌آید.

همانطور که قبلا اشاره شد با استفاده از الگوریتم K میانگین و خوشه بندی مسافرین، مسئله مسیریابی تبدیل به یک مسئله فروشنده دوره گرد می شود که از انبار شروع می‌شود و از هر نود که در واقع مشتری‌ها هستند یکبار عبور می‌کند و دوباره به انبار باز می‌گردد، به طوری‌که هزینه کل مسیر کمینه شود. برای بیان ریاضی تابع هدف جهت کمینه سازی طول کل مسیر از رابطه ۵ و جهت اعمال محدودیت‌ها در تابع هدف از روابط ٦ تا ١١ استفاده می‌شود:

$$Min \quad \sum_{i,j} c_{ij} x_{ij} \qquad (۵)$$

$$\sum_i x_{ij} = 1 \qquad \forall j \neq i \qquad (٦)$$

$$\sum_j x_{ij} = 1 \qquad \forall i \neq j \qquad (۷)$$

$$u_1 = 1$$

$$2 \leq u_i \leq n \qquad \forall i \neq 1 \qquad (۸)$$

$$u_i - u_j + 1 \leq (n-1)(1 - x_{ij}) \qquad \forall i \neq 1. \forall j \neq 1 \qquad (۹)$$

$$u_i \geq 0 \qquad \forall i \qquad (۱۰)$$

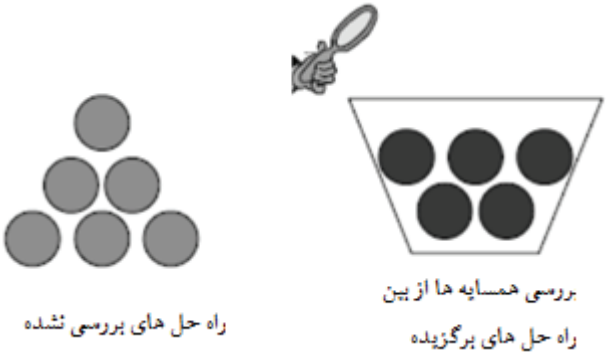
$$x_{ij} \in \{0.1\} \qquad \forall i.j \qquad (۱۱)$$

مجموعه محدودیت‌های (۸)، (۹)، (۱۰) و (۱۱)، برای نادیده گرفتن زیر مسیرهای جواب مسئله استفاده می‌شود [Jayaswal, 2012].

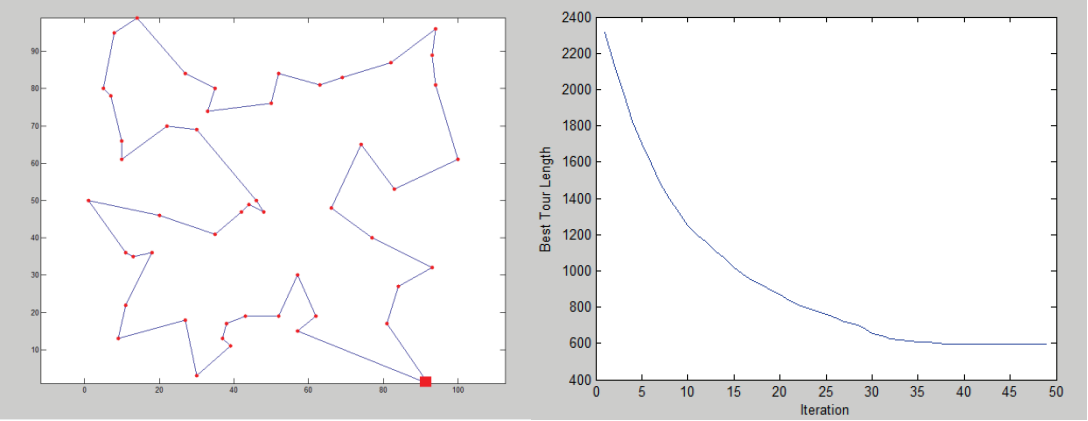
٦. نتایج اجرای الگوریتم

در اینجا ابتدا به بررسی حل مسئله، یکبار با استفاده از الگوریتم جستجوی ممنوع و سپس تلفیق الگوریتم جستجوی ممنوع با الگوریتم saving می‌پردازیم. پیاده سازی الگوریتم در محیط MATLAB 2011 انجام گرفت که خروجی آن در شکل ۵ نشان داده شده است.

الف: اجرای الگوریتم جستجوی ممنوع بدون در نظر گرفتن الگوریتم saving: در این حالت راه اولیه بصورت تصادفی انتخاب می‌شود و سپس الگوریتم اجرا شده تا به مقدار بهینه برسد. همان گونه که مشخص است ابتدا به خاطر اینکه مسیر کاملا تصادفی انتخاب می‌شود، طول مسیر زیاد است (طول مسیر ابتدا ٢٢١٦) و از تکرار ٤١ به بعد به مسیر بهینه می‌رسد.



شکل ٤. تفاوت بین تنوع و تشدید [Glover and Laguna 1997]



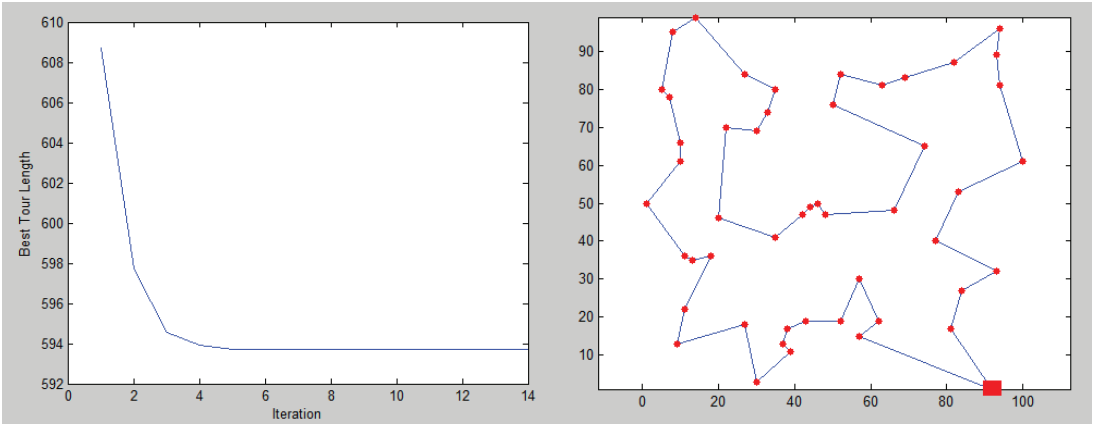
شکل ۵. خروجی اجرای الگوریتم جستجوی ممنوع برای ۵۰ نقطه

ب: اجرای الگوریتم جستجوی ممنوع با در نظر گرفتن الگوریتم saving: در این حالت مسیر ابتدا با الگوریتم saving محاسبه می‌شود و این مقدار اولیه وارد الگوریتم جستجوی ممنوع می‌شود و به مقدار بهینه می‌رسد. خروجی حاصل از اجرای این الگوریتم در شکل ٦ نشان داده شده است.

در شکل ٦ چون ابتدا از الگوریتم Saving استفاده شده است، مقدار اولیه که وارد الگوریتم جستجوی ممنوع می‌شود بهینه‌تر است و الگوریتم از تکرار ۵ به بعد به مقدار بهینه می‌رسد. همانطور که شرح داده شد، الگوریتم saving ساختار ساده‌ای دارد و به محض اجرا بی درنگ پاسخ را تولید کرده و آن را در الگوریتم جستجوی ممنوع وارد می‌کند. زمان پاسخگویی کلی الگوریتم به میزان قابل توجهی کمتر ازکاربرد الگوریتم جستجوی ممنوع به تنهایی است. برای مقایسه بهتر نتایج دو الگوریتم، تعداد نقاط (تعداد کارمندان) به ۵۰۰ نقطه افزایش داده شد. در جدول ۲) نتایج حاصل از اجرای الگوریتم‌ها را می‌توان دید. جدول (۲) نشان میدهد که زمان اجرای الگوریتم بسیار کاهش یافته است، ولی در مورد طول مسیر نمیتوان نظر دقیقی بیان داشت.

۷. پیاده‌سازی

برای پیاده سازی الگوریتم فرض شد که تعداد ۵۰ کارمند داریم و می‌خواهیم آنها را در یک مکان مشخص (محل کار) پیاده کنیم. شرکت x هنوز خودرویی برای این مسئله بکار نگرفته است ولی می‌تواند خودروهای سواری به تعداد ٤ سرنشین و ۱۰ سرنشین را تهیه کند. به‌این منظور ابتدا باید با استفاده از الگوریتم k میانگین با توجه به قید مسئله، ظرفیت وسایل حمل و نقل عمومی، مسافران را به دسته‌های مجزایی خوشه بندی کنیم که در هر دسته می‌تواند



شکل ٦. خروجی اجرای الگوریتم تلفیقی saving و جستجو ممنوع برای ۵۰ نقطه

جدول ۲. زمان اجرای الگوریتم‌ها بر حسب ثانیه

تعداد نقاط		طول مسیر	زمان
۵۰	الگوریتم جستجوی ممنوع	۵۹۸,۰٤	۱٦,۲۷ ثانیه
	تلفیق الگوریتم جستجوی ممنوع و saving	۵۹۳,۷۰	٤,۵۷ ثانیه
۵۰۰	الگوریتم جستجوی ممنوع	۳٤۳۹۵۸,٦۰	۲۹٦۹٤,۹۲ ثانیه
	تلفیق الگوریتم جستجوی ممنوع و saving	۳٤۳۹٦۳,۰۵	۵۲۰۹,٤۲ ثانیه

حداکثر ۱۰ مسافر قرار گیرد. نتیجه حاصل از اجرای الگوریتم k میانگین که برای برآورده شدن قید ظرفیت آن تغییر داده شده است در شکل ۸ مشاهده می‌شود. خروجی شامل ۷ گروه است که عبارتند از:

{۲۲-۲۹-۳٦-٤۲}

{۲-٤-۷-۱۳-۳۳-٤۰-٤۱-٤۳-٤۸}

{۱۵-۲۱-۲۵-۲۷-۳۸}

{۱۱-۱۲-۱٤-۱٦-۱۷-٤۵-٤٦}

{۱-۸-۹-۱۸-۲٦-۳٤-۳۷-۳۹-۵۰}

{۳-۱۰-۲۳-۲٤-۳۰-٤۷}

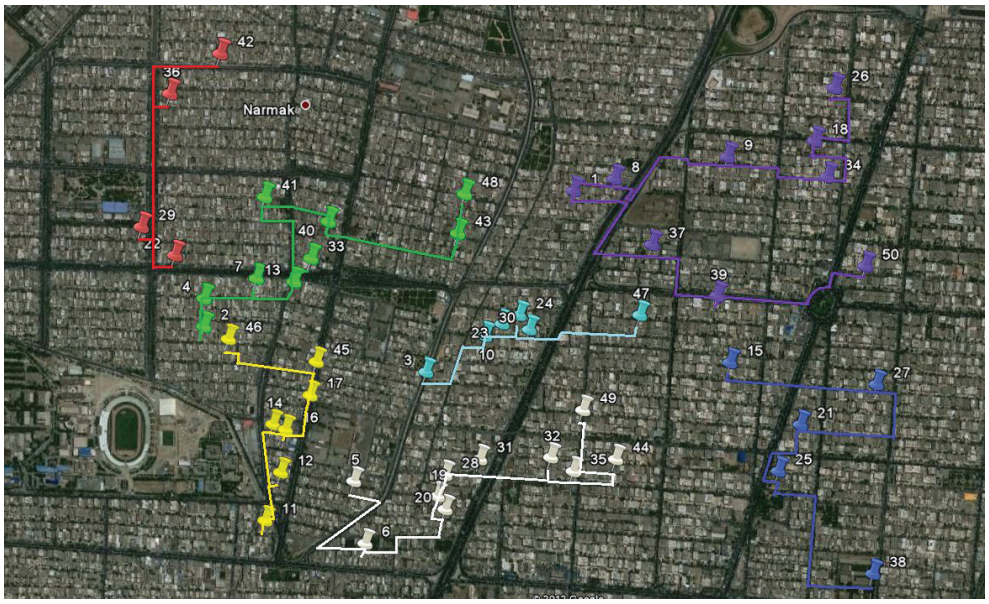
{۵-٦-۱۹-۲۰-۲۸-۳۱-۳۲-۳۵-٤٤-٤۹}

در هر گروه، اعداد نشان دهنده شماره اختصاص داده شده به هر کارمند است. با توجه به خوشه بندی الگوریتم k میانگین، در دسته اول ٤ کارمند (کارمندهای شماره ۲۹ ، ۲۲، ۳٦ و ٤۲)، در دسته دوم ۹ کارمند، ... و در دسته هفتم ۱۰ کارمند قرار دارند. بنابراین به تعداد یک خودرو با ظرفیت ٤ سرنشین و شش خودرو با ظرفیت ۱۰ سرنشین نیاز است تا کل کارمندان را به محل کار برساند. مسئله بعدی که مطرح می‌شود این است که خودروها در شرکت قرار دارند و باید از آنجا حرکت کرده و پس از مسافرگیری دوباره به شرکت باز گردند. برای کاهش مصرف سوخت و طولانی تر شدن مسیر، راننده باید بداند که مسافران را به چه ترتیبی سوار کند که کوتاه‌ترین مسیر پیموده شود. به‌این منظور تلفیق الگوریتم saving و جستجوی ممنوع برای هر دسته اجرا شد. نتایج حاصل از اجرای الگورتیم را می توان در شکل ۷ و شکل ۸ مشاهده کرد.

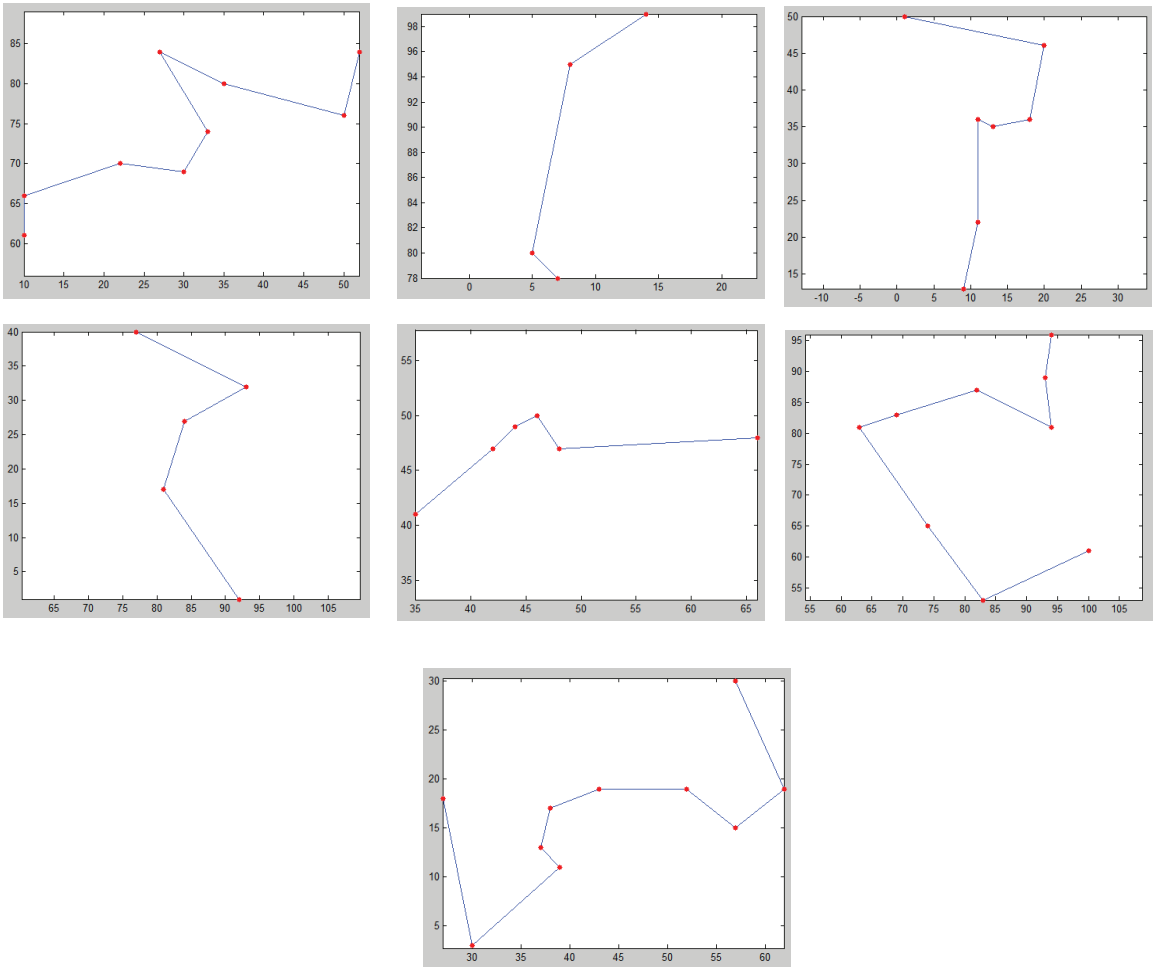
خروجی هریک از جواب های برنامه (شامل ۷ گروه مسافر) نمایش داده شده در شکل ۷، در نمودارهای مستقل در شکل ۸ نشان داده شده است. در شکل ۸، کوتاهترین مسیر بین محل سوار شدن کارمندان و محل کار کارمندان در هر گروه به‌طور مستقل نشان داده شده است. پس از استفاده از الگوریتم خوشه بندی k میانگین، مسافرین با توجه به قید ظرفیت مسئله تحقیق، به ۷ گروه طبقه بندی شدند و سپس با استفاده از الگوریتم ترکیبی saving و جستجوی ممنوع نزدیک ترین فاصله با توجه به محل کار کارمندان و همچنین ترتیب سوار کردن کارمندان توسط وسیله حمل و نقل عمومی به‌دست آمده است. نتایج پیاده سازی به‌طور مجزا برای هریک از ۷ گروه مسافر در شکل ۸ نمایش داده شده است.

۸. نتیجه‌گیری و پیشنهادات

مسئله مسیریابی وسائل نقلیه در دسته مسائل NP-Hard قرار دارد. در این دسته مسائل علاوه بر یافتن مسیر بهینه لازم است تا حداقل یک قید (مانند: ظرفیت وسایل حمل و نقل عمومی در این تحقیق) تامین شود. به این‌گونه مسائل، چند هدفه می‌گویند که باید همزمان چندین هدف برای مسئله برآورده شود. در این حالت با شکستن مسئله به چند مسئله تک هدفه می‌توان مسئله را حل کرد. به‌این منظور در این تحقیق، در ابتدا قید ظرفیت وسایل نقلیه با استفاده از الگوریتم k-میانگین که در آن قید ظرفیت در نظر گرفته می شود، جهت خوشه بندی مسافرین استفاده شده است. برای حل مسئله به این صورت که تعداد خوشه‌ها به عنوان ورودی در نظر گرفته نشود و در عوض قید ظرفیت برای هر خوشه رعایت شود، الگوریتم بهبود داده شد تا پارامتر تعداد خوشه‌ها در الگوریتم حذف و قید ظرفیت در خوشه بندی



شکل ۷. گروه کارمندان با رنگ‌های مختلف نشان داده شده و مسیر هر یک مشخص شده است.



شکل ۸. خروجی برنامه برای هر یک از ۷ گروه مسافر در نمودارهای مستقل

گنجانده شود که ظرفیت هر خوشه (حداکثر ظرفیت وسایل نقلیه) بیش از ۱۰ نشود. با استفاده از این روش مسئله قید ظرفیت هر خودرو حل می شود.

سپس در ادامه با استفاده از الگوریتم های مسیریابی، مسئله حل خواهد شد. در ابتدا از الگوریتم saving که یک الگوریتم ابتکاری است، برای یافتن راه حل اولیه مسئله و سرعت بخشیدن به حل مسئله استفاده شده است. جواب اولیه حاصل از این الگوریتم، اختلاف کمی با راه حل بهینه دارد. این الگوریتم ساختار ساده‌ای دارد و بسادگی قابل فهم و پیاده سازی است. برای فضای مسئله ماتریسی به نام ماتریس saving به‌دست می‌آید که از روی این ماتریس می‌توان مسیر اولیه را به‌دست آورد. از آنجایی‌که تعیین جواب اولیه مناسب تاثیر بسزایی در رسیدن به جواب الگوریتم‌های فراابتکاری دارد، ورود جواب اولیه از الگوریتم saving باعث تسریع در عملکرد الگوریتم‌های فراابتکاری خواهد شد.

سپس جهت یافتن جواب نهایی مسئله از الگوریتم جستجوی ممنوع استفاده شده است. سادگی، انعطاف پذیری، ثبات و کیفیت جواب‌ها از ویژگی‌هایی است که الگوریتم جستجوی ممنوع را کاندیدای مناسبی برای حل مسائل پیچیده می‌کند. این الگوریتم با در نظر گرفتن دو مجموعه لیست ممنوع و ماتریس ممنوع (جستجوی ممنوع بلند مدت) از افتادن در دام بهینه محلی جلوگیری می‌کند و همچنین باعث از بین رفتن گپ موجود در فضای جواب (با در نظر گرفتن ماتریس ممنوع) می شود و قسمتی از فضای جواب جستجو نشده در این ماتریس ذخیره شده تا این قسمت ها مورد بررسی قرار گیرد. به‌این طریق گپ موجود در فضای جستجوی از بین می‌رود. زمانی که از این الگوریتم به تنهایی استفاده شد جواب اولیه کاملا تصادفی بود، اما با تلفیق آن با الگوریتم saving جواب اولیه نزدیک به جواب بهینه حاصل شد، سپس الگوریتم شروع به جستجوی فضای جواب می‌کند و با یافتن جواب بهینه تر از قبل، جواب جدید جایگزین می‌شود و این روند تا رسیدن به نتیجه نهایی ادامه می‌یابد. با رسیدن به جوابی نزدیک به جواب بهینه، نیاز به جستجوی کل فضای جواب نیست و سریع‌تر می‌توان مسئله را حل نمود. الگوریتم saving با ساختار ساده خود با یافتن جواب اولیه نزدیک به بهینه در زمان بسیار کوتاه، این مسئله را حل کرده و همانطور که نتایج نشان می‌دهد الگوریتم تلفیقی مذکور به میزان قابل توجهی باعث افزایش سرعت زمان حل مسئله می‌شود.

همان گونه که در نتایج مشخص شد، الگوریتم تلفیقی پیشنهادی با افزایش سرعت در رسیدن به جواب باعث میشود تا مسائل بزرگ مقیاس (افزایش تعداد گره‌ها در فضای جستجوی مسئله که در این تحقیق گره‌ها تعداد مسافرین است) با سرعت بیشتر و هزینه کمتری حل شود. تلفیق این الگوریتم با الگوریتم‌های دیگر مانند الگوریتم ژنتیک می‌تواند برای انجام کارهای آتی پیشنهاد شود تا میزان تاثیرگذاری در تسریع اجرای آن در مسائل مسیریابی مورد بررسی قرار گیرد.

۹. پی نوشتها

1- Vehicle routing problem(VRP)
2- Parallel iterated tabu search
3- Variable neighborhood search
4- Multi-depot VRP
5- Intensification
6- Diversification

۱۰. منابع

- Bochtis, D. D. and Sorensen, C. G. (2010) "The vehicle routing problem in field logistics: Part II," vol. 105, February 2010, pp. 180-188.

- Brandão, José (2011) "A tabu search algorithm for the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem," vol. 38, January 2011, pp. 140-151.

- Chen, Kai (2011) "Mitigating congestion by integrating time forecasting and realtime information aggregation in cellular networks", Florida International University.

- Chen, Ping, Huang, Hou-kuan and Dong, Xing-Ye (2010). "Iterated variable neighborhood descent algorithm for the capacitated vehicle routing problem", Expert Syestems with Applications, Vol. 37, No. 2,

March 2010, pp, 16201627.

- Cordeau, Jean-Francois and Maischberger, Mirko (2012) "A parallel iterated tabu search heuristic for vehicle routing problems,", Computers and Operations Research, vol. 39, No. 9, September 2012, pp. 2033-2050.

- Du, Lingling and He, Ruhan (2012) "Combining nearest neighbor search with tabu search for large-scale vehicle routing problem", International Conferecne on Solid State Devices and Materials Science, April 1-2, 2012, Macao, pp. 1536-1546.

- Fatahi, Parviz (2009) "Metaheuristic algorithms", Hamedan: Bu-Ali Sina University Press.

- Glover, Fred and Laguna, Manuel (1997) "Tabu search", USA: Kluwer Academic.

- Jayaswal, Sachin(2012) "A Comparative Study of Tabu Search and Simulated Annealing for Traveling Salesman Problem," University of Waterloo. Khabar khodro (2007) "News organization automobile and related industries", http://khabarkhodro.com .

- Kuo, Yiyo and Wang, Chi-Chang (2012) "A variable neighborhood search for the multi-depot vehicle routing problem with loading cost", Expert Syestems with Applications, vol. 39, June 2012, pp. 6949-6954.

- Lysgaard, Jens (1997) "Clarke & Wright's Savings Algorithm", The Aarhus School of Business, Aarhus.

- Mirzaei Ali, Hossein Nakhai Kamalabadi, Isa and Zegordi, Hesamedin (2012) "A new algorithm for solving the inventory routing problem with direct shipment", Journal of Production & Operations Management, Vol 2, Fall 2012, pp. 1-28 .

- Modares, Abdohamid (2010) "A Tabu search algorithm for optimization in distribution plan, institute for humanities and cultural studies," Journal of Transportation, vol 4, Winter 2010, pp. 351-365.

- Motieyan, Hamid, Mesgari, Mohammad Sadi and Naeimi, Ahid (2012) "Optimization of office transportation system by using clustering and genetic algorithms", Journal of Transportation Engineering, vol 3, Summer 2012, pp. 365-378.

- Riera-Ledesma, Jorge and Salazar-Gonzalez, Juan-Jose (2012) "Solving school bus routing using the multple vehicle traveling purchaser problem: A branch-and-cut approach,", Computers and Opeerations Research, vol. 39, No. 2, February 2012, pp. 391-404.

- Ren, Yingtao, Dessouky, Maged and Ordóñez, Fernando (2010) "The multi-shift vehicle routing problem with overtime", University of Southern California, January 2010.

-Tandise, Mohsen and Rezaie, Mohammad Reza (2013) "Strategic planning for sustainable urban transport in the metropolis of Iran (Case Study: Mashhad City)," Journal of Transportation Engineering, vol 5, No 1, Fall 2013, pp. 1-18.

- Xindong, Wu, Kumar, V., Ross Quinlan, J. Ghosh, Joydeep , Yang, Qiang, Motoda, Hiroshi , J.McLachlan, Geoffrey Ng, Angus , Liu, Bing, Philip, S. , Zhi-Hua Zhou, Yu, Steinbach, Michael (2007) "Top 10 algorithms in data mining", Knowledge Information System, Vol. 14, vol. 14, pp. 1-37.

- Xu, Jiuping, Yan, Fang and Li, Steven. (2011). "Vehicle routing optimization with soft time windows in a fuzzy random environment,"http://www.sciencedirect.com/science/article/ 47, March 2011, pp. 1075-1091.

- Yousefi Khoshbakht, M. and Sedighpour, M. (2011) "A modified elite ant colony algorithm for solving multiple travelling salesman problem", Journal of Operational Research and ITS applications (Journal of applied mathematics), Vol 8, No 3, Fall 2011, pp. 83-96.